Категорія Т (Комп’ютерні науки, Системний аналіз, Кібербезпека)

1. Скласти рівняння сторін трикутника АВС, якщо відомі одна з його вершин **а також рівняння висоти **ібісектриси ** які проведені з однієї вершини.

Розв’язання.

Перевіряємо, що точка А не належитьвисоті та бісектрисі.

Знаходимо**З умовиперпендикулярностімаємо:**Будемошукатирівнянняпрямої АС за формулою прямої, яка проходить через точку**іззаданимкутовимкоефіцієнтом: **

**

3. Точку В знаходимо як перетинвисоти і бісектриси:

**

**

**

4.Рівняння АВ складемо, скориставшисярівняннямпрямої, яка проходить через двізадані точки:

**

рівняння АВ.

5. Кут АВЕ позначимо через **







Cкористаємосярівнянням (1) (маємот.Вта).

рівняння ВС.

Відповідь: 

1. Два однотипнихпідприємства А і В виробляютьпродукцію з однією і тією ж самою оптовою відпускноюціною m за один виріб. Автопарк, якийобслуговуєпідприємство А, оснащений більшсучасними і потужнимивантажнимиавтівками. В результатіцьоготранспортнівитрати на перевезення одного виробускладають для підприємства А 10 грн. на 1 км, а для підприємства В – 20 грн. на 1 км. Відстаньміжпідприємствами 300 км. Як територіально повинен бути розподіленийриноксбутуміждвомапідприємствами для того, щобвитратиспоживачів при купівлівиробів та їхтранспортуваннібулимінімальними?

Розв’язання.

На осі Ох відкладемовідстаньміж А і В, розташувавши початок координат в точці А. Розглянемо, скількискладутьвитратиспоживача, щознаходиться в довільнійточціПри доставцівантажу з пункту А цівитратибудутьдорівнюватиа з пункту В – 

Знайдемомножину тих точок, для якихвитрати при доставці з пункту А і В будутьоднакові.

Математичноцявимогазаписуєтьсярівнянням:

або

причому:



Тоді: 







Дане рівняння є рівнянням кола з центром щолежить на осіабсцис і радіусом 200 км. Для всіхпунктів, які лежать на коліцьогорадіуса, витрати на придбаннявиробівбудутьоднакові при доставці з пунктів А і В.

Якщоспоживач буде знаходитисьвсередині круга, то вигіднішекупувативироби у пункті В, а якщозовні круга – то в пункті А.

1. Обчислити границю , якщо.

Розв’язання:

Виконуємо множення матриць:

.

Аналогічно отримуємо: .

Зрозуміло, що .

Переходимо до границі

.

Відповідь:

1. Є колода з 36 карт. Скількома способами можнавитягнутиневпорядкованийнабір з 5 карт так, щоб точно булилише 1♦ карта, 1 дама, 2♣ карти?

**Розв’язання.** Розглянемовипадки:

1. Середобраних карт є бубнова дама.

Бубнову даму можна обрати єдиним способом, двіхрестовікартибудутьобиратись з 8, оскількихрестова дама не може бутиобрана, й число способіввиборудвоххрестових карт дорівнює До трьохобраних карт необхіднододатищедвікарти так, щоб вони не були бубнами, дамами, й хрестовими картами.

Таких карт в колоді 16. Число невпорядкованихвибірок з 16 по 2 без повтореньдорівнює За правилом добутку, число способіввибору 5 карт, середяких є бубнова дама, дорівнює



1. Середобраних карт є хрестова дама.

Хрестову даму можна обрати єдиним способом, іншухрестову карту можна обрати 8 способами. Одну бубнову карту можна обрати також 8 способами (бубнову даму обирати не можна). До трьохобраних карт необхіднододатищедвікарти так, щоб вони не були бубнами, дамами, й хрестовими картами.

Таких карт в колоді 16. Число способіввиборуцих карт, як вжерозглядалосьраніше, дорівнює 120. За правилом добутку, число способіввибору 5 карт, середяких є хрестова дама, дорівнює



1. Середобранихп’яти карт немаєбубновоїдами, немаєхрестовоїдами.

Обираємо одну даму з двох (2 способи), одну бубнову карту, яка не є дамою (8 способів), двіхрестовікарти, середякихнемаєдами, обираємо способами. Залишилось обрати одну карту, яка не є дамою, не є бубною, не є хрестовою. Таких карт в колоді 16, отжемаємо 16 способіввибору. За правилом добутку, число способіввибору 5 карт, середякихнемаєбубновоїдами, немаєхрестовоїдами, є 1 бубнова карта є 2 хрестовідорівнює



1. Загальне число способіввибірки 5 карт, щозадовольняютьумовузадачі, за правилом сумидорівнює



**Відповідь:** 

1. Знайти рівняння дотичної до графіка функції ,

Якщо відомо, що ця дотична не містить точок з рівними координатами.

Розв’язання:

Якщо дотична не містить точок з рівними координатами, то пряма – бісектриса першого-третього координатного кута не перетинає цю дотичну, тобто є паралельною їй. Отже кутовий коефіцієнт шуканої дотичної дорівнює 1.

Знайдемо похідну

Маємо рівняння для пошуку абсциси дочки дотику

– абсциса точки дотику.

Обчислюємо значення функції в точці дотику

Маємо рівняння дотичної

1. Знайти всі неперервні функції , що задовольняють рівняння

.

Розв’язання

Будемо шукати розв’язок у вигляді лінійної функції з невизначеними коефіцієнтами. Нехай . Тоді

Отже ,

Прирівнюючикоефіцієнти за однаковихстепенів х, маємо

Відповідно

Отже,

Доведемо, щоіншогорозв’язку не існує.

Нехай .

Оскільки

Розв’яжеморівняння

Замінимо на .

В одержаномурівняннізновузамінимо на .:

Продовжуючиподібним чином, у результатімаємо

Унаслідок неперервності для довільного

1. Розв’язати диференціальне рівняння

*.*

Легко помітити що

=

З умови маємо

Відповідь:

Категорія С (Економічна кібернетика, Менеджмент)

1. Скласти рівняння сторін трикутника АВС, якщо відомі одна з його вершин **а також рівняння висоти **ібісектриси ** які проведені з однієї вершини.

Розв’язання.

Перевіряємо, що точка А не належитьвисоті та бісектрисі.

Знаходимо**З умовиперпендикулярностімаємо:**Будемошукатирівнянняпрямої АС за формулою прямої, яка проходить через точку**іззаданимкутовимкоефіцієнтом: **

**

3. Точку В знаходимо як перетинвисоти і бісектриси:

**

**

**

4.Рівняння АВ складемо, скориставшисярівняннямпрямої, яка проходить через двізадані точки:

**

рівняння АВ.

5. Кут АВЕ позначимо через **







Cкористаємосярівнянням (1) (маємот.Вта).

рівнянняВС.

Відповідь: 

1. Два однотипнихпідприємства А і В виробляютьпродукцію з однією і тією ж самою оптовою відпускноюціноюm за один виріб. Автопарк, якийобслуговуєпідприємство А, оснащений більшсучасними і потужнимивантажнимиавтівками. В результатіцьоготранспортнівитрати на перевезення одного виробускладають для підприємства А 10 грн. на 1 км, а для підприємства В – 20 грн. на 1 км. Відстаньміжпідприємствами 300 км. Як територіально повинен бути розподіленийриноксбутуміждвомапідприємствами для того, щобвитратиспоживачів при купівлівиробів та їхтранспортуваннібулимінімальними?

Розв’язання.

На осі Ох відкладемовідстаньміж А і В, розташувавши початок координат в точці А. Розглянемо, скількискладутьвитратиспоживача, щознаходиться в довільнійточціПри доставцівантажу з пункту А цівитратибудутьдорівнюватиа з пункту В – 

Знайдемомножину тих точок, для якихвитрати при доставці з пункту А і В будутьоднакові.

Математичноцявимогазаписуєтьсярівнянням:

або

причому:



Тоді: 







Дане рівняння є рівнянням кола з центром щолежить на осіабсцис і радіусом 200 км. Для всіхпунктів, які лежать на коліцьогорадіуса, витрати на придбаннявиробівбудутьоднакові при доставці з пунктів А і В.

Якщоспоживач буде знаходитисьвсередині круга, то вигіднішекупувативироби у пункті В, а якщозовні круга – то в пункті А.

1. Обчислити границю , якщо.

Розв’язання:

Виконуємо множення матриць:

.

Аналогічно отримуємо: .

Зрозуміло, що .

Переходимо до границі

.

Відповідь:

1. Є колода з 36 карт. Скількома способами можнавитягнутиневпорядкованийнабір з 5 карт так, щоб точно булилише 1♦ карта, 1 дама, 2♣ карти?

**Розв’язання.** Розглянемовипадки:

1. Середобраних карт є бубнова дама.

Бубнову даму можна обрати єдиним способом, двіхрестовікартибудутьобиратись з 8, оскількихрестова дама не може бутиобрана, й число способіввиборудвоххрестових карт дорівнює До трьохобраних карт необхіднододатищедвікарти так, щоб вони не були бубнами, дамами, й хрестовими картами.

Таких карт в колоді 16. Число невпорядкованихвибірок з 16 по 2 без повтореньдорівнює За правилом добутку, число способіввибору 5 карт, середяких є бубнова дама, дорівнює



1. Середобраних карт є хрестова дама.

Хрестову даму можна обрати єдиним способом, іншухрестову карту можна обрати 8 способами. Одну бубнову карту можна обрати також 8 способами (бубнову даму обирати не можна). До трьохобраних карт необхіднододатищедвікарти так, щоб вони не були бубнами, дамами, й хрестовими картами.

Таких карт в колоді 16. Число способіввиборуцих карт, як вжерозглядалосьраніше, дорівнює 120. За правилом добутку, число способіввибору 5 карт, середяких є хрестова дама, дорівнює



1. Середобранихп’яти карт немаєбубновоїдами, немаєхрестовоїдами.

Обираємо одну даму з двох (2 способи), одну бубнову карту, яка не є дамою (8 способів), двіхрестовікарти, середякихнемаєдами, обираємо способами. Залишилось обрати одну карту, яка не є дамою, не є бубною, не є хрестовою. Таких карт в колоді 16, отжемаємо 16 способіввибору. За правилом добутку, число способіввибору 5 карт, середякихнемаєбубновоїдами, немаєхрестовоїдами, є 1 бубнова карта є 2 хрестовідорівнює



Загальне число способіввибірки 5 карт, щозадовольняютьумовузадачі, за правилом сумидорівнює



**Відповідь:** 

1. Знайти рівняння дотичної до графіка функції ,

Якщо відомо, що ця дотична не містить точок з рівними координатами.

Розв’язання:

Якщо дотична не містить точок з рівними координатами, то пряма – бісектриса першого-третього координатного кута не перетинає цю дотичну, тобто є паралельною їй. Отже кутовий коефіцієнт шуканої дотичної дорівнює 1.

Знайдемо похідну

Маємо рівняння для пошуку абсциси дочки дотику

– абсциса точки дотику.

Обчислюємо значення функції в точці дотику

Маємо рівняння дотичної

1. Знайти всі неперервні функції , що задовольняють рівняння

.

Розв’язання

Будемо шукати розв’язок у вигляді лінійної функції з невизначеними коефіцієнтами. Нехай . Тоді

Отже ,

Прирівнюючикоефіцієнти за однаковихстепенів х, маємо

Відповідно

Отже,

Доведемо, щоіншогорозв’язку не існує.

Нехай .

Оскільки

Розв’яжеморівняння

Замінимо на .

В одержаномурівняннізновузамінимо на .:

Продовжуючиподібним чином, у результатімаємо

Унаслідок неперервності для довільного

1. Визначити розміри відкритого басейну з квадратним дном об’ємом 32 м3 , щоб на облицювання його стін і дна було витрачено якнайменше матеріалу.

Розв’язання

Нехай сторона квадрата – що є дном басейну має сторону . Тоді глибина басейну .

Знайдемо цільову функцію, що дорівнює сумі площ стін та дна:

.

Досліджуємо дану функцію на найменше значення

*.*

є критичною точкою, в якій функція досягає найменшого значення. Розмір басейна: дно квадратне зі стороною 4 м, глибина басейна – 2 м.