

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Державний вищий навчальний заклад
«КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ВАДИМА ГЕТЬМАНА»

Г. І. ВЕЛИКОІВАНЕНКО,
Л. Б. ДОЛІНСЬКИЙ, І. І. СТРЕЛЬЧЕНКО

АНАЛІЗ, МОДЕЛЮВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ФІНАНСОВИМИ ІНВЕСТИЦІЯМИ

Навчальний посібник

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*

УДК [336.531.2+330.322.1]:519.87(075.8)

ББК 65.263.12в361я73

В 27

Рецензенти

І. Г. Лук'яненко, д.е.н., проф.
(НУ «Києво-Могилянська академія»)

А. В. Скрипник, д.е.н., проф.
(Національний університет біоресурсів і природокористування України)

Редакційна колегія факультету інформаційних систем і технологій

Голова редакційної колегії О. Д. Шарапов, професор, к.т.н.

Відповідальний секретар редакційної колегії С. С. Ващаєв, доцент, к.е.н.

Члени редакційної колегії: З. П. Баранік, професор, д.е.н., В. В. Вітлінський, професор, д.е.н., Г. І. Великоіваненко, доцент, к.ф.-м.н., В. К. Галіцин, професор, д.е.н., І. А. Джалладова, професор, д.ф.-м.н., Ю. М. Красюк, доцент, к.пед.н., С. Ф. Лазарева, доцент, к.е.н., О. П. Степаненко, к.е.н., С. В. Устенко, професор, д.е.н.

Гриф надано Міністерством освіти і науки України

Лист № 1/11-5789 від 26.04.12

Великоіваненко, Г. І.

В 27

Аналіз, моделювання та управління фінансовими інвестиціями [Електронний ресурс] : навч. посібник / Г. І. Великоіваненко, Л. Б. Долінський, І. І. Стрельченко. — К. : КНЕУ, 2016. — 495, [1] с.

ISBN 978–966–926–107–6

У навчальному посібнику викладено методологічні, методичні підходи та інструментарій, що дозволяють розбудовувати, аналізувати й використовувати адекватні математичні моделі у сфері інвестування. Розглядаються методи та приклади розбудови й аналізу математичних моделей для широкого кола теоретичних та прикладних аспектів аналізу фінансових ринків. Посібник містить методичні матеріали та приклади, корисні для виконання лабораторних робіт та проведення тренінгу.

Призначений для студентів, аспірантів і викладачів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів, а також для системних аналітиків, фахівців у сфері фінансово-економічної та інвестиційної діяльності.

УДК [336.531.2+330.322.1]:519.87(075.8)

ББК 65.263.12в361я73

*Розповсюджувати та тиражувати
без офіційного дозволу КНЕУ забороняється*

ISBN 978–966–926–107–6

© Г. І. Великоіваненко, Л. Б. Долінський, І. І. Стрельченко, 2016
© КНЕУ, 2016

ПЕРЕДМОВА

Економічна теорія вступила у нову фазу свого розвитку. Це зумовлено багатьма чинниками: ускладненням та глобалізацією світової економіки; проникненням в економічну науку новітніх математичних інструментів, таких як фрактальна геометрія, теорія хаосу, кліткові автомати, нечітка логіка, нейронні мережі тощо; появою нових комп'ютерних технологій, що роблять можливим дослідження складних явищ та процесів, образно кажучи, на екрані дисплея.

Мета дисципліни «Аналіз, моделювання та управління фінансовими інвестиціями» — задовольнити потреби майбутніх фахівців (магістрів) з економічної кібернетики у знаннях щодо методології та побудови адекватних економіко-математичних моделей, які є необхідною умовою якісного і кількісного аналізу фінансових ринків та ефективним інструментарієм у підтримці прийняття фінансових рішень.

Завдання дисципліни: вивчення теорії та набуття практичних навичок щодо аналізу фінансових ринків, прогнозування шляхів їх розвитку, моделювання фінансових інструментів, вибору інвестиційних стратегій.

Предмет дисципліни: методологія, методи та інструментарій кількісного аналізу і економіко-математичного моделювання та управління фінансовими інвестиціями.

У результаті вивчення даної дисципліни магістр повинен:

оволодіти інструментарієм (від елементарних процентних обчислень, до відносно складних стохастичних моделей оцінки основних параметрів фінансових інструментів), який дозволяє отримати оптимальні характеристики комерційних угод залежно від умов їх проведення та з урахуванням невизначеності, конфліктності, асиметрії інформації, і породженого ними ризику;

оволодіти теоретичними знаннями та сучасним інструментарієм щодо прогнозування шляхів розвитку фінансового ринку з урахуванням особливостей перехідного періоду; прийняття рішень та управління ризиком з використанням цих моделей;

уміти використовувати основні економіко-математичні методи і моделі щодо оцінки інструментів фінансових ринків;

уміти грамотно ставити та самостійно розв'язувати конкретні прикладні задачі з використанням адекватних економіко-математичних моделей та інформаційних технологій на базі ПЕОМ; здійснювати аналіз отриманих результатів; формувати та приймати відповідні ефективні рішення.

Вивчаючи дисципліну, студенти мають виконати самостійну роботу, що включає завдання для виконання на базі виробничої практики.

Дисципліна «Аналіз, моделювання та управління фінансовими інвестиціями» зорієнтована на формування таких компетенцій:

- розробляти й досліджувати економіко-математичні моделі економічних об'єктів і систем (моделі оцінки основних параметрів фінансових інструментів) з метою їх аналізу та вдосконалення системи управління (фінансовими інвестиціями); прогнозування розвитку економічних систем і процесів (шляхів розвитку фінансового ринку);

- здійснювати та застосовувати системний аналіз, методологію та інструментарій економіко-математичного моделювання у процесах управління інвестиційною діяльністю;

- застосовувати системний аналіз, економіко-математичні моделі й методи та інструментарій ризикології у здійсненні наукових досліджень у сфері інвестиційної діяльності;

- здійснювати інформаційно-аналітичну підтримку управлінських рішень та подальшу розробку стратегії підприємства (стосовно інвестиційної діяльності) на підставі даних системного аналізу та моделювання соціально-економічних об'єктів/систем на різних рівнях;

- моделювати процеси прийняття рішень (стосовно інвестиційної діяльності) з урахуванням невизначеності; оцінювати ефективність та ризикованість рішень, що приймаються.

Навчальний посібник підготовлений колективом авторів кафедри економіко-математичного моделювання ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана». Вклад авторів розподілено наступним чином: розділи 1—6, пп. 8.1—8.4 підготовлені Долінським Л. Б., розділ 7, п. 8.5, розділи 9, 11, 12 підготовлені Великоіваненко Г. І., розділ 10 підготовлений Стрельченко І. І.

ПРИНЦИПИ ФУНКЦІОНУВАННЯ ФІНАНСОВОГО РИНКУ ТА ОСНОВНІ ІНСТРУМЕНТИ ІНВЕСТИВАННЯ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: поняття фінансового ринку (фінансової системи), поняття фондового ринку (ринку цінних паперів), класифікації фінансових інвестицій, фінансових інструментів, фінансових активів, види пайових, боргових, іпотечних та похідних цінних паперів;

— *уміти*: розрізняти види фінансових інструментів, фінансових активів, цінних паперів; побудувати структурно-логічні схеми ринку фінансових ресурсів, фондового ринку, грошово-кредитного ринку тощо; проводити інвестиційний аналіз цінних паперів.

1.1. Економіко-правові засади інвестування

Розвинені економічні відносини між суб'єктами господарювання передбачають чітку та ефективну організацію процесів мобілізації, розподілу та перерозподілу фінансових ресурсів. У ринковій економіці цю роль виконує *фінансова система (фінансовий ринок)* країни.

Ефективність функціонування фінансової системи є своєрідним індикатором поточної економічної ситуації в країні, оскільки активність учасників ринку, обсяги фінансових інвестицій та загальна капіталізація фінансового ринку є відображенням загального економічного стану країни.

Поняття фінансової системи є настільки комплексним та багатогранним, що його можна розглядати з різних боків, зокрема, з погляду фінансових ресурсів (об'єктів інвестування), учасників ринку та видів фінансово-господарської діяльності.

Фінансова система (фінансовий ринок) — це сукупність галузей діяльності на фінансовому ринку та форм фінансових відносин, а також сукупність суб'єктів (учасників) ринку та об'єктів (інструментів) інвестування.

В аспекті *об'єктів* інвестування, **фінансовий ринок** — це загальне позначення всіх тих ринків, на яких виявляється попит та пропозиція на різні фінансові ресурси (інструменти).

В аспекті *суб'єктів* інвестиційної діяльності, **фінансова система** — це сукупність галузей (сегментів) фінансового ринку, у межах яких функціонують певні учасники ринку, основні види діяльності яких припадають на ці галузі.

Учасників ринку, які в міру своїх законних повноважень та функцій беруть участь в інвестиційних процесах, можна поділити на три типи:

— *державні установи (регулятори ринку)*, які виконують функції регулювання та нагляду за певними сегментами фінансової системи;

— *фінансові установи (інституційні учасники ринку)*, які безпосередньо беруть участь у формуванні фінансових потоків та фінансової практики в межах країни;

— *юридичні і фізичні особи*, які виступають контрагентами фінансових установ та держави в процесах формування фінансових потоків.

Законодавча база щодо інвестування в нашій державі почала формуватися з 1991 року, з прийняттям Закону «*Про інвестиційну діяльність*» [2], який визначив загальні правові, економічні та соціальні умови інвестиційної діяльності на території України.

Відповідно до цього Закону **інвестиційною діяльністю** є сукупність практичних дій громадян, юридичних осіб і держави щодо реалізації інвестицій. *Суб'єктами* (інвесторами та учасниками) інвестиційної діяльності можуть бути громадяни і юридичні особи України та іноземних держав, а також держави.

Також у Законі прописано, що інвестиційна діяльність здійснюється на основі:

- *інвестування*, здійснюваного громадянами, недержавними підприємствами, господарськими асоціаціями, спілками і товариствами, а також громадськими і релігійними організаціями, іншими юридичними особами, заснованими на колективній власності;

- *державного інвестування*, інвестування з боку Автономної Республіки Крим та міських рад за рахунок коштів бюджетів, позабюджетних фондів і позичкових коштів, а також державними підприємствами і установами за рахунок власних і позичкових коштів;

- *іноземного інвестування*, здійснюваного іноземними громадянами, юридичними особами та державами;
- *спільного інвестування*, здійснюваного громадянами та юридичними особами України, іноземних держав.

Отже, згідно з чинним законодавством інвесторами можуть бути:

- *індивідуальні інвестори*, як фізичні, так і юридичні особи;
- *інституційні інвестори* (фінансові посередники), які акумулюють кошти фізичних та юридичних осіб;
- *держава та органи місцевої влади*;
- *іноземні інвестори*.

Розглянувши основні типи суб'єктів, що беруть участь в інвестиційних процесах, перейдемо до опису сутності фінансових інвестицій. З цією метою висвітлимо основні дефініції щодо інвестицій та наведемо загальну класифікацію останніх, визначивши в ній місце фінансових інвестицій.

1.2. Визначення та класифікація інвестицій

Відповідно до Закону України «Про інвестиційну діяльність» **інвестиціями** є всі види майнових та інтелектуальних цінностей, що вкладаються в об'єкти підприємницької та інших видів діяльності, у результаті чого створюється прибуток (дохід) або досягається соціальний ефект.

Такими цінностями можуть бути:

- ✓ кошти, цільові банківські вклади, паї, акції та інші цінні папери;
- ✓ рухоме та нерухоме майно (будинки, споруди, устаткування та інші матеріальні цінності);
- ✓ майнові права інтелектуальної власності;
- ✓ сукупність технічних, технологічних, комерційних та інших знань, оформлених у вигляді технічної документації, навиків та виробничого досвіду, необхідних для організації того чи іншого виду виробництва, але не запатентованих («ноу-хау»);
- ✓ права користування землею, водою, ресурсами, будинками, спорудами, обладнанням, а також інші майнові права;
- ✓ інші цінності.

Отже, у Законі України «Про інвестиційну діяльність» результати інвестування розглядаються у двох аспектах: отримання

доходу або соціального ефекту. Дійсно, у практичній діяльності розрізняють проекти *економічно доцільні* (ефективні) та *обов'язкові* (наприклад, інвестиційні зобов'язання приватизованого підприємства щодо підтримки певних об'єктів соціальної інфраструктури, незважаючи на наявність ефективніших варіантів використання коштів).

Якщо виходити лише із принципів економічної доцільності, то зрозуміло, що ефективність інвестування насамперед оцінюватиметься саме нормою прибутку від інвестиційної діяльності. Зазначимо, що західна фінансова теорія розглядає результати інвестування у більш вузькому розумінні — лише з позиції доходів (прибутків). Згідно з цим підходом інвестиція розглядається як будь-яка форма перетворення заощаджень на капітал — тобто вартість, що приносить додаткову вартість, спосіб отримання доходу з певної суми заощаджень.

Так, видатний учений, лауреат Нобелівської премії в галузі економіки Вільям Шарп у своєму класичному підручнику «Інвестиції» [22] указує, що *інвестувати* означає *позбутися грошей сьогодні заради отримання більшої суми їх у майбутньому*.

У Податковому кодексі України [5] зазначається, що *інвестиція* — це господарська операція, яка передбачає придбання основних фондів, нематеріальних активів, корпоративних прав та цінних паперів в обмін на кошти або майно.

Відповідно до цього Закону інвестиції поділяють на **капітальні, фінансові та реінвестиції**, а також наводиться тлумачення цих понять.

Так, під *реінвестицією* слід розуміти господарську операцію, яка передбачає здійснення *капітальних* або *фінансових* інвестицій за рахунок доходу (прибутку), отриманого від інвестиційних операцій.

Під *капітальною інвестицією* слід розуміти господарську операцію, яка передбачає придбання будинків, споруд, інших об'єктів нерухомої власності, інших основних фондів та нематеріальних активів, які підлягають амортизації.

Вищенаведене означення можна доповнити нормою Закону «Про інвестиційну діяльність», в якому сказано, що інвестиції у відтворення основних фондів і на приріст матеріально-виробничих запасів здійснюються у формі *капітальних вкладень*.

Зазначимо, що капітальні інвестиції можуть суттєво розрізнятися за *цілями інвестування*. Наприклад, розширення існуючого виробництва або капіталовкладення у певні ланки збутового лан-

цюжка підприємства вважають **промисловими (комерційними)** інвестиційними проектами. Такі проекти, за умови правильного бюджетування та ефективної реалізації, зазвичай підвищують фінансову стійкість компанії, забезпечуючи диверсифікацію операційної діяльності підприємства.

Разом з тим ринкові умови можуть висувати об'єктивні передумови і для більш ризикових капіталовкладень. Наприклад, підприємство для забезпечення конкурентних переваг може вкладати кошти у новітні наукові розробки та технології, а також у нематеріальні активи, зокрема, об'єкти інтелектуальної власності (патенти, ліцензії тощо). Такі капітальні інвестиції відносять до категорії **дослідницьких (інноваційних)** проектів.

Найбільш ризиковими капіталовкладеннями є так звані **венчурні** інвестиції. На практиці для венчурних інвестицій нормою вважається виживання одного проекту з десяти. Однак норма сподіваної дохідності таких проектів є настільки високою, що навіть за такого низького відсотка виживаності венчурні інвестиції залишаються економічно доцільними.

Розглянувши основні види *реальних* інвестицій, перейдемо до опису інвестицій *фінансових*.

Під **фінансовою інвестицією** відповідно до податкового кодексу України слід розуміти господарську операцію, яка передбачає придбання корпоративних прав, цінних паперів, деривативів та інших фінансових інструментів.

Зазначимо, що хоча у податковому кодексі виокремлено три форми інвестицій (капітальні, фінансові та реінвестиції), за *об'єктом вкладення капіталу* реінвестиції не є первісною ознакою класифікації, отже, загальноприйнятим є розподіл інвестицій лише на **реальні (капітальні)** та **фінансові**.

У цьому ж Законі сказано, що фінансові інвестиції, у свою чергу, поділяються на **прямі** та **портфельні**.

Пряма інвестиція — господарська операція, яка передбачає внесення коштів або майна до статутного фонду юридичної особи в обмін на корпоративні права, емітовані такою юридичною особою.

Портфельна інвестиція — господарська операція, яка передбачає придбання цінних паперів, деривативів та інших фінансових активів за кошти на фондовому ринку (за винятком операцій зі скуповування акцій, в обсягах, що перевищують 50 % загальної суми емісії, які належать до прямих інвестицій).

Таким чином, за *принципом участі інвестора* (пряма або опосередкована) інвестиції поділяють на **прямі** та **непрямі**

(**портфельні**). Ознакою прямого інвестування є те, що інвестор здійснює фінансові інвестиції прямо, без посередників, кошти надходять безпосередньо емітенту. Непряме інвестування передбачає придбання цінних паперів, деривативів та інших фінансових активів за кошти на фондовому ринку. Тобто, портфельний інвестор здійснює фінансові інвестиції на вторинному ринку цінних паперів, при цьому емітент не одержує коштів прямо від інвестора.

Портфельні інвестиції зазвичай здійснюються з метою одержання поточного доходу та приросту вкладеного капіталу на фондовому ринку. Якщо ж мета інвестора — впливати на управління компанією і одержувати прибуток від її господарської діяльності, він здійснює прямі *стратегічні* інвестиції (зазвичай не менш ніж 10-відсоткова частка участі у капіталі емітента).

Згідно із податковим кодексом України, якщо інвестор претендує на контрольний пакет (більше ніж 50 % статутного капіталу) у певному об'єкті інвестування, таку інвестицію вважають **прямою**, навіть якщо інвестування здійснювалося на вторинному ринку. На нашу думку, у цьому разі коректніше було б застосовувати термін «**стратегічні інвестиції**».

На основі вищенаведених означень розроблено узагальнену класифікацію інвестицій, яку у вигляді схеми наведено на рис. 1.1.

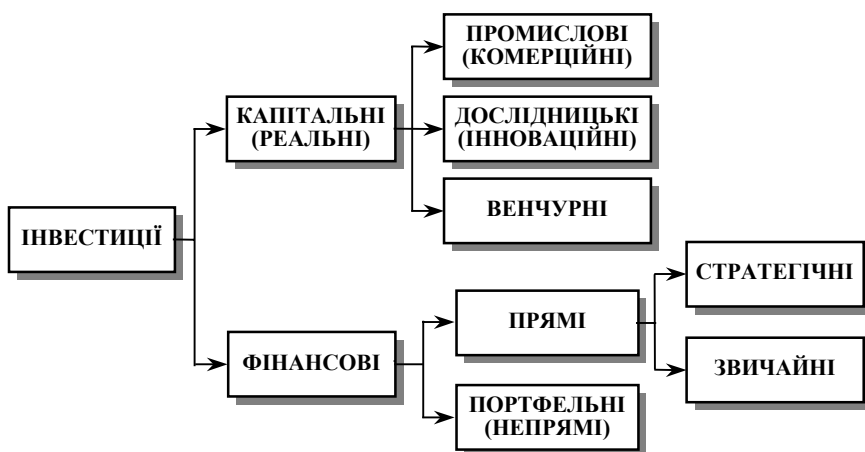


Рис. 1.1. Узагальнена класифікація інвестицій

Зазначимо, що наведена на рис. 1.1 класифікація є досить умовною і не претендує на вичерпність, оскільки в ній розглянуто лише декілька ознак розподілу інвестицій. Мета представленої класифікації — надати уявлення про існування різних класів та підкласів інвестицій, які можна описати у вигляді такої ієрархічної структурно-логічної схеми.

Також необхідно наголосити, що різні види та форми інвестицій не завжди можна класифікувати однозначно. Наприклад, венчурні інвестиційні проекти іноді можуть бути віднесені не до капітальних (реальних), а до стратегічних прямих фінансових інвестицій.

Розглянемо також деякі додаткові критерії класифікації, що притаманні як реальним, так і фінансовим інвестиціям, та є важливими в аспекті фінансового моделювання. Аналіз інвестицій як мінімум передбачає оцінювання таких параметрів:

- **вартісних характеристик** (планові та фактичні обсяги капіталовкладень, ринкова вартість фінансових матеріальних та нематеріальних активів, розміри витрат та надходжень за інвестиційними проектами тощо);

- **часових характеристик** (строки інвестування, строки окупності, дати та строки виплат, тривалість та періодичність надходжень коштів тощо);

- **параметрів щодо ризику та дохідності** (ринкові оцінки надійності та ліквідності капіталовкладень у певні активи, ринкові оцінки норм рентабельності та дохідності інвестиційних операцій, надбавки за ризику у ставках дохідності тощо).

Отже, за *ступенем ризикованості* зазвичай виокремлюють *безризикові* інвестиції, а також інвестиції з *допустимим, критичним* та *катастрофічним* ступенем ризику.

За ступенем дохідності інвестиції можна поділити на *недостатньо дохідні* (дохідність нижча за середньоринкову норму аналогічних інвестиційних проектів з близькими строками інвестування та ступенем ризику), *достатньо дохідні* (дохідність дорівнює або трохи вища середньоринкової норми дохідності альтернативних варіантів інвестування) та з *надлишковою дохідністю* (дохідність суттєво вища за середньоринкові норми). Зрозуміло, що пріоритетом інвестора завжди буде пошук високорентабельних інвестиційних проектів з надлишковою дохідністю, що є основою арбітражної теорії ціноутворення на ринку капіталів.

Розподіляючи інвестиції за *обсягами* (вартісними величинами), слід урахувувати не абсолютні розміри необхідних капіталовкладень, а відносну величину проекту — співвідношення обсягу інве-

стицій до обсягу власного капіталу інвестора. Загальноприйнятою практикою є, що коли цей показник перевищує 10 %, інвестиції вважають **великими** та більш ретельно їх контролюють, якщо ж цей показник є меншим за 10 % — інвестиції є **звичайними**.

Також інвестиції суттєво різняться за *строками інвестування*. Вкладення коштів на дуже короткий строк є лише спекулятивним і його взагалі не можна вважати інвестуванням. Наприклад, у США *інвестованим* вважають капітал, що вкладений на строк не менший ніж 6 місяців. Згідно з національними стандартами бухгалтерського обліку фінансові інвестиції на період понад один рік є **довгостроковими**, а менш ніж на рік — **поточними** інвестиціями.

Отже, висвітливши питання класифікації інвестицій, розглянемо основні об'єкти (інструменти) інвестування на фінансовому ринку.

1.3. Основні інструменти інвестування та структура фінансового ринку

У Законі України «*Про цінні папери та фондовий ринок*» [8] наводиться таке означення: **фінансові інструменти** — цінні папери, строкові контракти (ф'ючерси), інструменти грошового обігу, відсоткові строкові контракти (форварди), строкові контракти на обмін (на певну дату в майбутньому) в разі залежності ціни від відсоткової ставки, валютного курсу чи фондового індексу (відсоткові, курсові чи індексні свопи), опціони, що дають право на купівлю або продаж будь-якого із зазначених фінансових інструментів, у тому числі тих, що передбачають грошову форму оплати (курсіві та відсоткові опціони).

Стандарт бухгалтерського обліку 13 «*Фінансові інструменти*» [11] вводить власні дефініції фінансових інструментів для цілей бухгалтерського обігу, які є ширшими за означення, що надає Закон України «*Про цінні папери та фондовий ринок*».

Фінансові інструменти в бухгалтерському обліку поділяються на фінансові активи, фінансові зобов'язання, інструменти власного капіталу та похідні фінансові інструменти.

Фінансовий інструмент — контракт, який одночасно приводить до виникнення (збільшення) фінансового активу в одного

підприємства і фінансового зобов'язання або інструмента власного капіталу в іншого.

Складний фінансовий інструмент — фінансовий інструмент, що містить компонент фінансового зобов'язання і компонент інструмента власного капіталу.

Похідні фінансові інструменти включають ф'ючерсні контракти, форвардні контракти та інші похідні фінансові інструменти.

Інструмент власного капіталу — контракт, який підтверджує право на частину в активах підприємства, що залишається після вирахування сум за всіма його зобов'язаннями.

До інструментів власного капіталу належать прості акції, частки та інші види власного капіталу.

Фінансове зобов'язання — контрактне зобов'язання:

— передати грошові кошти або інший фінансовий актив іншому підприємству;

— обмінятися фінансовими інструментами з іншим підприємством на потенційно не вигідних умовах.

Фінансове зобов'язання, призначене для перепродажу — фінансове зобов'язання, що виникає внаслідок випуску фінансового інструмента з метою подальшого продажу для отримання прибутку від короткотермінових коливань його ціни та/або винагороди посередника.

Фінансові зобов'язання включають зобов'язання, призначені для перепродажу, та інші фінансові зобов'язання.

Фінансовий актив — це:

— грошові кошти та їх еквіваленти;

— контракт, що надає право отримати грошові кошти або інший фінансовий актив від іншого підприємства;

— контракт, що надає право обмінятися фінансовими інструментами з іншим підприємством на потенційно вигідних умовах;

— інструмент власного капіталу іншого підприємства.

Фінансовий актив, призначений для перепродажу — це фінансовий актив, придбаний з метою подальшого продажу для отримання прибутку від короткотермінових змін його ціни та/або винагороди посередника.

Фінансові активи включають: грошові кошти, не обмежені для використання, та їх еквіваленти; дебіторську заборгованість, не призначену для перепродажу; фінансові інвестиції, що утримуються до погашення; фінансові активи, призначені для перепродажу; інші фінансові активи.

У Законі України «Про фінансові послуги та державне регулювання ринків фінансових послуг» [6] наведено більш коротке озна-

чення: **фінансові активи** — кошти, цінні папери, боргові зобов'язання та право вимоги боргу, що не віднесені до цінних паперів.

Тут необхідно пояснити ключову відмінність між фінансовими інструментами і фінансовими активами. У деяких економічних виданнях ці поняття іноді використовують як синоніми, що є некоректним.

З наведених вище означень стає зрозумілим, що грошові кошти та їх еквіваленти є фінансовими активами, але не є фінансовими інструментами. Тому купівля деяких фінансових активів не є інвестицією. Згідно із Податковим кодексом України [5] фінансовою інвестицією є придбання фінансових інструментів. Тобто саме фінансові інструменти є об'єктом інвестування.

Означення фінансових інструментів, надані у Законі України «Про цінні папери та фондовий ринок» та у Стандарті бухгалтерського обліку «Фінансові інструменти», суттєво різняться. В аспекті фінансових інвестицій ми будемо дотримуватися профільного законодавства — Закону України «Про цінні папери та фондовий ринок», який у цілому відповідає сучасним стандартам цивілізованого та розвиненого фінансового ринку.

Для порівняння з європейськими стандартами наведемо класифікацію фінансових інструментів за Директивою ЄС «Про ринки фінансових інструментів» [1]. У цій Директиві наведено такий перелік фінансових інструментів:

1. *Цінні папери, що підлягають обігу (Transferable Securities)* — означають ті види цінних паперів, за винятком засобів платежу, що можуть виступати предметом угоди на ринку капіталів:

- акції компаній та інші цінні папери, еквівалентні акціям, участі в капіталі тощо, та депозитарні розписки стосовно акцій;
- облігації та інші види боргових зобов'язань у формі цінних паперів, включаючи депозитарні розписки стосовно таких цінних паперів;
- будь-які інші цінні папери, що надають право на придбання чи продаж будь-яких цінних паперів, що підлягають обігу, або передбачають грошові розрахунки, пов'язані з цінними паперами, що підлягають обігу, валютою, відсотковою ставкою, доходністю, товарами, індексами або іншими вимірами.

2. *Інструменти грошового ринку (Money-market Instruments)* — означають ті види інструментів, якими зазвичай торгують на ринку грошових сурогатів, наприклад: казначейські векселі (*treasury bills*), депозитні сертифікати, короткострокові приватні боргові зобов'язання (векселі).

3. Цінні папери ICI.

4. *Похідні фінансові інструменти* (опціони, ф'ючерси, свопи, форвардні процентні угоди та будь-які інші деривативні контракти стосовно цінних паперів, валюти, відсоткових ставок, ставок дохідності, або інші деривативи стосовно фінансових індексів чи фінансових показників, розрахунки за якими може бути здійснено шляхом поставки чи грошима тощо).

Визначення фінансових інвестицій, яке міститься у Законі України «*Про цінні папери та фондовий ринок*», загалом відповідає цій класифікації.

Описавши основні об'єкти інвестування на фінансовому ринку, можна подати структуру фінансового ринку в розрізі видів фінансових ресурсів (інструментів) (рис. 1.2).

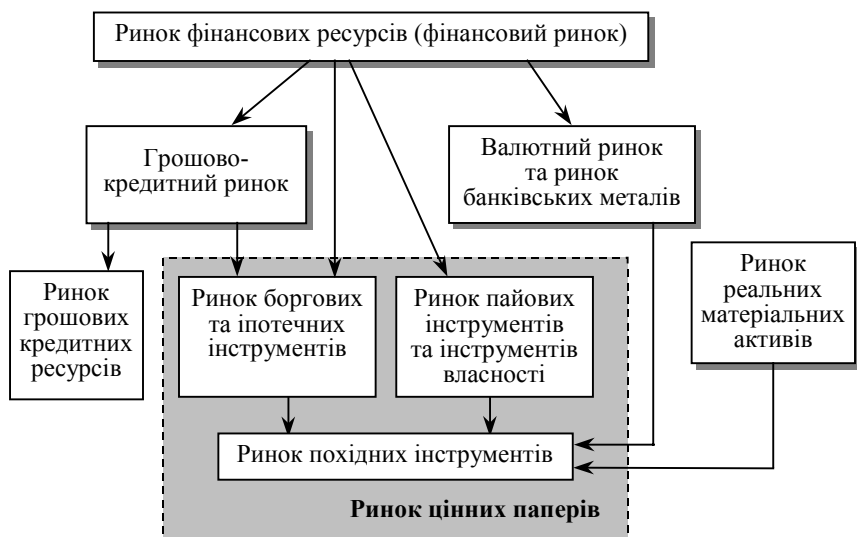


Рис. 1.2. Структура фінансового ринку

З рис. 1.2 видно, що **ринок фінансових ресурсів** інтегрує в собі кредитний та валютний ринки, а також ринок інструментів власності.

Часткою фінансового ринку, що охоплює відносини, пов'язані з цінними паперами, є **ринок цінних паперів (фондовий ринок)**. На ньому здійснюється емісія, розміщення, купівля-продаж цінних паперів та в результаті, шляхом урівноваження попиту і пропозиції, формується ринкова ціна на них. Фондовий ринок скла-

дається з ринків інструментів власності, боргових інструментів та похідних інструментів (деривативів). Отже, ринок цінних паперів охоплює частково як кредитні відносини, шляхом включення до своєї сфери ринку боргових інструментів, так і відносини співвласності, які виникають на ринку пайових інструментів. Особливе місце займають операції з похідними інструментами, які забезпечують взаємодію фондового ринку з ринком матеріальних активів та валютним ринком, що відображає в цілому характер обігу капіталів на фінансовому ринку.

Отже, **ринку похідних цінних паперів** обслуговує не лише такі сегменти *фінансового* ринку, як фондовий ринок (фондові деривативи) та валютний ринок (валютні деривативи), але й певні *товарні* ринки (товарні деривативи).

Висвітлюючи фінансовий ринок у розрізі об'єктів інвестування, необхідно детальніше зупинитися на основному сегменті фінансових інвестицій — ринку цінних паперів.

Тут варто зазначити, що в деяких випадках, коли інвестор не є професійним учасником фінансового ринку, але вкладає кошти в деяке підприємство, його інтерес спрямований на певні активи цього підприємства. При цьому цінні папери підприємства для нього є лише обраною юридичною формою документа, який підтверджує його права на ці активи. Проте ми розглядатимемо цінні папери не як частину певної фінансово-розрахункової схеми, а як самостійний *фінансовий інструмент*, що має власну, виокремлену ринкову вартість.

Отже, розглянемо ключові засади функціонування фондового ринку та основні дефініції щодо цінних паперів, як об'єктів інвестування.

1.4. Види цінних паперів та структура фондового ринку

У Законі України «Про цінні папери і фондовий ринок» указано, що **фондовий ринок (ринку цінних паперів)** — це сукупність учасників фондового ринку та правовідносин між ними щодо розміщення, обігу та обліку цінних паперів і похідних (деривативів).

Фондовий ринок поділяється на **первинний** та **вторинний**.

Первинний ринок цінних паперів — сукупність правовідносин, пов'язаних з розміщенням цінних паперів.

Вторинний ринок цінних паперів — сукупність правовідносин, пов'язаних з обігом цінних паперів.

Цінні папери — документи встановленої форми з відповідними реквізитами, що посвідчують грошові або інші майнові права, визначають взаємовідносини особи, яка їх розмістила (видала), і власника, та передбачають виконання зобов'язань згідно з умовами їх розміщення, а також можливість передачі прав, що випливають із цих документів, іншим особам.

Цінні папери за порядком їх розміщення (видачі) поділяють на **емісійні та неемісійні**.

Емісійні цінні папери — цінні папери, що посвідчують однакові права їх власників у межах одного випуску стосовно особи, яка бере на себе відповідні зобов'язання (емітент).

До емісійних цінних паперів належать:

- акції;
- облігації підприємств;
- облігації місцевих позик;
- державні облігації України;
- іпотечні сертифікати;
- іпотечні облігації;
- сертифікати фондів операцій з нерухомістю (сертифікати ФОН);
- інвестиційні сертифікати;
- казначейські зобов'язання України.

Цінні папери за формою існування поділяють на **документарні та бездокументарні**.

За формою випуску цінні папери можуть бути **на пред'явника, іменні або ордерні**.

Права, посвідчені цінним папером, належать:

- пред'явникові цінного папера (**цінний папір на пред'явника**);
- особі, зазначеній у цінному папері (**іменний цінний папір**);
- особі, зазначеній у цінному папері, яка може сама здійснити ці права або призначити своїм розпорядженням (наказом) іншу уповноважену особу (**ордерний цінний папір**).

В Україні відповідно до Закону «Про цінні папери і фондовий ринок» у цивільному обороті можуть бути такі групи цінних паперів:

1) пайові цінні папери — які посвідчують участь їх власника у статутному капіталі (крім інвестиційних сертифікатів), надають власнику право на участь в управлінні емітентом і отри-

мання частини прибутку, зокрема у вигляді дивідендів, а частини майна у разі ліквідації емітента. До пайових цінних паперів належать:

а) акція — іменний цінний папір, який посвідчує майнові права його власника (акціонера), що стосуються акціонерного товариства, включаючи право на отримання частини прибутку акціонерного товариства у вигляді дивідендів та право на отримання частини майна акціонерного товариства у разі його ліквідації, право на управління акціонерним товариством, а також немайнові права, передбачені Цивільним кодексом України та законом, що регулює питання створення, діяльності та припинення акціонерних товариств [8];

б) інвестиційний сертифікат — цінний папір, який розміщується інвестиційним фондом, інвестиційною компанією, компанією з управління активами пайового інвестиційного фонду, та посвідчує право власності інвестора на частку в інвестиційному фонді, взаємному фонді інвестиційної компанії та пайовому інвестиційному фонді [8];

в) сертифікат ФОН — цінний папір, що засвідчує право його власника на отримання доходу від інвестування в операції з нерухомістю [7];

2) боргові цінні папери — цінні папери, що посвідчують відносини позики і передбачають зобов'язання емітента сплатити у визначений строк кошти відповідно до зобов'язання. До боргових цінних паперів відносять:

а) облігації підприємств;

б) державні облігації України;

в) облігації місцевих позик (облігація) — цінний папір, що посвідчує внесення його власником грошей, визначає відносини позики між власником облігації та емітентом, підтверджує зобов'язання емітента повернути власникові облігації її номінальну вартість у передбачений умовами розміщення облігацій строк та виплатити дохід за облігацією, якщо інше не передбачено умовами розміщення [8];

г) казначейське зобов'язання України — державний цінний папір, що розміщується винятково на добровільних засадах серед фізичних осіб, посвідчує факт заборгованості Державного бюджету України перед власником казначейського зобов'язання України, дає власнику право на отримання грошового доходу та погашається відповідно до умов розміщення казначейських зобов'язань України [8];

г) ощадний (депозитний) сертифікат — цінний папір, який підтверджує суму вкладу, внесеного у банк, і права вкладника

(власника сертифіката) на одержання зі впливом встановленого строку суми вкладу та процентів, установлених сертифікатом, у банку, який його видав [8];

д) вексель — цінний папір, який посвідчує безумовне грошове зобов'язання векселедавця або його наказ третій особі сплатити після настання строку платежу визначену суму власнику векселя (векселедержателю) [8];

3) іпотечні цінні папери — цінні папери, випуск яких забезпечено іпотечним покриттям (іпотечним пулом) та які посвідчують право власників на отримання від емітента належних їм коштів. До іпотечних цінних паперів належать:

а) іпотечні облигації — облигації, виконання зобов'язань емітента за якими забезпечене іпотечним покриттям [4];

б) іпотечний сертифікат — іпотечний цінний папір, забезпечений іпотечними активами або іпотеками [3];

в) застава — це борговий цінний папір, який засвідчує безумовне право його власника на отримання від боржника виконання за основним зобов'язанням, за умови, що воно підлягає виконанню у грошовій формі, а в разі невиконання основного зобов'язання — право звернути стягнення на предмет іпотеки [9];

4) приватизаційні цінні папери — цінні папери, які посвідчують право власника на безоплатне одержання у процесі приватизації частки майна державних підприємств, державного житлового фонду, земельного фонду [8];

5) похідні цінні папери — цінні папери, механізм випуску та обігу яких пов'язаний із правом на придбання чи продаж протягом строку, встановленого договором, цінних паперів, інших фінансових та/або товарних ресурсів [8];

6) товаророзпорядчі цінні папери — цінні папери, які надають їхньому держателю право розпоряджатися майном, указаним у цих документах [8].

Отже, Закон України «Про цінні папери і фондовий ринок» виокремлює 6 груп цінних паперів. Однак, зауважимо, що, на нашу думку, приватизаційні та товаророзпорядчі цінні папери не є об'єктами інвестування, тож є фінансовими активами, але не є фінансовими інструментами. 4 групи, що залишилися, і формують основні сегменти фондового ринку.

На схемі, наведеній на рис. 1.2, боргові та іпотечні інструменти подано одним сегментом ринку, що пояснюється схожістю цих груп цінних паперів. Фактично обидві групи є борговими цінними паперами, одні з яких забезпечені іпотекою, а інші — ні.

Поділ фондового ринку на певні сегменти є досить умовним, а його результат залежить від цілей аналізу та прийнятої системи гіпотез. Якщо ж розглядати це питання ширше — у масштабах усієї фінансової системи, то можна дійти висновків, що в цілому всі сегменти фінансового ринку тісно взаємопов'язані між собою, а деякі фінансові інструменти взагалі мають відношення відразу до кількох сегментів ринку.

Наприклад, певні боргові цінні папери можна віднести або до *грошово-кредитної сфери* як розрахунково-кредитні засоби, або до *фондового ринку* як інвестиційні інструменти. Зазвичай такі короткострокові боргові цінні папери, як векселі, є, насамперед, засобами розрахунку, свого роду заміниками грошей, тому їх скоріше можна віднести до інструментів грошово-кредитної сфери. Облігації як більш довгострокові боргові зобов'язання слугують цілям інвестування коштів, тому їх уже відносять до інструментів фондового ринку.

Взаємозв'язок між грошово-кредитним та фондовим ринком (ринком цінних паперів) унаочнює рис. 1.3.

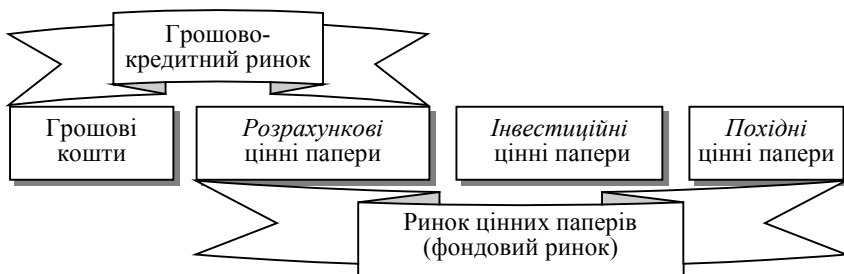


Рис. 1.3. Узгодження понять «грошово-кредитний ринок» і «ринку цінних паперів»

Отже, розвинений фондовий ринок передбачає існування багатьох видів цінних паперів, що відрізняються за своїми економічними властивостями. Деякі з цінних паперів можна віднести до окремого виду лише за правовими критеріями (правовим статусом емітента, юридичними особливостями оформлення зобов'язань тощо). Наприклад, у Законі України «Про цінні папери і фондовий ринок» дається загальне означення облігації, а потім наводяться три її види: облігації підприємств, державні облігації України та облігації місцевих позик. Зрозуміло, що виходячи з економічних властивостей, усі три види належать до облігацій,

але принципово різні емітенти цих боргових зобов'язань обумовлюють їх абсолютно різну надійність.

Якісний аналіз цінних паперів передбачає виокремлення їх основних характеристик та розбиття фондових інструментів на певні групи відповідно до обраних критеріїв класифікації.

В економічній літературі існує велика кількість різних класифікацій цінних паперів. Будь-яка класифікація досить умовна, оскільки все залежить від того, якій ознаці надається перевага і з погляду якого суб'єкта ринку розглядають ті чи інші цінні папери.

Класифікацію видів цінних паперів згідно з чинним українським законодавством наведено у табл. 1.1.

Таблиця 1.1

**КЛАСИФІКАЦІЯ ЦІННИХ ПАПЕРІВ ЗГІДНО
З ЧИННИМ УКРАЇНСЬКИМ ЗАКОНОДАВСТВОМ**

Критерій	Види	Приклади
За порядком розміщення	емісійні (закриті та відкриті емісії)	акції, облігації, іпотечні сертифікати, іпотечні облігації, сертифікати ФОН, інвестиційні сертифікати, казначейські зобов'язання
	неемісійні	векселі, депозитні сертифікати, заставні
За формою існування	документарні	державні облігації, казначейські зобов'язання, депозитні сертифікати на пред'явника, векселі
	бездокументарні	державні облігації, казначейські зобов'язання, іменні депозитні сертифікати
За формою випуску	на пред'явника	облігації, казначейські зобов'язання, депозитні сертифікати
	іменні	акції, облігації, казначейські зобов'язання, депозитні сертифікати
	ордерні	переказний вексель
За строком дії	Безстрокові	акції; іпотечні сертифікати
	Довгострокові (понад 5 років)	облігації, казначейські зобов'язання
	Середньострокові (від 1 до 5 років)	облігації, ноти, казначейські зобов'язання
	Короткострокові (до 1 року)	облігації, казначейські зобов'язання, векселі

Закінчення табл. 1.1

Критерій	Види	Приклади
Емітент	Юридичні особи	акції, облігації підприємств, іпотечні сертифікати, іпотечні облігації, сертифікати ФОН, інвестиційні сертифікати, векселі, депозитні сертифікати
	АРК або міські ради	облігації місцевих позик
	Держава	державні облігації, казначейські зобов'язання
За економічною природою	пайові	акції, інвестиційні сертифікати
	боргові	облігації підприємств, державні облігації України, облігації місцевих позик, казначейські зобов'язання України, ощадні (депозитні) сертифікати, векселі
	іпотечні	іпотечні облігації, іпотечні сертифікати, заставні, сертифікати ФОН;
	приватизаційні	приватизаційні майнові сертифікати, житлові чеки
	похідні	ф'ючерси, опціони, депозитарні розписки
	товаророзпорядчі	коносамент, варант, складські і вантажні свідоцтва
Мета випуску	фондові (інвестиційні)	акції, облігації, інвестиційні сертифікати
	комерційні (розрахункові)	короткострокові векселі, акредитиви
Фіксація дохідності	Із фіксованим доходом	привілейовані акції, купонні облігації
	Із плаваючою ставкою доходу	облігації з плаваючими відсотками
	Із доходом, що залежить від розміру прибутку	акції, інвестиційні сертифікати
За територією обігу	Внутрішні	усі цінні папери внутрішнього ринку
	Зовнішні	єврооблігації, євроноти, інші зовнішні займи

Зазначимо, що ця класифікація є дещо спрощеною і не претендує на абсолютну вичерпність. Її побудовано за класичними ознаками (критеріями класифікації), що за багато років склалися

у світовій практиці. Разом з тим в Україні деякі цінні папери набули нехарактерних їм за означенням властивостей, пов'язаних з особливостями їх обігу у специфічних вітчизняних економіко-правових умовах. Ми намагалися врахувати як класичні, так і специфічні властивості, що склалися саме у вітчизняній практиці.

Віднесення цінного папера до певної групи відповідно до наведених критеріїв класифікації на етапі *якісного аналізу* не є самоціллю, а є лише основою для адекватного *кількісного оцінювання* його основних ринкових параметрів (вартості, дохідності, надійності тощо).

Правильність наданих цінному паперу якісних характеристик можна перевірити, знаючи певні сполучення ознак.

Наприклад:

- усі комерційні (розрахункові) папери є борговими;
- проста акція може бути лише з негарантованим доходом (нефіксованими дивідендами);
- привілейована акція завжди іменна та з гарантованим доходом (фіксованими дивідендами);
- казначейський вексель завжди є дисконтним цінним папером;
- приватизаційні цінні папери завжди є іменними тощо.

В аспекті кількісного аналізу нас цікавитимуть насамперед ті ознаки цінних паперів, що впливатимуть на його інвестиційну якість. Наприклад, оцінюючи вартість акцій та облігацій, потрібно враховувати, що виплата дивідендів за акціями по суті є вічною рентою, а у купонної облігації термін купонних виплат обмежений строком дії цього зобов'язання. Отже, строк існування цінного папера стає важливою ознакою з погляду інвестиційної оцінки.

У цілому інвестиційний аналіз цінних паперів потребує досконалого володіння спеціальною термінологією та комплексом понять стосовно різних видів цінних паперів.

Основні терміни та поняття



Фінансовий ринок

Фінансова система

Інвестиційна діяльність

Суб'єкти інвестиційної діяльності

Інвестиції та їх класифікація

Об'єкти інвестування
Фінансові інструменти
Фінансові активи
Ринок цінних паперів (фондовий ринок)
Пайові цінні папери та їх види
Боргові цінні папери та їх види
Іпотечні цінні папери та їх види
Похідні цінні папери (деривативи)
Приватизаційні та товаророзпорядчі цінні папери
Грошово-кредитний ринок

Питання для самоконтролю



1. Роль та функції фінансової системи в аспекті фінансових інвестицій.
2. Фінансовий ринок через призму суб'єктів та об'єктів інвестування.
3. Поняття інвестиційної діяльності, її види та основні учасники.
4. Узагальнена класифікація інвестицій за різними ознаками.
5. Поняття та види фінансових інструментів.
6. Поняття та види фінансових активів.
7. Структура фінансового ринку в розрізі видів фінансових ресурсів.
8. Структура фондового ринку та класифікація цінних паперів.
9. Взаємозв'язок грошово-кредитного та фондового ринків.
10. Передумови інвестиційного аналізу цінних паперів.

Література для поглибленого вивчення



Основна

1. Директива Європейського Союзу «Про ринки фінансових інструментів» 2004/39/ЄС від 21.04.2004 р.
2. Закон України «Про інвестиційну діяльність» від 18.09.91 № 1560-XII.

3. Закон України «Про іпотечне кредитування, операції з консолидованим іпотечним боргом та іпотечні сертифікати» від 19.06.2003 р. № 979-IV.

4. Закон України «Про іпотечні облігації» від 22.12.2005 р. № 3273-IV.

5. Податковий кодекс України № 2755-VI від 2.12.2010 р. (зі змінами).

6. Закон України «Про фінансові послуги та державне регулювання ринків фінансових послуг» від 12.07.2001 р. № 2664-III.

7. Закон України «Про фінансово-кредитні механізми і управління майном при будівництві житла та операціях з нерухомістю» від 19.06.2003 р. № 978-IV.

8. Закон України «Про цінні папери та фондовий ринок» від 23.02.06 №3480-IV.

9. Положення про вимоги до стандартної (типової) форми бланка заставної. Затверджено Рішенням ДКЦПФРУ від 04.09.2003 р. № 363.

10. Положення (стандарт) бухгалтерського обліку 12 «Фінансові інвестиції». Затверджено наказом Міністерства фінансів України від 26.04.2000 р. № 91.

11. Положення (стандарт) бухгалтерського обліку 13 «Фінансові інструменти». Затверджено наказом Міністерства фінансів України від 30.11.01 № 559.

Додаткова

12. *Долінський Л. Б.* Фінансові обчислення та аналіз цінних паперів : навч. посіб. — К. : Майстер-Клас, 2005. — 192 с.

13. *Долінський Л. Б.* Фінансова математика : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 2009. — 265 с.

14. Інструменти та установи фінансового ринку : Енциклопедичний довідник / за ред. В. В. Фещенка. — К. : УАФР, 2007. — 504 с.

15. *Кравченко Ю. Я.* Ринок цінних паперів : навч. посіб. — К. : Дакор, КНТ, 2008. — 664 с.

16. *Лысенков Ю. М., Рымарук А. И., Педь И. В.* Энциклопедия фондового рынка. — Кн. 5. — Участники фондового рынка : функции, организация деятельности. — К. : «Вісник фондового ринку», 1998. — 288 с.

17. *Лысенков Ю., Римарук О., Музиченко О.* Фондовый рынок : терминологический словарь-справочник. — К. : Диалог-прес, 1997. — 266 с.

18. *Мертенс А. В.* Инвестиции : курс лекций по современной финансовой теории. — К. : Киев. инвестиционное агентство, 1997. — 416 с.

19. *Пересада А. А., Коваленко Ю. М.* Фінансові інвестиції. — К. : КНЕУ, 2006. — 728 с.

20. Портфельне інвестування : навч. посіб. / А. А. Пересада, О. Г. Шевченко, Ю. М. Коваленко, С. В. Урванцева. — К. : КНЕУ, 2004. — 408 с.

21. Словник-довідник фінансового ринку / за ред. В. В. Фещенка. — К. : УАФР, 2005. — 324 с.

22. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции: Пер. с англ. — М.: ИНФРА-М, 2003. — XII — 1028 с.

ОЦІНЮВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙ У ЦІННІ ПАПЕРИ НА ПІДГРУНТІ ІНСТРУМЕНТАРІЮ ФІНАНСОВОЇ МАТЕМАТИКИ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: поняття теперішньої та майбутньої вартості грошей, сутність операцій нарощування та дисконтування, сутність методик простих та складних процентів, поняття потоку платежів, фінансової ренти, анuitету;

— *уміти*: обчислювати теперішню та майбутню вартість грошей за методиками простих і складних процентів, визначати ефективні ставки дохідності з урахуванням темпу інфляції, розраховувати теперішню та майбутню вартість звичайного та авансового анuitетів.

2.1. Концепція вартості грошей у часі

У практиці фінансових розрахунків вартісні характеристики угод завжди так чи інакше пов'язані з конкретними моментами чи періодами часу. Для цього у контрактах фіксують відповідні терміни, дати, періодичність виплат тощо.

Вважається, що в будь-який момент часу на ринку існують деякі *альтернативні варіанти інвестування*, які гіпотетично мають забезпечувати інвестору певну дохідність. Отже, вклавши кошти сьогодні, з урахуванням наявних на ринку ставок дохідності, у майбутньому інвестор може отримати вже більшу суму. Тобто, певна сума грошей *сьогодні* завжди більша від такої самої суми в *майбутньому*. Причому це твердження залишається справедливим, навіть якщо не брати до уваги інфляцію та ризик неповернення коштів.

З другого боку, якщо час для інвестування був утрачений, то кажуть про *невикористані можливості* інвестора, які знаходять

своє кількісне відображення у певному знеціненні номінальної суми коштів, що була в нього на початку цього періоду часу.

Проблемі невикористаних можливостей інвестора приділяють багато уваги в теорії економічного ризику, стверджуючи, що ризики, які відчуває інвестор, пов'язані не лише з імовірними втратами або збитками, але й з недоотриманням можливого прибутку. Наївно вважати, що якщо особа не інвестує кошти, то вона не відчуває жодних інвестиційних ризиків, а отже, й не ризикує. Насправді в цей час вона перебуває під впливом *ризиків невикористаних можливостей*, втрачаючи потенційні доходи, тобто не виконуючи головної мети підприємницької діяльності — максимізації отриманих прибутків.

Таким чином, *концепція вартості грошей у часі* ґрунтується на тому, що вартість грошей з плином часу змінюється за рахунок існування на фінансовому ринку певної норми дохідності інвестицій.

Наприклад, існування альтернативної можливості інвестування, котра забезпечує дохід r відсотків за рік, означає, що одна грошова одиниця сьогодні через рік коштуватиме $1 \cdot (1 + r)$. Відповідно одна грошова одиниця, яку буде отримано через рік, станом на сьогодні коштуватиме лише $1 / (1 + r)$.

Принцип нерівноцінності однакових за номіналом сум грошей, що належать до різних моментів часу, відомий у фінансових науках як *ефект дисконтування*.

Існування в економіці одночасно різних альтернативних варіантів інвестування спричиняє те, що вкладені у конкретну фінансову угоду кошти могли б дати *альтернативний прибуток* у разі іншого застосування їх, і це треба враховувати. Наприклад, аналізуючи інвестиційний проект, усі витрати та надходження за цим проектом, що певним чином розміщені в часі, належить *привести до одного моменту часу*¹ з урахуванням обсягу втрачених *альтернативних прибутків* за цей період часу.

Отже, реальна цінність фінансових надходжень завжди залежатиме від моменту часу, в який вони будуть отримані. Наприклад, якщо можливий вибір із кількох варіантів інвестування з однаковими за обсягом доходами, то раціонально діючий інвестор завжди обере той варіант, котрий забезпечить найбільш швидке їх отримання.

¹ Зазвичай усі вартісні величини приводять до теперішнього моменту часу, оскільки людині завжди зручніше розглядати будь-які події станом «на сьогодні», бо оцінки, що отримані «колись, у майбутньому», є менш чіткими та зрозумілими.

Урахування концепції вартості грошей у часі у фінансових розрахунках зумовило появу понять *теперішньої* та *майбутньої* вартостей грошей.

Майбутня вартість грошей (*Future value, FV*) — це вартість інвестованої у теперішньому часі суми грошей, у яку вони перетворюються через певний період часу з урахуванням певної відсоткової ставки дохідності.

Майбутня вартість відомої теперішньої суми грошей C_{PV} — це величина, яку обчислюють за формулою:

$$FV(C_{PV}) = C_{PV} \cdot (1 + r), \quad (2.1)$$

де r — ставка нарощування (наявна на ринку норма дохідності).

Причому величину $(1 + r)$, що входить до складу формули (2.1), називають множником нарощування вартості.

Отже, майбутню вартість обчислюють за допомогою операції **нарощування** відомої початкової суми за відомою нормою дохідності, яку в цьому разі називають **ставкою нарощування**.

Теперішня вартість грошей (*Present value, PV*) — це вартість майбутніх грошових надходжень, приведених з урахуванням певної відсоткової ставки дохідності до теперішнього часу.

Теперішня вартість відомої майбутньої суми грошей C_{FV} — це величина, яку обчислюють за формулою:

$$PV(C_{FV}) = C_{FV} / (1 + r), \quad (2.2)$$

де r — ставка дисконтування (наявна на ринку норма дохідності).

Причому величину $1/(1 + r)$, що входить до складу формули (2.2), називають множником дисконтування (приведення) вартості.

Отже, величину теперішньої вартості обчислюють за допомогою операції **дисконтування** (приведення) відомої кінцевої суми за відомою нормою дохідності, яку в цьому разі називають **ставкою дисконтування**.

Зрозуміло, що процес *дисконтування* — це обернена операція до процесу *нарощування* вартості. Ці два процеси є базисом усіх фінансових обчислень, оскільки вони забезпечують адекватне порівняння вартісних характеристик фінансових угод з урахуванням чинника часу.

Саме операція **математичного дисконтування** (приведення до теперішнього часу вартісних величин) лежить в основі методів та моделей оцінки вартості цінних паперів, матеріальних активів та інших об'єктів інвестування.

Альтернативним варіантом розрахунку теперішньої вартості є операція **утримання** коштів. Вона є менш поширеною, ніж операція дисконтування, проте іноді застосовується на практиці у розрахунку сум боргових зобов'язань. Операція утримання коштів зазвичай передбачає, що боржник виплачує позичальнику комісійну винагороду (плату за користування кредитом) авансом, у момент отримання кредиту.

Операція утримання виконується за допомогою ставки дохідності d , яку називають **обліковою ставкою (темпом зниження)**.

Теперішню вартість відомої майбутньої суми грошей C_{FV} під час операції утримання коштів обчислюють за формулою

$$PV(C_{FV}) = C_{FV} \cdot (1 - d), \quad (2.3)$$

де d — ставка утримання (облікова ставка).

Причому величину $(1 - d)$, що входить до складу формули (2.3), називають множителем утримання вартості.

Зазначимо, що операція утримання має економічний сенс лише якщо облікова ставка (темп зниження) d є меншою ніж 100 %.

Розглянемо формули розрахунку теперішньої вартості (2.2) та (2.3) в аспекті ставок дохідності.

Позначивши початкову (вихідну) суму як PV , а кінцеву суму як FV , рівняння (2.2) можна записати так:

$$r = (FV - PV) / PV = FV / PV - 1. \quad (2.2')$$

Відповідно облікову ставку d можна виразити з рівняння (2.3). Згідно з уведеними раніше позначеннями маємо:

$$d = (FV - PV) / FV = 1 - PV / FV. \quad (2.3')$$

Порівнюючи отримані вирази (2.2') та (2.3'), робимо висновок, що за інших рівних умов обчислення облікової ставки d завжди даватиме нижчий результат щодо рівня дохідності операції, ніж обчислення ставки дисконтування r .

Зазначимо, що іноді у фінансовій літературі ставку дисконтування r називають **декурсивною**, а облікову ставку d — **антисипативною**.

Приклад 2.1.

Нехай відомими величинами є теперішня та майбутня вартості, а необхідно знайти норми дохідності цих операцій.

Маємо: $FV = 1000$ грн, $PV = 900$ грн.

Тоді з формули (2.2'): $r = 1000 / 900 - 1 \approx 0,111$ або 11,1 %.

Відповідно за формулою (2.3'): $d = 1 - 900 / 1000 = 0,1$ або 10 %.

Таким чином, ми бачимо, що облікова ставка є меншою за ставку дисконтування (ставку дохідності), отже, облікова ставка недооцінює реальну дохідність фінансової операції.

Зазначимо, що саме ставка дохідності r є більш загальноприйнятою та точніше відображає реальну дохідність фінансової операції.

2.2. Методика обчислень за правилом простих процентів

Досі ми вважали, що нарошення або дисконтування коштів відбувається лише одноразово або за одиничний період часу. У випадку, коли нарахування процентів відбувається не один раз, а з певною періодичністю, важливо знати *методику нарахування процентів*. Виокремлюють дві основні методики — ***простих процентів*** і ***складних процентів***, а також їх комбінації.

Розглянемо основні засади методики простих процентів.

Правило простих процентів (simple interest) зазвичай застосовують у *короткострокових* фінансових угодах (строк існування менший від одного року) та у випадках, коли проценти не додають до основної суми боргу, а періодично виплачують. Цей метод не передбачає *реінвестування*, а отже — й *капіталізації процентів*.

Сутність методу нарахування за простими процентами полягає в тому, що впродовж усього терміну дії фінансової угоди проценти нараховують лише на початкову суму.

Кінцева сума, тобто майбутня величина, котру одержить інвестор після всіх нарахувань, за правилом простих процентів дорівнює

$$FV = PV + PV \cdot r \cdot n = PV \cdot (1 + r \cdot n), \quad (2.4)$$

де FV — кінцева сума (майбутня величина); PV — початкова сума (теперішня величина), r — ставка дохідності, n — строк фінансової операції (кількість періодів нарахувань).

Вираз (2.4) є *формулою нарошення за простими процентами*, а величину $(1 + r \cdot n)$ називають *множником нарахування простих процентів*.

Зрозуміло, що при $n = 1$ вираз (2.4) збігатиметься з наведеною раніше формулою (2.1) для одноразового нарощення коштів.

Зазначимо, що для коректних обчислень за методом простих процентів величини r та n мають бути взаємоузгоджені (зведені до одних величин часу — років, місяців, днів тощо). Наприклад, коли r — річна ставка дохідності, то й величина n має бути в частках року.

Приклад 2.2.

Маємо: теперішня вартість $PV = 1000$ грн, ставка дохідності $r = 10\%$.

Тоді за правилом простих процентів (формула (2.4)) майбутня величина відомої теперішньої суми дорівнюватиме:

- ♦ $FV(1000) = 1000 + 100 = 1100$ грн, якщо $n = 1$;
- ♦ $FV(1000) = 1000 + 100 + 100 = 1200$ грн, якщо $n = 2$;
- ♦ $FV(1000) = 1000 + 100 \cdot 3 = 1300$ грн, якщо $n = 3$ і т. д.

Як бачимо, послідовність нарощених за правилом простих процентів сум становить *арифметичну прогресію*.

За простими процентами можна виконувати й обернену до нарощування операцію — *операцію дисконтування*:

$$PV = FV / (1 + r \cdot n). \quad (2.4')$$

Величину $1/(1 + r \cdot n)$ називають *множником дисконтування простих процентів*.

Зрозуміло, що при $n = 1$ вираз (2.4') збігатиметься з наведеною раніше формулою (2.2) для одноразового дисконтування коштів.

Зауважимо, що формули простих процентів пов'язують функціональною залежністю 4 параметри, отже, знаючи будь-які три з них, завжди можна знайти четверту, невідому величину.

Наприклад, у практиці фінансових розрахунків досить часто виникає задача оцінювання норми дохідності фінансової операції за відомих початкової та кінцевої вартості, а також строку угоди. Розв'язання у загальному вигляді рівняння (2.4) відносно ставки дохідності r дає нам такий результат:

$$r = \frac{FV - PV}{PV \cdot n}. \quad (2.5)$$

Тобто дохідність фінансової операції визначають як відношення нарощеної вартості до початкової суми з урахуванням фактору часу.

Розрахунки за методом простих процентів ускладнюються у випадках, коли строк угоди не дорівнює цілому числу періодів нарахування (років, кварталів, місяців тощо). У такому разі приведення параметрів фінансової операції до одних одиниць виміру передбачатиме вираження строку фінансової угоди n у частках року:

$$n = t / B,$$

де t — кількість днів, які залишилися до кінця фінансової операції; B — кількість днів у році (часова база розрахунків).

Тоді класичну формулу простих процентів (2.4) можна записати так:

$$FV = PV \cdot (1 + r \cdot t / B). \quad (2.11)$$

Розглянемо параметр B — так звану «*часову базу розрахунків*».

У фінансових обчисленнях застосовують два варіанти *часової бази розрахунків*:

- $B = 360$ днів (тобто вважають, що у році 12 місяців по 30 днів — так званий «*фінансовий рік*»);
- $B = 365$ або 366 днів (визначають точну кількість днів у році).

У першому випадку отримують так звані *комерційні проценти*, а в другому — *точні проценти*.

Нарощування за *точними процентами* (точне врахування часової бази), за інших рівних умов, завжди зумовлює менше зростання теперішньої вартості, ніж за *комерційними* процентами.

Крім того, оцінюючи тривалість угоди t , можна розглядати як *точну* кількість днів, так і *приблизну*, припустивши, що в кожному місяці по 30 днів.

Таким чином, мають економічний сенс та застосовуються на практиці три варіанти розрахунків за простими процентами:

- ACT / ACT або $365/365$ — *точні проценти з точною кількістю днів угоди*. Цей метод обчислень називають *математичним* методом. Його використовують, зокрема, банки Англії та США, тому іноді його ще називають *англійським підходом*.

- $ACT / 360$ або $365/360$ — *комерційні проценти з точною кількістю днів угоди*. Цей метод має назву *банківський метод*. Він поширений у Франції, Бельгії, Швейцарії, тому іноді його ще називають *французьким підходом*.

• $360/360$ — комерційні проценти з наближеною кількістю днів угоди. Він поширений у Німеччині, Швеції, Данії, тому іноді його ще називають *німецьким підходом*.

Четвертий варіант розрахунку з точними процентами та наближеною кількістю днів угоди не має економічного сенсу і тому його не застосовують.

Оскільки в більшості випадків *точна* кількість днів в угоді більша від *приблизної* (середня за рік кількість днів у місяці становить 30,5), то точне врахування кількості днів угоди за інших рівних умов зазвичай збільшує майбутню вартість. Тобто за *банківським (французьким) методом* нарощування вартості, як правило, відбувається швидше, ніж за *німецьким методом*. Крім того, за *банківським методом* вартість завжди нарощується швидше, ніж за *математичним (англійським) методом*.

Зрозуміло, що вибір методу обчислень часової бази простих процентів насамперед залежить від цілей цих обчислень. На нашу думку, доцільно застосовувати або математичний (англійський) метод, як найточніший, або німецький метод, як найпростіший.

Для обчислення тривалості фінансової операції використовують спеціальну довідкову таблицю, що містить порядкові номери днів у році.

2.3. Методика обчислень за правилом складних процентів

Практика сучасних економічних відносин свідчить, що на сьогодні серед існуючих методик нарахування коштів саме обчислення за правилом складних процентів є основою переважної більшості фінансових операцій.

Правило складних процентів (compound interest) зазвичай застосовують у середньо- та довгострокових фінансових угодах (строк існування більший від одного року), та у випадках, коли проценти не виплачують одразу після їх нарахування, а додають до основної суми боргу. Іншими словами, цей метод передбачає *реінвестування коштів та капіталізацію процентів*.

Сутність методу нарахування за складними процентами полягає в тому, що наприкінці кожного періоду до основної суми грошей додають нараховані проценти, й отримана таким чином сума грошей є висхідною для нарахування процентів у наступному періоді.

Отже, у разі *нарощування* за складними процентами база для нарахування в кожному наступному періоді змінюється, оскільки кожна наступна сума зростає ще й на частку від попередньої.

Формулу наращування за складними процентами записують так:

$$FV = PV \cdot (1 + r)^n. \quad (2.6)$$

Зрозуміло, що при $n = 1$ вираз (2.6) збігатиметься з наведеною раніше формулою (2.1) для одноразового нарощення коштів.

Не зайвим буде нагадати, що у формулі (2.6) для коректних обчислень за методом складних процентів величини r та n мають бути взаємоузгоджені (зведені до одних величин часу — років, місяців, днів тощо).

Величину $(1 + r)^n$, що входить до складу формули (2.6), називають *множником нарощування складних процентів*. Для визначення цих множників існують спеціальні довідкові фінансові таблиці.

Приклад 2.3.

Відомо: теперішня вартість $PV = 1000$ грн., ставка дохідності $r = 10\%$. Знайти майбутню вартість за правилом складних процентів.

За формулою (2.6) майбутня величина відомої теперішньої суми порівнюватиме:

- ♦ $FV(1000) = 1100$ грн., якщо $n = 1$;
- ♦ $FV(1000) = 1210$ грн, якщо $n = 2$;
- ♦ $FV(1000) = 1331$ грн, якщо $n = 3$ і т. д.

Як бачимо, послідовність нарощених за правилом складних процентів сум становлять *геометричну прогресію*.

Коли відома кінцева (майбутня) вартість, за правилом складних процентів можна обчислити приведену (теперішню) вартість, виконавши операцію *дисконтування* за такою формулою:

$$PV = FV / (1 + r)^n = FV \cdot (1 + r)^{-n}. \quad (2.6')$$

Величину $(1 + r)^{-n}$ називають *множником дисконтування складних процентів*. Для визначення цих множників також існують спеціальні довідкові фінансові таблиці.

Тепер оцінімо норму дохідності фінансової операції за відомих початкової та кінцевої вартості, а також строку угоди за використання правила складних процентів.

Розв'язання у загальному вигляді рівняння (2.6) відносно ставки дохідності r дає нам такий результат:

$$r = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1 = \left(\frac{FV}{PV} \right)^{1/n} - 1. \quad (2.7)$$

Зрозуміло, що при $n = 1$ вираз (2.7) збігатиметься з наведеною раніше формулою (2.2').

У практиці фінансових розрахунків часто трапляються ситуації, коли за фіксованого загального строку угоди n змінюється кількість періодів нарахувань коштів. Наприклад, за банківським депозитом указується *річна* ставка складних процентів r , а нарахування здійснюють щомісяця чи щокварталу тощо.

Отже, у деяких фінансових угодах капіталізація (нарахування) процентів відбувається m разів однаковими частками через однакові проміжки часу протягом кожного періоду часу t ($t = 1, \dots, n$).

У такому разі класична формула складних процентів (2.6) набуде вигляду:

$$FV = PV \cdot (1 + r/m)^{n \cdot m},$$

де n — загальний строк угоди (кількість років чи інших періодів часу); m — кількість нарахувань процентів протягом одного періоду часу.

У фінансових обчисленнях за правилом складних процентів для врахування *ефекту реінвестування*, у випадках, коли протягом одного періоду часу відбувається декілька нарахувань процентів, вводять поняття *ефективної* ставки дохідності.

Ефективна ставка r_e визначає, яку річну ставку складних процентів належить установити, щоб отримати такий самий фінансовий результат, як і за m -разового нарахування процентів за рік за ставкою r/m .

Отже, за однакових початкових та кінцевих сум для визначення залежностей між номінальною та ефективною ставками скла-

дних процентів, порівнявши відповідні множники нарощування, можна записати таке рівняння:

$$(1 + r_e)^n = (1 + r/m)^{n \cdot m},$$

звідки ефективна ставка складних процентів:

$$r_e = (1 + r/m)^m - 1. \quad (2.8)$$

Зауважимо, що коли $m > 1$, то ефективна ставка більша за номінальну, причому, чим більша величина m (чим частіше нараховують), тим вищою є ефективна ставка дохідності, а отже, тим швидше відбувається процес нарощування.

Зрозуміло, що граничним випадком є ситуація, коли період нарахування складного процента вважають *нескінченно малим*.

Неперервна складна ставка дохідності — це така ефективна ставка дохідності, за якою проценти виплачують та реінвестують *неперервно*, тобто кількість періодів нарахувань процентів прямує до нескінченності.

За умови, що кількість нарахувань m прямує до нескінченності, можна записати такий вираз стосовно множника нарощування складних процентів:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (1 + r/m)^m = e^r, \quad (2.9)$$

де e — *експонента*, основа натурального логарифма: $e = 2,718281\dots$

З урахуванням властивості (2.9), для неперервних складних процентів формула (2.6) набуде вигляду:

$$FV = PV \cdot e^{r \cdot n}.$$

Отже, незалежно від тривалості фінансової угоди n , частоти нарахувань процентів m та номінальної ставки дохідності r множник нарощування складних процентів ніколи не перевищуватиме величину $e^{r \cdot n}$. Причому, у разі неперервного способу нарахування складних процентів рівняння оцінки майбутньої вартості є **експоненціальною** функцією.

Порівнюючи правила простих та складних процентів, необхідно розглянути питання порівняння темпів зростання вартості за застосування цих методик.

Графічну ілюстрацію співвідношення множників нарощування вартості простих та складних процентів наведено на рис. 2.1.

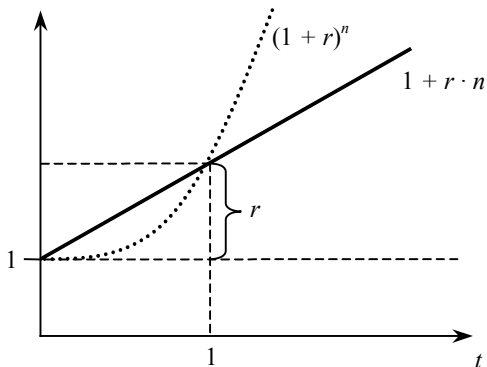


Рис. 2.1. «Графік множників нарощування вартості за правилами простих та складних процентів»

З рис. 2.1 видно, що на проміжку $t \in (0; 1)$ більшими є значення функції множника нарощування простих процентів, а на проміжку $t \in (1; n)$, навпаки — значення функції, що відповідає правилу складних процентів. Графіки функцій множників нарощування перетинаються лише один раз при $t = 1$. Тобто еквівалентність (рівність) множників нарощування простих та складних процентів, за умов однакових параметрів r та n , досягається лише за одноразового нарощування коштів.

Оскільки у комерційних розрахунках тип множників нарощування зазвичай вибирають згідно з принципами максимізації прибутку, то існує правило: у короткострокових фінансових угодах (строк менший за 1 рік) нарощування краще здійснювати за простими процентами, а у довгострокових — за складними процентами.

2.4. Урахування темпів інфляції у ставках дохідності

Розглядаючи норму дохідності, що її потребує інвестор від того чи іншого об'єкта інвестування, необхідно враховувати й зовнішні щодо цього об'єкта чинники, пов'язані з економічним середовищем. Один з основних макроекономічних чинників, що впливає майже на всі варіанти інвестування, — це *інфляція*.

Зрозуміло, що середньоринкова дохідність опосередковано враховує очікувані суб'єктами ринку (прогнозовані) темпи інфляції. На жаль, у реальному житті трапляються так звані *непередбачувані інфляційні збурення*, які у середньоринковій нормі дохідності не враховано.

Таким чином, норму дохідності (ставку дисконтування), використовувану в попередніх розрахунках, називають *номінальною*, оскільки вона не враховує непередбачуваних (випадкових) інфляційних збурень. Знаючи номінальну ставку дохідності та темп інфляції, можна знайти *реальну* (що враховує темп інфляції) дохідність фінансової операції.

Введемо такі позначення: r_p — *реальна* річна ставка дисконтування; π — річний темп інфляції; r — *номінальна* (звичайна) ставка дисконтування в річному вираженні.

Інфляція зменшує реальну ставку дисконтування, оскільки за темпу інфляції π відсотків за рік один і той самий набір товарів у середньому коштує в кінці року в $(1 + \pi)$ разів більше, ніж на початку року.

Отже, одна грошова одиниця зростає за рік у $(1 + r)$ разів, але її купівельна спроможність при цьому зменшується у $(1 + \pi)$ разів за рахунок інфляції.

Тобто ситуацію через рік, згідно з уведеними раніше позначеннями, можна записати так:

$$1 + r_p = (1 + r) / (1 + \pi).$$

У результаті перетворень отримуємо кінцевий вираз для оцінки *реальної* (виміряної в постійних цінах) ставки дисконтування:

$$r_p = \frac{r - \pi}{1 + \pi}.$$

Це рівняння отримало назву *модель Фішера*.

За невеликих темпів інфляції іноді використовують наближений (спрощений) варіант цього рівняння:

$$r_p \cong r - \pi.$$

Звідси випливає, що за нестабільної економічної ситуації на фінансовому ринку існує *ризик недостатньої реальної дохідності інвестицій*, оскільки в цьому разі темпи інфляції можуть перевищувати номінальну дохідність капіталовкладень.

Приклад 2.4.

Ставка дохідності за депозитом у комерційному банку становить 15 % річних. Знайти реальну річну дохідність вкладника банку, якщо річний темп інфляції становить 12 %.

За моделлю Фішера маємо: $(0,15 - 0,12) / 1,12 \approx 2,68$ % річних.

Використання наближеної формули дає більш оптимістичний результат — 3 % річних.

Отже, за темпу інфляції у 12 % річних реальна норма дохідності, отримана вкладником, є досить низькою.

Говорячи про вплив інфляції на дохідність фінансових інструментів, треба усвідомити, що інвестори не знають, якою буде інфляція і, відповідно, *реальна* дохідність інвестицій. Фактичний рівень (темп) інфляції за певний період можна подавати як суму двох величин — компоненти *очікуваної* інфляції π_e та компоненти *неочікуваної* інфляції π_u , що характеризує помилку прогнозу учасників ринку:

$$\pi = \pi_e + \pi_u.$$

Зазначимо, що прогнозування темпів інфляції — це досить важкий, складний та трудомісткий процес, причому він значною мірою залежить від багатьох непередбачуваних (імовірнісних) чинників. В умовах значного коливання курсу національної грошової одиниці доцільним є його «прив'язка» до курсу стабільної, вільноконвертованої валюти. Оцінка дохідності в такій валюті дає змогу майже позбавитися впливу чинника внутрішньої для країни інфляції.

2.5. Основні поняття та класифікація фінансових рент

Сучасні фінансово-кредитні розрахунки часто передбачають не окремі платежі, а їх певну послідовність, тобто — *потоки платежів* у часі.

Потік платежів (*cash flows stream*) — це послідовність (ряд) платежів у часі із зазначанням їх величин та знаків, а також моментів часу, у які їх здійснюють.

Окремий елемент такого ряду платежів — це **член потоку** (*cash flow*)¹. Якщо такий окремий платіж має знак «плюс» — це *приплив (надходження)* коштів, а знак «мінус» — *вилучення (виплата)* коштів.

Отже, кожний грошовий потік задається двома параметрами:

- вартісними величинами (абсолютними розмірами послідовних платежів із зазначенням знаків «плюс» чи «мінус»);
- часовими характеристиками (послідовністю дат або термінів платежів).

Основними вартісними оцінками потоку платежів є дві його характеристики:

- *початкова (теперішня) величина грошового потоку*;
- *кінцева (майбутня) величина грошового потоку*.

Зазначимо, що початкову вартість потоку можна знайти для будь-якого потоку платежів, а кінцеву вартість лише у разі, якщо потік *скінченний* щодо кількості платежів у часі.

У практичній діяльності зазвичай оперують грошовими потоками з певними стандартизованими параметрами — з однаковими проміжками часу між платежами, однаковими розмірами платежів, однаковим знаком (або лише виплати, або лише надходження коштів) і т. ін.

Регулярні, періодичні платежі, що мають однакову фінансову направленість (вилучення або приплив коштів), описують за допомогою поняття **фінансової ренти**.

Фінансова рента — потік послідовних *додатних* платежів, здійснюваних через *однакові проміжки часу*.

Річну ренту (ренту, за якою платежі здійснюють *щорічно*) називають **ануїтетом**.

Кожна рента описується такими основними параметрами:

- *член ренти* — величина кожного окремого платежу;
- *період ренти* — проміжок часу між двома послідовними платежами;
- *строк (термін) ренти* — час від початку першого періоду ренти до кінця останнього періоду.

Крім того, для оцінки вартісних характеристик ренти необхідно задати ставку дохідності r , яку використовують у разі нарошування або дисконтування платежів, з яких складається рента.

Для окремих видів рент ще необхідно вказати додаткові умови та параметри, зокрема:

¹ У деяких економічних виданнях не розрізняють терміни «потік платежів» та «член потоку платежів» (окремий платіж), використовуючи англomовний термін *cash flow* для позначення потоку платежів.

- кількість платежів у році;
- спосіб та частота нарахування відсотків тощо.

Основними вартісними оцінками будь-якої скінченної фінансової ренти є дві її характеристики:

- *нарощена (кінцева) величина ренти S* — це сума всіх членів ренти з нарахованими на них відсотками на кінець терміну її існування (на дату останнього платежу).

- *теперішня (початкова) величина ренти A* — це сума всіх членів ренти, дисконтованих на початок терміну її існування.

У практичній діяльності застосовують різні за своїми умовами ренти. Класифікацію видів фінансових рент наведено в табл. 2.1.

Зрозуміло, що представлена в табл. 2.1 класифікація не претендує на абсолютну вичерпність, оскільки в ній наведені лише найбільш поширені у реальних фінансових розрахунках різновиди рент.

Таблиця 2.1

УЗАГАЛЬНЕНА КЛАСИФІКАЦІЯ ФІНАНСОВИХ РЕНТ

Ознака класифікації	Вид ренти
Періодичність платежів	Річні (платіж один раз на рік); p — термінові (p платежів за рік)
Частота платежів	Дискретні; Неперервні
Величина членів ренти	Постійні (з однаковими членами); змінні (з різними членами)
Кількість членів	Обмежені (зі скінченною кількістю членів); необмежені (вічні)
Обов'язковість платежу	Умовні (кількість членів наперед невідома, оплачуються згідно з умовою); безумовні, правильні (обов'язково оплачуються)
Момент платежу	Звичайні — <i>постнумерандо</i> (платіж наприкінці періоду); авансові — <i>пренумерандо</i> (платіж на початку періоду)

Використовуючи ці ознаки класифікації, можна виконати якісний аналіз та дати характеристику певним потокам платежів. Наприклад, виплата дивідендів за простими акціями — це *умовна, вічна рента постнумерандо*.

Нижче будуть розглянуті основні види фінансових рент.

2.5.1. Річна рента постнумерандо (звичайний ануїтет)

Річна рента постнумерандо або, іншими словами, звичайний ануїтет передбачає, що всі *додатні, періодичні* платежі цього грошового потоку здійснюють *наприкінці* року. Досить часто при цьому, ще й розміри періодичних платежів є *однаковими (рівними)*, тобто рента є *постійною*.

Постійну скінченну річну ренту постнумерандо з параметрами $\{R, n, r\}$ з погляду розташування платежів у часі графічно відображено на рис. 2.2.

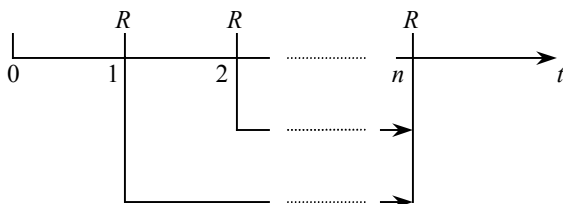


Рис. 2.2. Нарощування звичайного ануїтету у часі

На рис. 2.2 показано, що розмір періодичних платежів $R = \text{const}$, платіж у початковий (нульовий) момент часу не здійснюють, платежі надходять наприкінці періодів з 1-го по останній (n -й).

Для того щоб знайти нарощену величину такої ренти, ми повинні всі періодичні платежі привести (наростити) до останнього періоду часу з урахуванням ставки r . Тоді нарощена сума n членів звичайного ануїтету становитиме:

$$S = R + R \cdot (1 + r) + R \cdot (1 + r)^2 + \dots + R \cdot (1 + r)^{n-1}. \quad (2.10)$$

Числова послідовність (2.10) є сумою геометричної прогресії з першим членом, що дорівнює R , та темпом росту $(1 + r)$, тому цей вираз можна скоротити так:

$$S = \frac{R}{r} \cdot ((1 + r)^n - 1). \quad (2.10')$$

Величину $((1 + r)^n - 1)/r$, яка входить до складу рівняння (2.10'), називають *множником нарощування звичайного ануїтету (Future Value Interest Factor Annuities, FVIFA)*.

Тепер розглянемо основні засади оцінювання початкової (дисконтованої) вартості звичайного ануїтету. Операцію дисконтування постійної скінченної річної ренти постнумерандо ілюструє рис. 2.3.

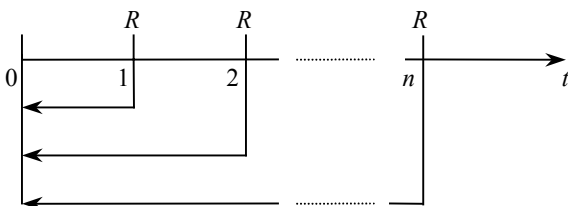


Рис. 2.3. Дисконтування звичайного ануїтету у часі

Згідно з наведеною на рис. 2.3 схемою, приведена (дисконтована) сума n членів звичайного ануїтету становитиме:

$$A = R/(1+r) + R/(1+r)^2 + \dots + R/(1+r)^n = S/(1+r)^n. \quad (2.11)$$

Підставивши вираз (2.10') у рівняння (2.11), отримаємо:

$$A = \frac{R \cdot ((1+r)^n - 1)}{r \cdot (1+r)^n} = \frac{R}{r} \cdot (1 - (1+r)^{-n}). \quad (2.11')$$

Величину $(1 - (1+r)^{-n})/r$, яка входить до складу рівняння (2.11'), називають *множником дисконтування звичайного ануїтету* (*Present Value Interest Factor Annuities, PVIFA*).

Для множників нарощування та дисконтування звичайних ануїтетів існують спеціальні довідкові *фінансові таблиці*.

Тепер розв'яжемо рівняння (2.10') і (2.11') відносно величини щорічного платежу R .

За відомої кінцевої величини звичайного ануїтету маємо:

$$R = \frac{S \cdot r}{(1+r)^n - 1}. \quad (2.10'')$$

Відповідно, за відомої початкової величини звичайного ануїтету отримаємо:

$$R = \frac{A \cdot r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{A \cdot r}{1 - (1+r)^{-n}}. \quad (2.11'')$$

Отримані вирази дозволяють оцінити необхідну величину щорічного платежу та дозволяють коригувати цю величину залежно від строку, початкової або кінцевої вартості, ставки дохідності.

2.5.2. Нескінченна рента постнумерандо (перпетуїтет)

Розглядаючи ренти постнумерандо, необхідно окремо зупинитися на так званій *вічній (нескінченній) ренти*.

Нескінченна рента (перпетуїтет) — це рента, послідовність платежів за якою нескінченна, тобто вважається що така рента буде виплачуватися необмежено довго.

Аналіз рівнянь (2.10') і (2.11') за умов, що $n \rightarrow \infty$, дає змогу зробити висновки стосовно вартісних характеристик перпетуїтету.

Нарощена величина S нескінченної ренти теж прямує до нескінченності, а теперішню величину нескінченної ренти знаходять так:

$$A = R/r.$$

З цього виразу випливає, що теперішня вартість нескінченної ренти залежить лише від розміру щорічного платежу та річної ставки дохідності. Причому робиться дуже сильне припущення, що ринкова дохідність r із плином часу залишається незмінною.

2.5.3. Річна рента пренумерандо (авансовий ануїтет)

Річна рента пренумерандо або, іншими словами, авансовий ануїтет передбачає, що всі *додатні, періодичні* платежі цього грошового потоку, на відміну від звичайних рент (постнумерандо), здійснюються не наприкінці, а *на початку* року (авансом).

Постійну скінченну річну ренту пренумерандо з параметрами $\{R, n, r\}$ з погляду розташування платежів у часі графічно відображено на рис. 2.4.

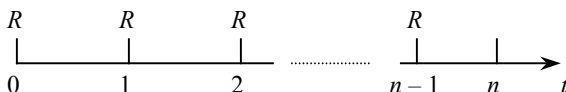


Рис. 2.4. Постійна скінченна річна рента пренумерандо

На рис. 2.4 показано, що розмір періодичних платежів $R = \text{const}$, перший платіж здійснюють у початковий (нульовий) момент часу, платежі надходять на початку періодів, тобто в останній (n -й) момент часу платіж не здійснюють.

Згідно з уведеними раніше позначеннями, запишемо вираз для нарощеної суми n членів авансового ануїтету:

$$S = R \cdot (1+r) + R \cdot (1+r)^2 + \dots + R \cdot (1+r)^n. \quad (2.12)$$

Порівнявши вирази (2.10) та (2.12), можна вивести таке співвідношення нарощених сум для звичайних та авансових рент:

$$S_{pre} = S_{post} \cdot (1+r), \quad (2.13)$$

де S_{pre} — нарощена сума ренти пренумерандо, S_{post} — нарощена сума ренти постнумерандо.

З рівняння (2.13) випливає, що для авансового ануїтету, з погляду нарахування процентів, кожний член ренти «спрацьовує» на один раз більше, ніж для звичайного ануїтету.

Урахувавши властивість (2.13) у формулі (2.10'), можна записати таке рівняння для знаходження нарощеної вартості авансового ануїтету:

$$S_{pre} = \frac{R}{r} \cdot ((1+r)^n - 1) \cdot (1+r). \quad (2.12')$$

Тепер розглянемо питання оцінювання теперішньої вартості авансового ануїтету. Згідно з наведеною на рис. 2.4 схемою, приведена (дисконтована) сума n членів скінченної ренти пренумерандо становитиме:

$$A_{pre} = R + R/(1+r)^2 + \dots + R/(1+r)^{n-1}. \quad (2.14)$$

Зрозуміло, що для авансових рент, так само як і для інших видів рент, можна записати таке:

$$A_{pre} = S_{pre} / (1+r)^n.$$

Цей вираз пов'язує між собою теперішню та кінцеву вартість авансового ануїтету.

Для визначення теперішньої вартості авансового ануїтету за відомої теперішньої вартості звичайного ануїтету, за аналогією з (2.13), можна записати таке співвідношення:

$$A_{pre} = A_{post} \cdot (1+r). \quad (2.15)$$

Урахувавши властивість (2.15) у формулі (2.11'), можна записати таке рівняння для знаходження теперішньої вартості авансового ануїтету:

$$A_{pre} = \frac{R \cdot ((1+r)^n - 1)}{r \cdot (1+r)^{n-1}} = \frac{R}{r} \cdot (1 - (1+r)^{-n}) \cdot (1+r). \quad (2.16')$$

Отримані кінцеві вирази (2.12') та (2.16') є досить громіздкими, проте за наявності довідкових фінансових таблиць множників звичайних ануїтетів, для обчислення нарощеної та приведенної вартості авансового ануїтету значення з фінансової таблиці достатньо помножити на $(1+r)$.

Наприкінці маємо зазначити, що обсяги розділу не дозволяють докладно висвітлити весь інструментарій фінансової математики, тому в досить стислій формі викладено лише той матеріал, який у наступних розділах буде застосований для оцінювання фінансових інвестицій. Більш докладно з фінансовою математикою можна ознайомитись у відповідних працях [1—3, 6]. Використання апарату фінансової математики для розв'язання прикладних задач оцінювання цінних паперів також розглянуто у класичних підручниках [4—5].

Основні терміни та поняття



Ризик невикористаних можливостей
 Теперішня та майбутня вартості грошей
 Операції нарощування та дисконтування
 Ставка нарощування та ставка дисконтування
 Правило простих процентів
 Множник дисконтування простих процентів
 Часова база розрахунків
 Комерційні та точні проценти
 Правило складних процентів
 Множники нарощування та дисконтування складних процентів
 Довідкові фінансові таблиці
 Номінальна та ефективна ставки
 Номінальна та реальна ставка дохідності

Модель Фішера
Потік платежів
Фінансова рента
Ануїтет
Ренти постнумерандо та пренумерандо
Вічна річна рента (перпетуїтет)

Питання для самоконтролю



1. Сутність концепції вартості грошей у часі.
2. Поняття альтернативних варіантів інвестування та врахування ризику невикористаних можливостей.
3. Сутність операцій нарощування та дисконтування коштів. Поняття теперішньої та майбутньої вартості грошей.
4. Поясніть методику нарахування простих процентів. Наведіть числовий приклад обчислень за правилом простих процентів.
5. Поясніть методику нарахування складних процентів. Наведіть числовий приклад обчислень за правилом складних процентів.
6. Наведіть рівняння взаємозв'язку між номінальними та ефективними ставками складних процентів. Поясніть сутність неперервної складної ставки дохідності.
7. Виведіть рівняння Фішера та проаналізуйте взаємозв'язок між номінальними та реальними ставками дохідності у загальному вигляді.
8. Поясніть відмінності між поняттями потоку платежів, фінансової ренти, ануїтету.
9. Узагальнена класифікація фінансових рент.
10. Наведіть формули теперішньої та майбутньої вартості звичайного ануїтету.
11. Наведіть формули взаємозв'язку вартісних величин звичайного та авансового ануїтету.
12. Запишіть формулу теперішньої вартості вічної ренти та наведіть приклад її застосування.



Основна

1. *Долінський Л. Б.* Фінансові обчислення та аналіз цінних паперів : навч. посіб. — К. : Майстер-Клас, 2005. — 192 с.
2. *Долінський Л. Б.* Фінансова математика : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 2009. — 265 с.

Додаткова

3. *Малыхин В. И.* Финансовая математика : учеб. пособие для вузов. — 2-е изд., перераб и доп. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. — 237 с.
4. *Мертенс А. В.* Инвестиции : курс лекций по современной финансовой теории. — К. : Киев. инвестиционное агентство, 1997. — 416 с.
5. *Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж.* Инвестиции : пер. с англ. — М. : ИНФРА-М, 2003. — XII — 1028 с.
6. *Четыркин Е. М.* Финансовая математика : учеб. пособ. — 4-е изд. — М. : Дело, 2004. — 400 с.

ОСНОВНІ ЗАСАДИ ІНВЕСТИЦІЙНОГО АНАЛІЗУ ІНСТРУМЕНТІВ ФІНАНСОВОГО РИНКУ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: поняття справедливої ринкової вартості та основних видів вартості цінних паперів, сутність основних методичних підходів до оцінки цінних паперів; поняття мінімально привабливої ставки дохідності; сутність основних методів та моделей оцінювання норми дохідності; поняття ліквідності та ліквідаційної вартості, поняття невизначеності, ризику, дефолту;

— *уміти*: обчислювати норму дохідності фінансових інвестицій за методом кумулятивної побудови, моделлю оцінки капітальних активів, моделлю арбітражного ціноутворення, моделлю середньозваженої вартості капіталу; визначати коефіцієнт чутливості «бета» та інтерпретувати отримані значення; побудувати типовий алгоритм ризик-менеджменту фінансової операції.

3.1. Оцінювання інвестиційної вартості цінних паперів

Інвестиційна вартість є грошовим еквівалентом *цінності* об'єкта для його потенційного покупця (інвестора). Стосовно фінансових інструментів, їхня цінність визначається двома основними параметрами — безпосередньо *інвестиційними властивостями* (дохідність, ліквідність, надійність тощо) та *управлінськими можливостями*, що надають ці фінансові інвестиції.

Наприклад, вартість акцій, що входять у контрольний пакет, який надає право управління відповідним акціонерним товариством.

вом, може бути суттєво вищою за вартість таких самих акцій, що входять до міноритарного пакета. Цей надлишок вартості описують поняттям надбавки (премії) за контроль. Зрозуміло, що він утворюється саме завдяки управлінським можливостям зазначених цінних паперів.

Загалом оцінювання фінансових інструментів неможливе без чіткого усвідомлення двох суттєвих моментів, від яких залежатимуть методи та моделі оцінювання:

- вид та тип цінного папера, що аналізується, його правові особливості;

- цілі проведення аналізу та інвестиційні характеристики цінного папера (дохідність, ризикованість, ліквідність тощо), визначальні в його аналізі.

Розвинений фінансовий ринок передбачає існування багатьох видів цінних паперів, що відрізняються за своїми економіко-правовими властивостями. Тому, оцінюючи вартість тих чи інших цінних паперів, необхідно спочатку визначити, який саме вид цінних паперів аналізується, оскільки модель оцінки залежатиме від типу, виду та специфічних властивостей конкретного цінного папера. Вартість, дохідність, ризикованість та інші ринкові характеристики цінних паперів залежать від їх економічної природи, тому значно відрізняються у пайових, боргових та похідних фінансових інструментах. Помилка у класифікації цінних паперів (наприклад, неправильне визначення строку існування чи методу отримання доходу) може дорого коштувати.

Крім того, оцінюючи вартість цінних паперів, необхідно враховувати тісний взаємозв'язок між їх вартістю та іншими інвестиційними характеристиками, зокрема, дохідністю, ризикованістю (надійністю), ліквідністю. Вартість неможна розглядати відокремлено від інших ринкових характеристик, оскільки з погляду інвестиційної оцінки всі ці параметри цінного папера є рівноправними та взаємозалежними. Зазвичай оцінювання вартості ґрунтується на попередньому визначенні норми ринкової дохідності альтернативних варіантів інвестування з подібним ступенем ризику, ліквідності та строку інвестування.

Активний фондовий ринок має забезпечувати ефективний перерозподіл коштів між різними об'єктами інвестування. На ринку постійно аналізують відповідність ціни активу його дохідності. Інструменти, що не можуть забезпечити сподівану дохідність, падають у ціні, а надприбуткові активи, навпаки, зростають у ціні.

Зазначимо, що у співвідношенні «ризик — дохідність», що справляє значний вплив на ринкову вартість цінного папера, за-

лежно від прийнятої інвестиційної стратегії, різні складові можуть бути визначальними в оцінці цінного папера.

Також не завжди однозначними є економіко-правові наслідки, що впливають з певного цінного папера. Наприклад, такий фінансовий інструмент, як вексель, є борговим зобов'язанням, стосовно якого діють спеціальні норми вексельного права, що суттєво підвищує його надійність. Векселі виписують у строго встановленій формі, з дотриманням вимог щодо обов'язкових реквізитів. Вексельний документ, оформлений не належним чином, не є векселем, а стає звичайною борговою розпискою, яка матиме меншу цінність та вимагатиме інших методів оцінювання.

З другого боку, оціночна вартість об'єкта інвестування залежатиме від типу інвестора та його кінцевих цілей. Наприклад, характерною рисою спекулятивного характеру інвестиційної угоди зазвичай є спроби покупця отримати якнайнижчу ціну, з перспективою на майбутній перепродаж активу. Проте стратегічний інвестор, зацікавлений у довгострокових інвестиціях, може за інших рівних умов запропонувати більшу ціну.

Відомий вітчизняний економіст О. Г. Мендрул у книзі [14, с. 13] наголошує, що інвестиційну вартість визначають у конкретних умовах з урахуванням мети та результативності інвестування. Інвестиційна вартість є вартістю для персоніфікованого інвестора за певних критеріїв і цілей капіталовкладень. Вона є суб'єктивним поняттям і її величина є різною для різних інвесторів, оскільки останні мають індивідуалізовані наміри щодо використання інвестиційних механізмів.

Отже, комплексний інвестиційний аналіз цінних паперів має включати не лише кількісне оцінювання, але й ретельно проведений якісний аналіз. Неправильний вибір передумов інвестиційного аналізу, його висхідних величин та прийнятої системи гіпотез, незважаючи на обсяги зробленої роботи, може призвести до некоректних результатів та хибних висновків.

Висвітливши основні засади інвестиційного аналізу, можна навести певні дефініції щодо вартості цінних паперів.

Одним з основоположних понять у міжнародних та національних стандартах оцінки є поняття справедливої ринкової вартості.

Справедлива ринкова вартість (fair market value) — це найбільш імовірна ціна комерційної угоди на відкритому ринку в умовах конкуренції, коли обидві сторони угоди діють розсудливо й без примусу, у власних інтересах, володіючи всією необхідною інформацією стосовно предмета угоди.

Інвестиційна (внутрішня) вартість цінного папера — це грошовий еквівалент його інвестиційних якостей, управлінських можливостей та інших властивостей, цінність яких залежить від конкретних цілей і методів оцінки.

Таким чином, цінний папір має одночасно декілька видів вартості, які суттєво різняться за власною величиною. **До основних видів вартості** цінного папера можна віднести такі:

— **номінальна вартість** (визначається емітентом як один із висхідних параметрів випуску, взаємопов'язана з типом та видом цінного папера, строком його обігу тощо. Застосовується для визначення розмірів дивідендів за акціями, купонних виплат за облігаціями, дисконтів за векселями і т. п. В експертній оцінці її визначають за витратним підходом для акцій при створенні АТ);

— **емісійна вартість** (визначається угодою між андерайтером чи організатором випуску та емітентом при первісному розміщенні випуску. Залежить від кон'юнктури ринку, статусу емітента, інвестиційних якостей та управлінських можливостей цінних паперів);

— **балансова вартість** (визначається за балансом як початкова вартість відтворення. З метою дотримання принципів реалістичності бухгалтерського обліку іноді потребує індексації. Застосовується при переоцінці, розподілі, об'єднанні майна. В експертній оцінці її визначають за майновим підходом методом накопичення активів або чистих активів);

— **облікова вартість** (сума фактичних витрат на придбання або випуск цінних паперів при постановці на облік. За дотримання принципів реалістичності бухгалтерського обліку може збігатися з балансовою вартістю);

— **страхова вартість** (величина страхового відшкодування згідно з договором страхування);

— **ліквідаційна вартість** (залишкова вартість після ліквідації матеріальних та нематеріальних активів, які є в основі цінних паперів. Застосовується при викупі цілісного майнового комплексу шляхом скупки відповідних цінних паперів. В експертній оцінці її визначають за майновим підходом за методом очікуваного результату ліквідації);

— **інвестиційна (внутрішня) вартість** (потенційний дохід від інвестицій у цінні папери в рамках індивідуальних вимог до дохідності інвестицій, основна оціночна величина, що залежить від кредитного рейтингу та ділової репутації емітента, інвестиційного клімату тощо. В експертній оцінці її визначають за дохідним підходом, методом дисконтування надходжень від цінного папе-

ра або за порівняльним підходом, методами ринкової капіталізації та ринкових угод);

— **ринкова (курсова) вартість** (визначається співвідношенням попиту та пропозиції при купівлі-продажу ЦП. Залежить від виду та властивостей ЦП, місця, часу та виду угод, кон'юнктури ринку, інвестиційного клімату, галузевої приналежності емітента тощо. В експертній оцінці ринкову вартість ЦП-аналогів широко застосовують у межах порівняльного підходу, метод ринкових угод).

Тут маємо зауважити, що оціночні процедури дозволяють визначити лише *внутрішню ринкову вартість* (оціночну величину, що показує, скільки *має коштувати* цей актив, виходячи з його властивостей), а не *ринкову ціну* цінного папера (фактично сплачену величину, що показує, скільки він *реально коштує*). Таким чином, *ринкова вартість* устанавлюється суб'єктивно, тобто є лише думкою професійного оцінювача, потенційного покупця (інвестора) або продавця (емітента), а *ринкова ціна* відображає реальні умови здійсненої ринкової угоди, тобто об'єктивно фіксується (сплачується). Отже, *ціна є грошовим еквівалентом вартості*.

Відповідно до Міжнародних стандартів оцінки [5, с. 49] **вартість** — це економічна концепція, що описує найбільш ймовірну ціну за товар або послугу, доступні для продажу, з якою погодяться продавець і покупець. Вартість не є фактичною, а визначеною найбільш імовірною ціною, що може бути виплачена за товар або послугу в даний момент часу відповідно до конкретного визначення вартості. Економічна концепція вартості відбиває ринкову точку зору на вигоди, що отримує той, хто придбав товар або отримав послугу, на дату оцінки.

Отже, Міжнародні стандарти оцінки чітко розмежовують ці два терміни — вартість і ціна, наголошуючи, що хоча ціна відображає відносні уявлення про вартість товару або послуги конкретного продавця та/або конкретного покупця за конкретних обставин, але через фінансові можливості, мотивації або специфічні інтереси певного покупця та/або продавця ціна, сплачена за товар, може мати або не мати жодного відношення до вартості, що могла б бути тотожною цьому товару або послугі. Отже, на відміну від вартості, тобто «гіпотетичної» ціни, дійсна ціна продажу — це історичний факт, незалежно від того чи була вона оголошена публічно, чи збережена в таємниці.

У цілому, незважаючи на деякі відмінності, фахівці різних країн застосовують поняття різних категорій вартості практично в тотожному сенсі. Переконатися в цьому можна за допомогою табл. 3.1.

Таблиця 3.1

**ПОРІВНЯЛЬНА ТАБЛИЦЯ ДЕФІНІЦІЙ ЩОДО ВАРТОСТІ
В МІЖНАРОДНИХ ТА НАЦІОНАЛЬНИХ СТАНДАРТАХ [14]**

Національні стандарти	Міжнародні стандарти
Справедлива (ринкова вартість)	Ринкова вартість
Ринкова вартість підприємства за існуючого використання	Вартість у використанні
Вартість діючого підприємства (цілісного майнового комплексу)	Вартість діючого підприємства
Балансова вартість активів	Балансова вартість
Чисті активи	Вартість чистих активів
Переоцінка вартості активів	Переоцінена сума
Інвестиційна вартість	Інвестиційна вартість
Ліквідаційна вартість	Вартість за примусового продажу
Вартість ліквідації	Чиста вартість реалізації
Первісна вартість	Історична вартість
Вартість, яка амортизується	Витрати, що амортизуються
Вартість відтворення	Залишкова вартість заміщення
Вартість відтворення	Витрати на заміщення
Сума очікуваного відшкодування	Сума відшкодування
Початкова ціна майна	Аукціонна вартість
Заставна вартість	Заставна вартість

Отже, Національні стандарти оперують меншою кількістю типів вартості, проте доволі чітко простежується тенденція їх наближення до існуючої світової практики. Таке узгоджене визначення основних термінів вартості дає змогу налагодити ефективні комунікації між науковцями, фінансовими аналітиками, спеціалістами з оцінки бізнесу.

У загальному випадку оцінка інвестиційної вартості та інших ринкових (інвестиційних) характеристик цінних паперів ґрунтується на таких **основоположних принципах**:

— застосування базових методологічних підходів оціночної діяльності, зокрема тих, що відображені у *Національних стандартах оцінки* [6—7];

— урахування впливу *загальних економічних законів*, що діють на фондовому ринку (закон попиту та пропозиції, закон граничної корисності, закон ринкової конкуренції тощо);

— урахування теоретичних *концепцій ціноутворення* (раціональних сподівань, переваги ліквідності, ринкової сегментації, інформаційної ефективності, асиметрії інформації, структурних коливань, теорії хаосу тощо) та ціноутворюючих чинників, що мають місце на фондовому ринку.

Зрозуміло, що використання цих принципів є обов'язковою умовою інвестиційного аналізу, але не завжди достатньою, оскільки специфіка оцінювання того чи іншого виду цінних паперів може потребувати додаткових аналітичних методів та інструментів.

Розглянемо основні методологічні підходи оціночної діяльності застосовні в аналізі фінансових інструментів.

Згідно з *Національним стандартом № 3 «Оцінка цілісних майнових комплексів»* [7] для проведення оцінки цілісних майнових комплексів, паїв, та цінних паперів застосовуються такі основні методичні підходи:

- **майновий;**
- **дохідний;**
- **порівняльний.**

Їхня сутність та основні методи, застосовні в рамках цих підходів, у стислій формі наведено у табл. 3.2.

Таблиця 3.2

**КОНЦЕПТУАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ
ДО ЕКСПЕРТНОЇ ОЦІНКИ ВАРТОСТІ ЦІННИХ ПАПЕРІВ**

Підхід	Основоположна концепція	Основні методи	Види вартості
Майновий	Концепція накопичення чистих активів	Метод накопичення активів	Номінальна, балансова, облікова
		Метод очікуваного результату ліквідації	Ліквідаційна
Дохідний	Концепція вартості грошей у часі	Дисконтування чистих грошових надходжень	Інвестиційна (внутрішня)
Порівняльний	Концепція ринкових аналогів	Метод ринку капіталу (ринкова капіталізація)	Інвестиційна (ринкова)
		Метод ринкових угод (аналогів продажу)	Інвестиційна (ринкова)

Зазначимо, що майновий підхід застосовують насамперед для низьколіквідних цінних паперів, які не мають вільного обігу на ринку.

Згідно з *Методикою оцінки майна № 1891* [4] чиста вартість (ЧВ) цілісного майнового комплексу підприємства визначається за формулою:

$$\text{ЧВ} = (\text{Н} + \text{О} + \text{М}) - (\text{В} + \text{Д} + \text{П}),$$

де Н — вартість необоротних активів;

О — вартість оборотних активів;

М — вартість витрат майбутніх періодів;

В — вартість забезпечень наступних витрат і платежів;

Д — вартість довгострокових зобов'язань;

П — вартість поточних зобов'язань.

Далі, оцінивши чисту вартість активів (майна), її співвідносять із кількістю емітованих підприємством цінних паперів. Найчастіше при цьому визначають лише *ліквідаційну* вартість цінних паперів як частку від загальної залишкової вартості бізнесу (цілісного майнового комплексу). Отже, цей підхід не відповідає цілям нашого дослідження, оскільки ми насамперед розглядаємо *інвестиційну* вартість *ринкових* цінних паперів.

Порівняльний підхід передбачає наявність репрезентативної статистичної бази ринкових аналогів. Така статистична інформація в Україні лише починає накопичуватися, причому формуванню цієї статистичної бази заважає ціла низка суттєвих факторів, серед яких відзначимо інформаційну закритість та фінансову непрозорість українських компаній, а для переважної більшості акціонерних товариств — відсутність вільного ринку акцій та надвисока концентрація пакетів акцій. Отже, застосування порівняльного підходу наразі можливе лише в поодиноких випадках, причому за умов уведення додаткових коригуючих коефіцієнтів (так званих надбавок за контроль, знижок за відсутність контролю над підприємством тощо) та певних ринкових мультиплікаторів, що враховують специфіку українського бізнесу.

Єдиним методичним підходом, який, на нашу думку, дає адекватні результати в українських умовах, є дохідний підхід, що передбачає дисконтування чистих грошових надходжень (доходів) від здійснених фінансових інвестицій. Фактично інвестор має два основних джерела доходів від капіталовкладень у цінні папери:

— кошти, виплачені емітентом (купонні виплати за облігаціями, дивіденди за акціями);

— спекулятивний дохід, отриманий за рахунок зростання ринкових цін зазначених цінних паперів.

Ці два джерела доходів мають принципово різну природу. Перше джерело залежить від надійності та політики виплат емітента, дохід з нього іноді може бути нульовим, але не може бути від'ємним. Друге джерело залежить від ринкової кон'юнктури та за умов падіння ринкових цін може призвести й до від'ємних значень — збитків інвестора.

Таким чином, інвестиційний аналіз має включати й оцінювання доходів від капіталовкладень у цінні папери на основі прогнозування майбутніх ринкових тенденцій та ринкових цін фінансових активів. Отже, інвестиційна вартість цінних паперів значною мірою визначається не лише індивідуальними властивостями об'єкта інвестування, але й станом фондового ринку. Збільшення загальної капіталізації ринку спричиняє зростання курсів переважної більшості ринкових активів, та навпаки — загальний ринковий спад відбивається й на зменшенні ринкової вартості переважної більшості фінансових інструментів.

Таким чином, комплексний інвестиційний аналіз передбачає оцінювання як індивідуальних властивостей об'єкта інвестування, так і загальних властивостей економічного середовища (фінансового ринку). Умовно інвестиційний аналіз можна поділити на кілька етапів:

- ✓ оцінка інвестиційного клімату та інвестиційного потенціалу країни;
- ✓ розгляд макроекономічних чинників та загальний аналіз стану фондового ринку;
- ✓ аналіз сектору економіки, до якого належить емітент;
- ✓ аналіз галузевих та регіональних чинників;
- ✓ аналіз маркетингових чинників (конкурентні тенденції, становище на ринку тощо);
- ✓ аналіз інвестиційної привабливості об'єкта інвестування.

3.2. Оцінювання норми дохідності фінансових інвестицій

Інвестиційний аналіз фінансових інвестицій в аспекті їх ефективності ґрунтується, зокрема, на порівнянні норми дохідності певного варіанта інвестування із середньоринковими ставками альтернативних варіантів капіталовкладень.

Вибір необхідної норми дохідності ґрунтується на припущенні, що раціонально діючий інвестор намагатиметься вкласти кошти якомога вигідніше. У західній літературі з фінансового аналізу навіть існує поняття «*мінімальна приваблива ставка дохідності*».

Мінімальна приваблива ставка дохідності (*minimum attractive rate of return, MARR*) — це така мінімальна норма віддачі на вкладений капітал (з урахуванням надійності та ліквідності капіталовкладень), яка може стимулювати інвесторів до відповідних внесків.

У практичній діяльності вибір норми дохідності не однозначний і залежить від специфіки кожної конкретної ситуації. За своєю суттю цей показник є *ставкою дохідності*, яку потребує інвестор для купівлі потоку майбутніх грошових надходжень з урахуванням ступеня *ризiku* неотримання цих доходів.

Як довідкові (нормативні, граничні) ставки дохідності розглядають: середньоринкові банківські ставки за довгостроковими кредитами та депозитами, облікові ставки та ставки рефінансування, що встановлюються Центральним банком (в Україні — Нацбанком); середньозважені дохідності за різними борговими інструментами, за акціями тощо; дохідність капіталовкладень у майно та нерухомість. Іноді застосовують і суб'єктивні оцінки, отримані експертним шляхом.

Аналізуючи фінансові інструменти як засіб отримання доходів, розглянемо, як оцінити *дохідність фінансової операції*.

Загалом *фінансовою* називають операцію, початок і кінець якої мають вартісну оцінку — відповідно величину початкових капіталовкладень (витрат) та величину отриманого кінцевого доходу. Метою проведення фінансової операції є максимізація різниці між цими *доходами* та *витратами*.

Підсумком кожної закінченої фінансової операції можна вважати отриману в результаті різницю між доходами та витратами — **абсолютний дохід**. Знаючи *абсолютний* дохід, завжди можна визначити й певну *відносну* величину — **дохідність**.

Наведемо таке узагальнене визначення дохідності:

Дохідність = (Добробут на кінець періоду – Добробут на початку періоду) / Добробут на початку періоду.

Під добробутом на початку періоду тут розуміють ціну купівлі певних активів у момент часу $t = 0$, тобто початкові капіталовкладення; під добробутом на кінець періоду — ринкову вартість цих активів на момент $t = 1$, а їх різниця є абсолютним приростом добробуту за цей період.

Отже, *дохідність є відношенням приросту багатства інвестора в результаті проведеної фінансової операції до його початкових капіталовкладень.*

Для коректного порівняння ставок дохідностей, що отримані за різні періоди часу та / або належать до різних часових інтервалів, дохідності за час проведення фінансової операції зводять до одиничного періоду часу (зазвичай до річного виміру) з урахуванням ефекту дисконтування.

Дохідність за час операції можна перетворити на еквівалентну ставку *дохідності за одиничний період*:

$$Y_g = (1 + Y_h)^{1/n} - 1, \quad (3.1)$$

де Y_h — дохідність за час операції;

Y_g — еквівалентна дохідність за одиничний період;

n — кількість одиничних періодів (періодів нарахування відсотків).

Коли за одиничний період беруть один рік, то говорять про дохідність у відсотках річних.

Дохідність у відсотках річних — це відносний дохід власника цінних паперів за час володіння ним, виражений у річній відсотковій ставці.

Дохідність за весь період існування фінансової угоди називають *повною дохідністю*. Коли за фінансовою угодою існують певні поточні надходження (дивіденди за акціями, купонні виплати за облігаціями тощо) також оцінюють *поточну дохідність*. Зрозуміло, що універсальною мірою ефективності фінансової операції є її повна дохідність, а поточна дохідність — допоміжною оцінкою, що деталізує структуру доходів за конкретний період часу.

Приклад 3.1.

Маємо звичайний (короткостроковий дисконтний) вексель номінальною вартістю $N = 100$ тис. грн та строком до погашення 0,5 року. Нехай він розміщується з дисконтом 20 %, тобто його початкова ринкова вартість $P_0 = 80$ тис. грн.

Тоді *обіцяний* абсолютний дохід покупця векселя S_0 , якщо він чекатиме настання його строку погашення, дорівнює величині отриманого *дисконту* D (знижки від номінальної вартості векселя):

$$S_0 = D = N - P_0 = 20 \text{ тис. грн.}$$

Нехай через деякий час ринкова вартість векселя збільшилась до $P_1 = 90$ тис. грн. Тоді, якщо перепродати вексель, не дочекавшись стро-

ку погашення, то можна отримати абсолютний дохід S_I від зміни ринкової вартості:

$$S_I = P_1 - P_0 = 10 \text{ тис. грн.}$$

Тоді спрощено (без урахування операційних витрат, інфляції, ефекту дисконтування тощо) дохідність цієї фінансової операції за період від моменту купівлі до моменту погашення (так звана дохідність до погашення) дорівнює:

$$Y_0 = (N - P_0) / P_0 = S_0 / P_0 = 0,25, \text{ або } 25 \ \%.$$

Дохідність за менший період часу — у разі перепродажу цінних паперів за ціною $P_1 = 90$ тис. грн до строку погашення дорівнює:

$$Y_1 = (P_1 - P_0) / P_0 = S_1 / P_0 = 0,125, \text{ або } 12,5 \ \%.$$

Зазначимо, що порівняння абсолютних величин отриманих ставок дохідностей є некоректним, оскільки вони належать до різних періодів часу.

Знаючи, що дохідність до погашення за півроку становить $Y_0 = 25 \%$, визначимо дохідність у відсотках річних.

За формулою (3.1) маємо:

$$Y_g = (1 + 0,25)^2 - 1 = 0,5625, \text{ або } 56,25 \ \% \text{ річних.}$$

Зазначимо, що дохідність у відсотках річних є *ефективною* ставкою, оскільки враховує процес реінвестування коштів (без реінвестування ставка дохідності 25% за півроку дає лише 50% річних).

У торгових операціях збільшення дохідності угоди досягається шляхом максимізації різниці між ціною купівлі та ціною продажу певних активів. Тому очікувана інвесторами *висока дохідність відображається у низькій ринковій вартості активів у момент інвестування*.

Зазначимо також, що очікувана норма дохідності для інвестора завжди нерозривно пов'язана з ризиком, тому існуючі методи оцінювання ставки дохідності так чи інакше враховують ризикованість відповідних фінансових інвестицій. Розглянемо основні методи оцінювання норми дохідності на фінансовому ринку.

3.2.1. Метод кумулятивної побудови



Один з основних підходів до визначення ставки дохідності з урахуванням ризику ґрунтується на *методі кумулятивної побудови (build-up method)*. Провідні українські експерти-оцінювачі одностайно схилиються до думки, що в умовах України це майже єдиний метод, реально застосовний на практиці.

За методом кумулятивної побудови ставка дохідності складається з *безризикової складової* (ринкова дохідність майже безризикового активу) та *сукупної ринкової премії за ризик* (додаткова дохідність, відповідна сукупності ризиків, властивих об'єкту оцінювання):

$$r = r_f + r_r, \quad (3.2)$$

де r_f — безризикова ставка дохідності;

r_r — сукупна ринкова премія за ризик.

Отже, точність оцінки ставки дохідності за методом кумулятивної побудови залежить, зокрема, від правильності врахування сукупності фінансових ризиків, що мають вплив на об'єкт оцінювання.

У посібнику [13, с. 28] пропонується у ставці дохідності зокрема враховувати такі надбавки до безризикової складової:

- ◆ компенсацію ризику зміни базової ставки;
- ◆ компенсацію різниці у ліквідності вкладень;
- ◆ компенсацію різниці в умовах вкладень;
- ◆ компенсацію інфляційних очікувань;
- ◆ інші надбавки.

Експертна процедура оцінювання премії за ризик, пов'язана з інвестуванням у конкретне підприємство, на думку авторів посібника [15, с. 325], має містити надбавки за специфічні ризики, зумовлені такими факторами:

- впливом ключової фігури підприємства, якістю менеджменту;
- розміром підприємства;
- фінансовою структурою;
- товарною (територіальною) диверсифікацією;
- диверсифікацією клієнтури;
- іншими факторами.

Чинники ризику враховують за *методом нормативних значень*. Для кожного чиннику задають діапазон змін розмірів премії від 0 до 5 %. У цьому діапазоні кожний з ідентифікованих видів індивідуального ризику можна ранжувати таким чином:

- дуже високий — надбавка 5 %;
- високий — надбавка 4 %;
- середній — надбавка 3 %;
- низький — надбавка 2 %;
- дуже низький — надбавка 1 %;
- майже немає (або не має суттєвого впливу) — надбавка 0.

Зазначимо, що основна проблема методу нормативних значень — визначення критеріїв класифікації, що дають змогу чітко роз-

межувати різні групи ризику, оскільки на практиці дуже важко однозначно класифікувати, наприклад, високий ступінь ризику як високий або дуже високий.

Зрозуміло, що наведений перелік джерел ризику та відповідних видів ризику факторів є лише орієнтовним, оскільки в кожному конкретному випадку можна виокремити інші впливові специфічні чинники ризику.

Оскільки види ризиків, як правило, визначають експертним шляхом, то й отримані підсумкові значення відповідних премій за ризики часто мають суб'єктивний характер і визначаються цілями та завданнями оцінювання.

Крім того, висхідною (уже відомою) величиною для методу кумулятивної побудови є так звана *безризикова ставка дохідності*.

Зрозуміло, що *безризикова дохідність* — це лише теоретична абстракція, оскільки на фінансовому ринку ризики існують скрізь і завжди, і абсолютно надійних капіталовкладень не існує.

У західній практиці як безризикову ставку дисконтування використовують середньоринкову норму дохідності державних (казначейських) боргових цінних паперів.

Наприклад, у США *безризиковою* вважають дохідність казначейських векселів (*Treasury bills*), за якими своєчасність виплат основного боргу та відсотків прямо гарантується Державним казначейством Сполучених Штатів Америки. Історично ці боргові зобов'язання завжди погашали *вчасно* та *в повному обсязі* (бездоганна кредитна історія), тому робиться припущення, що й надалі ці казначейські векселі не матимуть *ризиків неплатежу*.

У країнах з трансформаційною (перехідною) економікою, з нестабільною грошовою одиницею та незбалансованим бюджетом вкладення в державні боргові цінні папери не є безризиковими.

На жаль, в Україні в умовах нерозвиненості ринку державних цінних паперів частка ризикової складової в дохідності цих боргових інструментів досить значна. Тому в українській практиці як безризикову зазвичай використовують *середню ставку по короткострокових депозитних внесках у вільноконвертованій валюті провідних, найбільш надійних комерційних банків України*.

Зазначимо також, що інвестори через різне ставлення до ризику мають різні нормативи надійності, а отже, й по-різному сприйматимуть величину безризикової складової. Так, якщо вітчизняний інвестор погодиться із запропонованим вище підходом щодо визначення безризикової ставки в Україні, то іноземний інвестор вимагатиме, щоб безризикова (базова) ставка долучала та-

кож суверенний ризик країни, тобто додатковий ризик вкладення коштів в Україну як у державу з нестабільною економіко-політичною ситуацією.

Загалом метод кумулятивної побудови широко застосовний на практиці завдяки математичній простоті розрахунків за цим підходом. Проте його суттєвим недоліком є не надто висока точність цих розрахунків, оскільки вони ґрунтуються на експертному оцінюванні чинників ризику.

3.2.2. Модель оцінки капітальних активів

Загальновідомим підходом до визначення ставки дохідності з урахуванням ризику є підхід, що ґрунтується на моделі оцінки капітальних активів (моделі β -коефіцієнтів).

Насамперед зазначимо, що найбільш загальноприйнятий переклад назви моделі *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* — модель оцінки капітальних активів (МОКА) — на нашу думку, не зовсім вдалий. Ближчими до суті є переклади: модель ціноутворення на ринку капіталів або модель оцінювання дохідності фінансових активів. Проте, щоб уникнути плутанини, будемо вживати загальноприйняту назву.

Модель оцінки капітальних активів (CAPM) — одна з основних системотвірних моделей фінансового ринку, яку сформулював нобелівський лауреат з економіки Вільям Шарп у 1964 р.

Вільям Шарп, будучи учнем іншого видатного вченого — нобелівського лауреата з економіки Гарі Марковіца, котрого вважають засновником теорії портфеля, розробляючи цю теорію, запропонував модель *CAPM*, що пов'язує систематичний ризик на фондовому ринку та дохідність портфеля цінних паперів. На сьогодні сфера застосування цієї моделі давно вийшла за межі теорії портфеля.

На думку багатьох учених, ця модель — одне з найвагоміших відкриттів у теорії фінансів. Дослідженню і подальшій розбудові теорії портфеля та моделі оцінювання капітальних активів присвячено велику кількість праць вітчизняних і зарубіжних фахівців.

Модель *CAPM* в її канонічному вигляді задає ставку дохідності r таким аналітичним виразом:

$$r = r_f + \beta \cdot (r_m - r_f), \quad (3.3)$$

де r_f — безризикова («очищена» від ризику) ставка дохідності;

r_m — середньоринкова ставка дохідності;
 $(r_m - r_f)$ — сукупна ринкова премія (надбавка) за ризик;
 β — коефіцієнт чутливості (міра ризику).

У системі координат «ризик-дохідність»¹ рівняння (3.3) можна зобразити так, як показано на рис. 3.1.

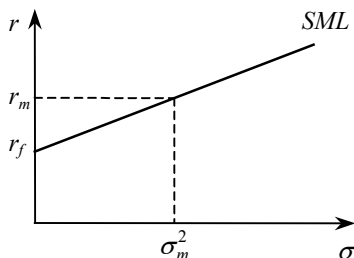


Рис. 3.1. «Модель оцінки капітальних активів»

Відповідно до моделі *CAPM* в умовах ринкової рівноваги дохідності всіх цінних паперів мають бути розміщені вздовж лінії *SML* згідно з індивідуальними значеннями показника ризику, яким є коефіцієнт чутливості β («бета»).

Лінія *SML* (*security market line*) є так званою *лінією надійності ринку* (лінією ринкової дохідності), яка описується рівнянням (3.3).

Коефіцієнт чутливості β («бета») — показник, що характеризує інтенсивність взаємозв'язку зміни дохідності (або вартості) певного фінансового інструменту в разі зміни середньоринкової дохідності (або вартості).

Кожний фінансовий актив має власний ступінь (інтенсивність, еластичність) реагування величини дохідності (або вартості) цього активу на відповідні середньоринкові зміни. Вважається, що чим більше дохідність цінного папера реагує на ринкові тенденції, тим цей актив *ризикованіший*, оскільки він може забезпечити відносно великі прибутки або збитки навіть за незначних середньоринкових змін.

По своїй суті коефіцієнт чутливості «бета» є мірою ринкового ризику, оскільки він оцінює мінливість дохідності певного цінного папера.

Наприклад, на розвинених фондових ринках існує чітка класифікація акцій за ступенем ризику, відповідно до граничних значень коефіцієнта чутливості «бета» (табл. 3.3).

¹ Тут мова йде про ринкові ризики, пов'язані з коливаннями дохідності активів, які вимірюють показником σ (середньоквадратичне відхилення).

Таблиця 3.3

ГРАНИЧНІ ЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ЧУТЛИВОСТІ β

Значення	Економічна інтерпретація	Ступінь ризику
$\beta < 0$	Рідкісний випадок, дохідність акції та середньоринкова дохідність пов'язані оберненою залежністю	
$\beta = 0$	Дохідність акції майже не залежить від змін, що відбуваються на ринку. Тобто це безризиковий цінний папір	Ризик майже відсутній
$0 < \beta < 1$	Дохідність акції досить помірковано реагує на зміни на ринку. Такі акції називають <i>захисними</i>	Ризик нижчий за середньоринковий
$\beta = 1$	Дохідність акції змінюється такою самою мірою, як і середньоринкова дохідність. Такий коефіцієнт має так званий <i>ринковий</i> портфель	Ризик на рівні середньоринкового
$\beta > 1$	Дохідність акції значною мірою залежить від змін, що відбуваються на ринку. Такі акції називають <i>агресивними</i> (<i>спекулятивними</i>)	Ризик вищий за середньоринковий

Ставку дохідності r , розраховану за канонічною формулою (3.3), називають *рівноважною* (*усередненою*) *ставкою дохідності*. Насправді ж стан рівноваги — це лише теоретична абстракція, бо насамперед фондовий ринок у кожний момент часу лише прагне набути цього стану, фактично знаходячись у нерівноважному стані. Отже, *фактична дохідність* може відрізнитися від величини, знайденої за рівнянням (3.3). Для врахування цього відхилення від стану ринкової рівноваги вводять *коефіцієнт α* («альфа»).

Коефіцієнт α («альфа») — різниця між *фактичною* очікуваною дохідністю фінансового активу та її *рівноважною* очікуваною дохідністю. Отже, коефіцієнт «альфа» характеризує спроможність цінного папера виявляти підвищену або понижену дохідність відносно середньої тенденції в типових ринкових умовах.

Таким чином, увівши у формулу (3.3) коефіцієнт α , отримаємо рівняння *характеристичної прямої* (*characteristic line*):

$$r = \alpha + r_f + \beta \cdot (r_m - r_f). \quad (3.4)$$

Відповідно до моделі *SAPM* рівняння (3.4) характеризує *нерівноважну* ситуацію, оскільки в умовах рівноваги величина α прямує до нуля і рівняння (3.4) збігається із (3.3).

Значення α можна інтерпретувати як *надлишкову дохідність*, оскільки цей коефіцієнт показує *недооціненість* або навпаки — *переоціненість* цінного папера на ринку.

Рационально діючий інвестор завжди буде дотримуватися правила *прагни найбільшого «альфа» та найменшого «бета»*¹, оскільки чим більше значення α , тим привабливіший актив для інвестування, і чим менше значення β , тим він надійніший.

Досить простий у використанні математичний апарат моделі *SAPM* зробив її загальноприйнятною, котру широко застосовують у практиці розвинених фінансових ринків Заходу. Для коректних обчислень за цією моделлю необхідно мати велику статистичну вибірку достовірних даних про ринкову вартість (або дохідність) цінних паперів, що мають вільний обіг. Оскільки таку вибірку можна отримати лише в умовах активного високоліквідного, розвиненого фондового ринку, в Україні, на жаль, цей метод поки що на практиці не застосовують.

3.2.3. Теорія арбітражного ціноутворення

Теорію арбітражного ціноутворення (*Arbitrage pricing theory, APT*) запропонував відомий учений-економіст Стефан Росс (*Stephen Ross*) у 1976 р. як альтернативну до моделі *SAPM* модель ціноутворення на ринку капіталу.

Обидві моделі можна віднести до *факторних моделей*, але якщо в моделі *SAPM* єдиний фактор, що враховується, — це середньоринкова дохідність, то модель *APT* виходить із припущення про взаємозв'язок дохідності цінних паперів з певними макро-економічними факторами.

Для того щоб зрозуміти сутність теорії арбітражного ціноутворення, необхідно знати, що таке *принцип арбітражу*.

Арбітраж (арбітражна операція) — це отримання безризикового прибутку за допомогою одночасної купівлі та продажу однакових (чи подібних за своїми характеристиками) фінансових активів на різних ринках за сприятливої різниці в цінах.

¹ Прислів'я фінансистів з Уолл-Стріт, яке в оригіналі звучить: «*keep your alpha high and beta low*».

Арбітражна діяльність — це системотвірна складова сучасного розвиненого ринку цінних паперів, оскільки арбітражні операції вирівнюють ціни активів на різних ринках.

Зрозуміло, що бажання інвесторів займатися арбітражними операціями, які є безризиковими і прибутковими одночасно, майже необмежене, проте наявність можливостей здійснення таких операцій обмежена дуже суттєво.

Нагадаймо, що модель *CAPM* — це *модель ринкової рівноваги*, яка стверджує, що різні цінні папери мають різні дохідності в тому разі, коли в них різна ризикованість (різні коефіцієнти «бета»). Згідно з цією теорією цінні папери, що мають однаковий ступінь ризику, повинні мати майже однакову дохідність.

Модель *APT* виходить із протилежних принципів. За цим підходом на ринку шукають цінні папери, що мають вищу дохідність, ніж їх ринкові аналоги з тим самим ступенем ризику.

У теорії ці міркування дуже привабливі, оскільки фондовий ринок майже завжди перебуває у *нерівноважному* стані, і на ньому дійсно існують недооцінені активи. Проте на практиці виявляється, що точно визначити всі суттєві фактори, які мають вплив на дохідність цінних паперів, неможливо. Отже, на сучасному рівні розвитку цієї економічної теорії неможливо достовірно визначити недооціненість того чи того фінансового активу.

Механізм розрахунків за теорією арбітражного ціноутворення досить простий. Якщо актив чутливий до n факторів, то завжди можна записати такий вираз для оцінювання його очікуваної дохідності:

$$r = r_f + b_1F_1 + b_2F_2 + \dots + b_nF_n, \quad (3.5)$$

де $F_1, \dots, F_n$ — премії за ризик впливу відповідного фактора;

$b_1, \dots, b_n$ — чутливість до відповідних факторів впливу.

Приклад 3.2.

Для акцій виду A виявлено чутливість до таких макроекономічних факторів:

$b_1 = 0,7$ — зміни темпу росту промислового виробництва;

$b_2 = 0,3$ — зміни вартості енергоносіїв;

$b_3 = 0,5$ — зміни валютного курсу національної валюти;

$b_4 = 0,6$ — непередбачувана інфляція.

Премії за ризик за цими факторами впливу відповідно становлять:

$F_1 = 8\%$; $F_2 = 6\%$; $F_3 = 7\%$; $F_4 = 9\%$.

Безризикова ставка дохідності дорівнює 7% .

Необхідно знайти очікувану інвестором норму дохідності від вкладень в акції виду A .

За формулою (3.5) маємо:

$$r = 7 \% + 0,7 \cdot 8 \% + 0,3 \cdot 6 \% + 0,5 \cdot 7 \% + 0,6 \cdot 9 \% = 23,3 \ \%.$$

Отже, очікувана дохідність у цьому випадку дорівнюватиме 23,3 %.

Зрозуміло, що в реальній економічній ситуації дохідність цінних паперів суттєво залежить ще від великої кількості факторів прямого та опосередкованого впливу, причому всі суттєві фактори врахувати неможливо. Таким чином, застосування на практиці цього методу, навіть в умовах розвиненого фондового ринку, ускладнюється невисокою точністю отриманих результатів.

3.2.4. Метод середньозваженої вартості капіталу

Альтернативний метод оцінювання ставки дохідності ґрунтується на моделі середньозваженої вартості капіталу (*WACC* — *weighted average cost of capital*), який використовують лише для акціонерних товариств зі змішаними (власними та позиковими) джерелами фінансування.

У Національному стандарті оцінки № 3 [7] зазначено, що основним методом розрахунку ставки дисконтування для власного капіталу є метод кумулятивної побудови, а для інвестованого капіталу — метод середньозваженої вартості капіталу.

Метод середньозваженої вартості капіталу (*WACC*) ґрунтується на врахуванні норм доходу на власний та запозичений капітал з урахуванням розміру часток власного та запозиченого капіталу в інвестованому капіталі.

Модель середньозваженої вартості капіталу має такий вигляд:

$$r_{WACC} = I_z \cdot (1 - T) \cdot D_z + I_c \cdot D_c, \quad (3.6)$$

де I_z — середньоринкова ставка відсотка за банківськими кредитами;

I_c — потрібна норма дохідності на власний (акціонерний) капітал;

T — ставка податку на прибуток;

D_z — частка позикового капіталу;

D_c — частка власного капіталу в загальному обсязі інвестицій.

Отже, згідно з рівнянням (3.6) ставку дохідності визначають як суму зважених ставок віддачі на власний та позиковий капітал, де як ваги виступають частки власних та позикових коштів у загальному обсязі інвестованого капіталу.

Зрозуміло, що частки власного та позикового капіталу пов'язані співвідношенням: $D_z + D_c = 1$.

Якщо до складу власного (акціонерного) капіталу підприємства входять *привілейовані акції*, застосовують розширену модель WACC:

$$r_{WACC} = I_z (1 - T_{ax}) D_z + I_{cp} D_{cp} + I_{co} D_{co}, \quad (3.7)$$

де I_{cp} — установлена норма дохідності за привілейованими акціями;

I_{co} — необхідна норма дохідності на власний капітал (за звичайними акціями);

D_{cp} та D_{co} — відповідно частки привілейованих та звичайних акцій у сформованій структурі інвестованого капіталу.

Зрозуміло, що згідно з уведеними позначеннями можна записати

$$D_z + D_{cp} + D_{co} = 1.$$

Слід зауважити, що метод середньозваженої вартості капіталу не є повністю самостійним підходом, оскільки деякі складові моделей (3.6) та (3.7), які використовуються як висхідні величини, насправді треба спочатку визначити. Так, середньоринкову ставку дохідності за банківськими кредитами можна оцінювати за *методом ринкових аналогів (порівняльний підхід)*, а норму дохідності на власний (акціонерний) капітал можна визначити за *методом кумулятивної побудови* або з використанням *моделі оцінки капітальних активів*.

3.3. Урахування ліквідності в оцінюванні фінансових інструментів

Одна із системотвірних для фінансової теорії економічних категорій — це категорія *ліквідності*.

В інвестиційному менеджменті виокремлюють такі основні поняття щодо цієї економічної категорії:

- ♦ *ліквідність підприємства* (пов'язана з можливістю його швидкої реалізації у разі банкрутства або самоліквідації);

- ♦ *ліквідність активів підприємства* (забезпечує поточну платоспроможність підприємства);

♦ *ліквідність об'єктів інвестування* (забезпечує потенційну можливість швидкого реінвестування капіталу в разі зміни кон'юнктури інвестиційного ринку).

Залежно від цілей аналізу можна класифікувати ліквідність і за іншими економічними ознаками, а отже, навести й інші її види та типи. Цей факт указує на багатогранність та багатоаспектність даної економічної категорії.

У межах цього посібника будемо говорити лише про *ліквідність об'єктів інвестування*. Отже, тут і далі термін «ліквідність» буде застосовуватися в такому визначенні:

Ліквідність — характеристика об'єктів інвестування за їх властивістю бути швидко реалізованими (конвертованими у грошову форму) протягом короткого періоду часу без втрати їх реальної (справедливої) ринкової вартості в умовах поточної кон'юнктури ринку.

Отже, ліквідність можна вважати певною *функцією від двох основних параметрів*:

- *від часу*, оскільки вона пов'язана з припустимим строком продажу об'єкта;

- *від вартості*, оскільки на ринку завжди існує ризик можливих втрат від справедливої вартості активу в разі його швидкого продажу.

Зрозуміло, що підвищення необхідної вартості продажу знижує ліквідність об'єкта, а збільшення припустимого строку продажу підвищує ліквідність об'єкта інвестування.

За ступенем ліквідності об'єкти інвестування можна диференціювати від високоліквідних до взагалі неліквідних активів.

До основних факторів, що впливають на ліквідність фінансових активів, належать такі:

- кількість професійних учасників ринку, що постійно укладають угоди з цим інструментом фінансового ринку;

- різниця між ціною купівлі та продажу на ринку (у разі активної торгівлі ціновий спред буде невеликим);

- період часу, потрібний для продажу великого лота;

- обсяг угод щодо відповідних активів порівняно із загальним обсягом ринку.

Обов'язковою умовою високої ліквідності цінних паперів є розвинений фондовий ринок з великою кількістю торговців та активним платоспроможним попитом на відповідні інструменти ринку. На жаль, щодо стану фондового ринку України можна констатувати низьку ліквідність переважної більшості цінних паперів, які є в обігу на внутрішньому ринку.

У випадку, коли об'єкт інвестування не є *абсолютно ліквідним*, завжди існує різниця між *ринковою* та *ліквідаційною вартостями* об'єкта.

Поняття ліквідаційної вартості введено у *Національному стандарті оцінки № 1* [6]:

Ліквідаційна вартість — вартість, яку можна отримати за умови продажу об'єкта оцінювання у строк, значно коротший від строку експозиції подібного майна, протягом якого воно може бути продане за ціною, що дорівнює ринковій вартості.

Наголосимо, що *залежність між ринковою вартістю (ціною) та рівнем ліквідності активів пряма*.

Згідно з теорією раціональних сподівань на активному фінансовому ринку менш ліквідні активи повинні мати більш високу дохідність та меншу внутрішню вартість, ніж більш ліквідні активи, за решти рівних умов. Ця різниця (спред) дохідностей є ринковою оцінкою необхідної величини *надбавки (премії) за ризик недостатньої ліквідності*.

Премія за недостатню ліквідність — додаткова дохідність, яку отримує інвестор у разі прийняття на себе *ризик* можливих фінансових втрат, пов'язаних з недостатньою ліквідністю об'єкта інвестування.

Отже, *залежність між ринковою дохідністю та рівнем ліквідності активів обернена*. Тобто менш ліквідний актив буде продаватися довше та скоріше за все продасться дешевше, а його покупець при цьому отримає додаткову надбавку (премію) до норми дохідності. Цей взаємозв'язок проілюстровано на рис. 3.2.

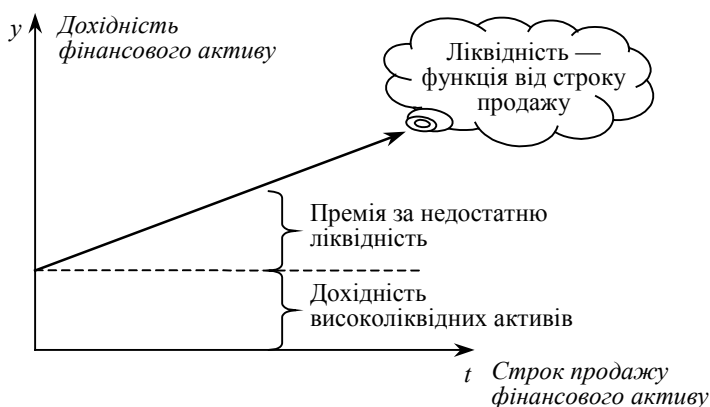


Рис. 3.2. Взаємозв'язок дохідності та ліквідності активів

Загалом, для аналізу альтернативних варіантів інвестування доцільно їх сортувати за *ступенем ліквідності*, причому цей ступінь має знайти своє відображення у ставці дохідності у вигляді певної премії за ризик.

3.4. Оцінювання інвестиційних ризиків цінних паперів

Оцінюючи дохідність (ефективність) тієї чи іншої фінансової угоди, необхідно враховувати, що в економіці не існує абсолютно визначених (безризикових) ситуацій, де результат гарантований повністю на всі 100 %.

Фінансові операції з цінними паперами передбачають певні *поточні* витрати та *майбутні* надходження. Оскільки доходи від операції — категорія майбутнього, то внаслідок *ринкової невизначеності* щодо майбутніх результатів операції розмір доходів є не детермінованою, а випадковою (імовірнісною) величиною.

Невизначеність (згідно з посібником [9, с. 16]) — це фундаментальна характеристика недостатньої забезпеченості процесу прийняття економічних рішень знаннями про певну проблемну ситуацію.

На фінансовому ринку невизначеність (неоднозначність, недостовірність, невідомість, конфліктність тощо) стосовно майбутніх результатів фінансової операції, з одного боку, та невизначеність майбутнього стану самого економічного середовища, з іншого, є чинниками, що обумовлюють існування цілої низки *фінансових ризиків*.

Тому, аналізуючи будь-яку фінансово-кредитну угоду, крім ефективності (дохідності) капіталовкладень завжди оцінюють гарантованість (*надійність*) отримання очікуваних фінансових результатів, що визначається ступенем ризику (*ризикованістю*) цієї фінансової операції.

Фінансову операцію називають *ризикованою*, якщо її ефективність (дохідність), *не детермінована*, тобто не достовірно відома в момент укладання угоди. Проте абсолютно безризикових фінансових операцій не існує. Навіть для цінних паперів з фіксова-

ним доходом (наприклад, дисконтний вексель, за яким сума погашення визначена відразу і дорівнює його номіналу) наперед відома лише *обіцяна* (номінальна) дохідність, а *очікувана* (реальна) дохідність залежить від багатьох факторів, вплив яких носить *випадковий* (імовірнісний) характер.

Приклад 3.3.

Вексель номіналом 100 тис. грн зі строком до погашення один рік був придбаний з дисконтом 30 %.

Знайти його обіцяну та очікувану (сподівану) дохідності до погашення, якщо сподівану (найбільш імовірну) величину платежу за векселем експерти оцінили лише в 95 тис. грн.

Початкові капіталовкладення інвестора дорівнюють ціні купівлі векселя: $P_0 = 100 \cdot (1 - 0,3) = 70$ тис. грн.

Обіцяна дохідність до погашення векселя становить:

$$Y = (100 - 70) / 70 = 0,43, \text{ або } 43 \% \text{ річних.}$$

Сподівана дохідність відповідає сподіваній величині платежу, тобто:

$$Y^* = (95 - 70) / 70 = 0,36, \text{ або } 36\% \text{ річних.}$$

Отже, урахувавши ризик неплатежу, позичальник очікує отримати на 7 % меншу дохідність, ніж йому було обіцяно. Ці 7 % річних є *премією за ризик неплатежу*.

Якщо б вексель був майже безризиковим з погляду ризику неплатежу, то цієї премії за ризик не існувало би. Тоді цей вексель розміщувався б уже з меншим дисконтом, що становив би приблизно 25 % та забезпечував би дохідність до погашення у необхідні 36 % річних.

Тут доречно навести *«золотий принцип інвестування»*, зміст якого полягає в тому, що *більш високий ступінь ризику має бути компенсований і більш високою нормою дохідності*. Для боргових інструментів збільшення рівня дохідності досягається за рахунок зниження ціни купівлі (збільшення дисконту) цінного папера. Справедливим є й обернене правило: *більший сподіваний прибуток зазвичай обтяжений й більш високим ступенем ризику*.

Наприклад, раціонально діючий інвестор не покладе свої кошти під однакові відсотки на депозит у надійний (системний) банк та в нещодавно створений маловідомий банк. Щоб новий банк, який допоки не зарекомендував себе, зміг залучити вкладника,

він повинен пропонувати значно вищі відсотки по депозиту, ніж пропонують відомі надійні банки. Ця різниця у депозитних ставках є нічим іншим, як *платою (премією) за ризик*, пов'язаний з невизначеністю щодо результатів операції, недостатньою надійністю вкладень тощо. Крім того, раціонально діючий інвестор не покладе в банк кошти на депозит під менші відсотки, коли є альтернативна можливість інвестування з ідентичним (або дуже близьким) рівнем ризику та більшою дохідністю (з більшими процентними виплатами на вкладений капітал).

Таким чином, у переважній більшості випадків *залежність між ступенем ризику та ставкою дохідності пряма*.

Отже, кількісні методи оцінки норми дохідності фінансових інвестицій мають ураховувати ризикованість варіанта інвестування, що розглядається (ступінь невизначеності щодо можливих прибутків та збитків), а також ринкову дохідність альтернативних варіантів інвестування.

У цілому інвестиційні ризики пов'язані з гіпотетичною можливістю настання у майбутньому деякої *несприятливої* випадкової події, наприклад:

- втрата частини або всієї суми вкладеного капіталу (початкових інвестицій);
- отримання майбутнього доходу, нижчого від запланованого, або взагалі неотримання доходу.

Основними видами інвестиційних ризиків, що притаманні всім фінансовим інструментам, є такі:

— *ринковий ризик* (ризик імовірних коливань величин ринкових відсоткових ставок та майбутньої ринкової вартості активів);

— *інфляційний ризик* (ризик непередбачуваних інфляційних збурень);

— *ризик недостатньої ліквідності* (ризик можливих фінансових втрат від справедливої вартості активу за необхідності його швидкого продажу);

— *кредитний ризик* (ризик потенційної можливості дефолту, пов'язаний з неабсолютною надійністю емітента та / або боргового зобов'язання);

— *операційний ризик* (ризик обумовлений можливістю фінансових втрат, пов'язаних з технічними помилками обладнання та персоналу, наближеними обчисленнями, якістю та адекватністю моделей і методів аналізу).

Крім того, у фінансовій теорії загальноприйнятим є розподіл чинників (джерел) ризику на *чинники внутрішнього та зовнішнього впливу*, а ризиків, притаманних будь-якому об'єкту, — на

два типи: *систематичний (загальноринковий)* та *несистематичний (індивідуальний, специфічний)*.

Систематичний ризик — це ризик, властивий усьому ринку капіталів, як складній економічній системі. Він пов'язаний зі змінами кон'юнктури і коливаннями цін та доходностей на ринку в цілому відповідно до всієї сукупності макроекономічних та політичних факторів. Цей тип ринкового ризику має вплив на всі об'єкти ринку.

Індивідуальний (специфічний) ризик — це ризик, що характерний безпосередньо для конкретного об'єкта оцінювання та відповідає специфічним внутрішнім чинникам (джерелам) ризику, котрі впливають лише на цей об'єкт.

Ринкова премія за систематичний ризик визначається виходячи з накопичених ретроспективних статистичних даних про середньоринкову доходність за відомої безризикової ставки дисконтування. Тобто за наявності відповідної статистичної інформації безризикова ставка доходності та премія за систематичний ризик стають висхідними (довідковими) величинами. Тоді в кожному конкретному випадку залишається знайти лише надбавку за індивідуальний ризик.

Фактично, ринковий (процентний) та інфляційний ризики є загальноринковими (*системними*) ризиками, а кредитний, операційний та недостатньої ліквідності — *індивідуальними* ризиками, що залежать від специфічних властивостей тієї чи іншої фінансової інвестиції.

В операціях з цінними паперами йдеться не про те, щоб узагалі уникнути ризику. Зробити це неможливо, та й недоцільно, адже надмірна обережність приводить до **ризиків невикористаних можливостей**, який вимірюється, зокрема, величиною втрачених (недоотриманих) доходів. Мова йде про раціональне управління ризиком і доходністю на засадах комплексної системи **ризик-менеджменту**.

Одне з головних завдань *ризик-менеджменту* — віднайти в конкретній ринковій ситуації оптимальне (чи раціональне) співвідношення між доходністю та ризикованістю фінансових операцій, і прийняти рішення в умовах неминучого вибору.

Процес *ризик-менеджменту* фінансової операції можна представити у вигляді блок-схеми алгоритму (рис. 3.3).

Зрозуміло, що запропонована схема є лише приблизною, що відображає типову ситуацію. Тому рекомендується в кожному конкретному випадку її деталізувати з урахуванням специфіки того чи іншого варіанта інвестування.

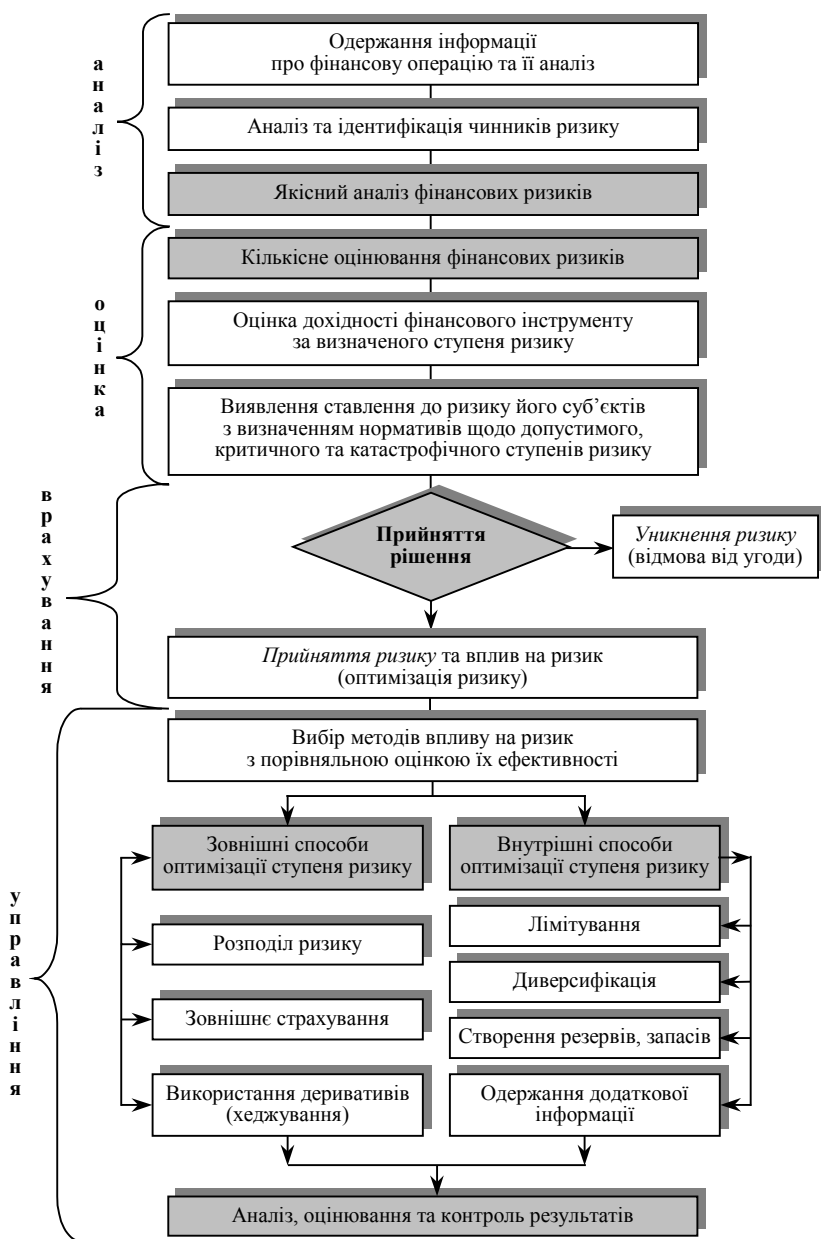


Рис. 3.3. Узагальнена блок-схема управління ризиком фінансової операції

Відповідно до наведеної схеми, на концептуальному рівні управління ризиками (ризик-менеджмент) щодо фінансової операції можна подати у вигляді **чотирьох** узагальнених послідовних **етапів**:

- ◆ якісний **аналіз** факторів ризику та ідентифікованих видів ризику;
- ◆ кількісне **оцінювання** ризикованості та дохідності фінансової операції;
- ◆ **урахування** отриманих кількісних оцінок у прийнятті рішень щодо доцільності здійснення фінансової операції;
- ◆ **управління** ризиком шляхом застосування засобів оптимізації ризику (засобів впливу на ризик).

На етапі **якісного аналізу** зокрема відбувається ідентифікація та ранжування за важливістю (за ступенем впливу) основних видів і типів ризику, тому цей етап потребує ґрунтовних та глибоких знань про об'єкт оцінювання, досвіду, інтуїції тощо.

Етап кількісного аналізу передбачає застосування різних економіко-математичних методів оцінювання ризику, оскільки універсальних методів, що підходять для будь-яких об'єктів оцінювання, не існує. Вибір кількісних методів залежить від видів та типів ідентифікованих ризиків.

Для кожного об'єкта ризику можна виокремити цілу *систему показників кількісного оцінювання ступеня ризику*. Причому від жодного кількісного показника (кількісної оцінки) ступеня ризику не слід очікувати, що він показуватиме адекватні результати за будь-яких обставин. Тому кількісний аналіз ризику має бути комплексним, тобто ступінь ризику потрібно оцінювати на основі цілої системи показників кількісного оцінювання ступеня ризику.

Результат фінансової операції залежить, зокрема, від точності отриманих кількісних оцінок ризику та їх адекватності цілям проведення аналізу. Тому важливим питанням побудови системи ризик-менеджменту є ефективне впровадження *методів кількісного оцінювання ризику*.

Методи кількісного оцінювання та система показників ступеня ризику ґрунтуються на використанні апарату *теорії ймовірностей та математичної статистики*.

Існують різні підходи до визначення ключових показників ступеня ризику.

Наприклад, *кредитний ризик* боргових цінних паперів доцільно визначати *ймовірністю непогашення* відповідного зобов'язання.

Будь-який фінансово-кредитний механізм має два стани: **стан нормального функціонування** та **стан відмови (збою)** у роботі.

Зрозуміло, що збоєм у кредитних розрахунках є **дефолт** (неплатіж) за борговим зобов'язанням. Отже, рівень кредитного ризику може бути вимірний *імовірністю* настання стану відмови (збою), тобто **імовірністю дефолту**.

Ринкові ризики для всіх видів цінних паперів, що мають вільний обіг, визначають за допомогою методів математичної статистики, які оцінюють ступінь ризику як *міру мінливості результату*. Цей підхід передбачає оцінювання ступеня ризику як певну кількісну міру відхилення значень економічного показника (звичай ринкової вартості або дохідності) цінних паперів відносно центру групування цих значень.

Рационально діючий інвестор, оцінивши ступінь ризику різних видів фінансових інвестицій, за купівлю більш ризикованих цінних паперів вимагатиме більшу дохідність. Крім того, оцінюючи ефективність капіталовкладень у фінансові активи, інвестор виходить із того, що мінімальна приваблива для нього норма дохідності має відображати його очікування щодо майбутніх темпів інфляції, рівнів відсоткових ставок тощо.

Таким чином, кожен інвестор має власні нормативні (граничні) значення щодо ступеня ризику та дохідності, виходячи з яких він приймає рішення — інвестувати чи ні. Причому, на етапі врахування виміряного рівня ризику та дохідності у прийнятті рішень з'являється суб'єктивна складова інвестиційного процесу, внаслідок різного ставлення до ризику різних інвесторів. Дійсно, навіть якщо на етапі кількісного аналізу всі оцінки щодо ризику та дохідності були отримані коректно, тобто *об'єктивно*, їх інтерпретація залежить від нормативів та уподобань конкретного суб'єкта (інвестора), а тому залишається *суб'єктивною*. Насправді, одні й ті самі величини ризику для одного інвестора можуть бути цілком припустимими, а для іншого — абсолютно неприпустимими, що пояснюється різними інвестиційними стратегіями та цілями інвестування.

Рационально діючий інвестор буде намагатися, якомога менше ризикуючи, отримати максимальний прибуток (максимальну премію за цей ступінь ризику). Отже, аналіз фінансової операції — це двокритеріальна задача: *максимізувати середній очікуваний дохід і одночасно мінімізувати ризик*. Співвідношення між критеріями мінімізації ризику та максимізації доходу конфліктне, тому в процесі управління ризиками виникають досить складні завдання щодо пошуку та прийняття компромісних рішень.

Хоча всі інвестори мають різне ставлення до ризику, загальна рекомендація для всіх — простий ринковий принцип: *схильність*

до ризику не повинна перетворюватися на авантюру. Статистика фінансових ринків щодо невдалих капіталовкладень дає змогу зробити висновки, що найчастіше фінансові проблеми створювали собі інвестори, які припускалися, зокрема, таких загальних помилок:

- вкладали кошти в надприбуткові (спекулятивні) цінні папери, не враховуючи, що надприбуток означає й надризикованість інвестицій;

- вкладали кошти лише інтуїтивно, не маючи чіткої фінансової стратегії та не проаналізувавши ретельно варіанти капіталовкладень тощо.

У світовій практиці історично (за останні 50—60 років) склалася певна градація різних видів фінансових інструментів за ступенем ризику та доходу (табл. 3.4).

Таблиця 3.4

**СПІВВІДНОШЕННЯ РИЗИКУ ТА ДОХІДНОСТІ
ДЛЯ РІЗНИХ ВИДІВ ФІНАНСОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ**

Фінансові інструменти	Ступінь інвестиційних ризиків та дохід на інвестиції	Інфляційний ризик
Зберігання коштів (без вкладання)	Не має доходу, але й не має ризиків інвестування	Дуже високий
Казначейські векселі та державні облігації з найвищим кредитним рейтингом	Майже безризиковий. Дохідність — мінімально приваблива ринкова норма, приймається як безризикова ставка дохідності	Високий
Ощадні рахунки в надійних системних комерційних банках	Ризик низький, дохідність дуже помірною	Високий
Муніципальні облігації	Ризик досить низький, дохідність помірною	Високий
Корпоративні облігації	Ризик та дохідність трохи вищі, ніж у муніципальних облігацій	Високий
Привілейовані акції	Ризик нижчий за звичайні акції, <i>обіцяний</i> дохід — фіксований	Середній
Звичайні (прості) акції	Високий рівень ринкових ризиків, пов'язаних з коливаннями ринкової вартості, компенсується вищою дохідністю порівняно з іншими фінансовими інструментами	Низький

Зазначимо, що в цій таблиці види капіталовкладень відсортовані за зростанням ступеня інвестиційного ризику та дохідності від інвестування.

Таким чином, аналіз закономірностей функціонування розвинених фінансових ринків дає змогу зробити такі **загальні висновки**:

- ◆ здебільшого облігації та банківські заощадження мають нижчий ступінь **інвестиційних ризиків**, ніж акції, але при цьому надають і менший дохід на інвестиції;

- ◆ звичайні акції, дивіденди за якими не є постійною величиною, а реагують на ринкові зміни, менш чутливі до впливу **інфляційних ризиків**, ніж фінансові інструменти з фіксованим доходом (ощадні вклади, векселі, облігації).

Варто зазначити, що така градація за ступенем ризику вкладення коштів досить *умовна*. На практиці можливі варіанти, коли, наприклад, певний вексель чи облігація значно ризикованіші за звичайну акцію. Інший варіант (до речі, притаманний Україні) — коли за акцією взагалі не виплачують дивіденди незалежно від темпів інфляції.

Основні терміни та поняття



Справедлива ринкова вартість
Основні види вартості цінних паперів
Основні методичні підходи до оцінки цінних паперів
Мінімальна приваблива ставка дохідності
Дохідність за час операції та у відсотках річних
Метод кумулятивної побудови
Модель оцінки капітальних активів (*CAPM*)
Коефіцієнти α («альфа») та β («бета»)
Теорія арбітражного ціноутворення (*APT*)
Модель середньозваженої вартості капіталу (*WACC*)
Ліквідність
Ліквідаційна вартість
Невизначеність
Індивідуальний та систематичний ризик
Дефолт

Питання для самоконтролю



1. Основні засади інвестиційного аналізу.
2. Класифікація видів вартості цінних паперів.
3. Охарактеризуйте основні методичні підходи до експертної оцінки цінних паперів згідно з Національними стандартами оцінки.
4. Сутність поняття дохідності та її види.
5. Поясніть сутність методу кумулятивної побудови ставки дохідності. Наведіть приклад розрахунку за цим методом.
6. Поясніть сутність моделі оцінки капітальних активів для визначення ставки дохідності. Наведіть приклад розрахунку за цією моделлю.
7. Поясніть сутність коефіцієнта чутливості «бета» та інтерпретуйте граничні значення цього коефіцієнта.
8. Поясніть сутність теорії арбітражного ціноутворення для визначення ставки дохідності. Наведіть приклад розрахунку за цим методом.
9. Поясніть сутність моделі середньозваженої вартості капіталу для визначення ставки дохідності. Наведіть приклад розрахунку за цією моделлю.
10. Проаналізуйте взаємозв'язок між дохідністю та ліквідністю фінансових активів.
11. Поясніть, у чому полягає невизначеність та ризикованість фінансової операції.
12. Проаналізуйте взаємозв'язок між дохідністю та ризикованістю (надійністю) фінансових активів.
13. Основні етапи ризик-менеджменту фінансової операції.
14. Поняття дефолту та оцінювання ступеня надійності фінансових інструментів.

Література для поглибленого вивчення



Основна

1. Бердникова Т. Б. Оценка ценных бумаг : учеб. пособие. — М. : ИНФРА-М, 2006. — 144 с. — (Высшее образование).
2. Долінський Л. Б. Фінансові обчислення та аналіз цінних паперів : навч. посіб. — К. : Майстер-Клас, 2005. — 192 с.

3. Закон України «Про оцінку майна, майнових прав та професійну оціночну діяльність в Україні» від 12.07.2001 р. № 2658-III.
4. Методика оцінки майна. Затверджено постановою Кабміну від 10.12.2003 р. № 1891.
5. Міжнародні стандарти оцінки. Видання восьме. — К. : АртЕК, 2007.
6. Національний стандарт № 1 «Загальні засади оцінки майна і майнових прав». Затверджено Постановою Кабінету Міністрів України від 10.09.2003 р. № 1440.
7. Національний стандарт № 3 «Оцінка цілісних майнових комплексів». Затверджено Постановою Кабінету Міністрів України від 29.11.2006 р. № 1655.

Додаткова

8. Бланк И. А. Инвестиционный менеджмент : учеб. курс. — К. : Эльга-Н; Ника-Центр, 2001. — 448 с.
9. Вітлінський В. В., Верченко П. І. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисципліни — К. : КНЕУ, 2000. — 292 с.
10. Долінський Л. Б. Фінансова математика : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 2009. — 265 с.
11. Долінський Л. Б. Теоретичне підґрунтя інвестиційної оцінки цінних паперів в Україні // Фінанси України. — 2008. — № 5. — С. 87—95.
12. Долінський Л. Б., Павленко Ю. В. Деякі аспекти кількісного аналізу ефективності управління активами інститутів спільного інвестування // Ринок цінних паперів України. — 2007. — № 3—4. — С. 53—58.
13. Лебедь Н. П., Мендрул А. Г. Практическое пособие по экспертной оценке предприятий. — К. : ФГИ Украины, «Легалис-Эксперт», «Эксперт-Л», 1996. — 280 с.
14. Мендрул О. Г. Управління вартістю підприємств : монографія. — К. : КНЕУ, 2002. — 272 с.
15. Посібник з оцінки бізнесу в Україні / за ред. Я. І. Маркуса. — К. : Міленіум, 2004. — 348 с.

МОДЕЛІ ОЦІНКИ ОБЛІГАЦІЙ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: поняття облігації, класифікацію облігацій згідно з чинним законодавством України, поняття ринкового курсу, означення купонної дохідності та дохідності до погашення; теореми оцінювання облігацій; поняття кредитного рейтингу та сутність процедури рейтингування облігацій;

— *уміти*: оцінювати внутрішню вартість купонної та безкупонної облігації, обчислювати купонну та повну дохідність облігації, розрізнити паритетну, преміальну та дисконтну облігацію, оцінювати реалізовану дохідність, обчислювати накопичений купонний дохід; користуватися міжнародною та національною рейтинговими шкалами.

4.1. Економіко-правові властивості облігацій

У Законі України «Про цінні папери та фондовий ринок» [1] зазначено, що **облігація** — цінний папір, що посвідчує внесення його власником грошей, визначає відносини позики між власником облігації та емітентом, підтверджує зобов'язання емітента повернути власникові облігації її номінальну вартість у передбачений умовами розміщення облігацій строк та виплатити дохід за облігацією, якщо інше не передбачено умовами розміщення.

Цей Закон виокремлює 4 різних типи облігацій:

- облігації підприємств;
- облігації місцевих позик;
- державні облігації України;
- іпотечні облігації.

Причому перші 3 типи належать до *боргових* цінних паперів (таких, що посвідчують відносини позики), а останній — до *іпо-*

течних цінних паперів (виконання зобов'язань емітента за якими забезпечене іпотечним покриттям).

Отже, 3 типи боргових облігацій різняться за емітентами, якими можуть бути: *підприємства* (включаючи банки, страхові компанії та інші фінансові установи), *муніципалітети* (міські ради), *держава* (в особі Мініну та підпорядкованого останньому Держказначейства). Ці три типи облігацій зазвичай не мають прямого забезпечення боргових зобов'язань.

Принциповою відмінністю іпотечних облігацій є їх забезпеченість певним іпотечним покриттям (об'єктами нерухомості). Тут маємо зазначити, що на відміну від звичайних облігацій масових емісій іпотечних облігацій в Україні поки що не відбувається, внаслідок нерозвиненості вітчизняного іпотечного ринку. По суті, іпотечні облігації, так само як і інші види облігацій, є борговими зобов'язаннями, тому відокремлення їх у відособлену групу є досить умовним.

Також у Законі «*Про цінні папери та фондовий ринок*» записано, що облігації розміщуються у *документарній* або *бездокументарній формі*, можуть бути *іменними* або *на пред'явника* тощо.

Крім того, відповідно до умов розміщення облігацій, погашення облігацій може здійснюватися грошима або майном, вони можуть бути емітованими у національній або іноземній валюті, бути такими, що вільно обертаються або з обмеженнями.

Умови розміщення облігацій, що емітується акціонерним товариством, можуть передбачати можливість їх конвертації в акції акціонерного товариства (*конвертовані облігації*).

Облігації можуть розміщуватися з фіксованим строком погашення, єдиним для всього випуску. *Дострокове погашення* облігацій за вимогою їх власників дозволяється у разі, коли така можливість передбачена умовами розміщення облігацій, якими визначені порядок установлення ціни дострокового погашення облігацій і строк, у який облігації можуть бути пред'явлені для дострокового погашення. На Заході зміна строків та інших умов обігу облігації (зокрема купонної ставки) описується поняттям «оферта», однак цей термін не застосовується в чинному українському законодавстві.

Емітент, відповідно до Закону «*Про цінні папери та фондовий ринок*», може розміщувати *відсоткові*, *цільові* та *дисконтні* облігації.

Відсоткові облігації — за якими передбачається виплата відсоткових доходів.

Дисконтні облігації — котрі розміщуються за ціною, нижчою ніж їх номінальна вартість. Різниця між ціною придбання та номінальною вартістю облігації виплачується власнику облігації під час її погашення і становить дохід (дисконт) за облігацією.

Тобто в Законі явно не вказано, але, в переважній більшості випадків, дисконтні облігації є безвідсотковими.

Цільові облігації — виконання зобов'язань за якими дозволяється товарами та/або послугами відповідно до вимог, установлених умовами розміщення таких облігацій.

В Україні більше половини всіх відкритих (публічних) випусків облігацій припадає на цільові облігації під будівництво, які емітовані не у грошовій формі, а на квадратні метри нерухомості. Причому, як свідчить практика, усі ці облігації є безвідсотковими.

Таким чином, з погляду способу отримання дохідності розрізняють *відсоткові* та *безвідсоткові* (дисконтні) облігації. Оскільки історично виплати відсотків фіксувалися у вигляді **купонів** за облігацією, з'явилися поняття купонних виплат та купонної ставки дохідності. Тому відсоткові облігації також називають **купонними**, а безвідсоткові, відповідно — **безкупонними**.

Облігації також розрізняють за типом емітента, сферою розміщення та низкою інших додаткових економічних і правових умов. Не намагаючись висвітлити всі економіко-правові властивості облігацій, зазначимо, що в аспекті моделювання нас насамперед цікавитимуть ті їх особливості, які впливатимуть на вартісні, часові та інші інвестиційні характеристики цих цінних паперів.

Незалежно від виду, типу та додаткових параметрів облігаційної позики, по суті, будь-яка облігація — це зобов'язання емітента про виплату фіксованих сум грошей у фіксовані моменти часу в майбутньому. Отже, з позицій фінансового моделювання, облігація — це певний *потік платежів*.

Облігаційне зобов'язання описують такими параметрами:

- *номінальною вартістю (номіналом);*
- *датою погашення (строком до погашення);*
- *купонним доходом (купонною ставкою);*
- *датами виплат відсотків (періодичністю купонних виплат).*

Купонну ставку c задають у вигляді відсотка до номіналу:

$$c = C / N, \quad (4.1)$$

де C — величина купонної виплати за один купонний період;
 N — номінал облігації.

Крім того, не виключена наявність певних додаткових параметрів, заданих умовами випуску, зокрема:

- *умови дострокового викупу;*
- *умови конвертації в акції емітента;*
- *особливі умови погашення* (наприклад, погашення не на дату, а протягом певного періоду) тощо.

Усі перелічені вище параметри та багато додаткової інформації містить документ, наявність якого є обов'язковою згідно з чинним законодавством — **проспект емісії** облігацій. Окрім проспекту емісії зазвичай емітент розробляє ще один офіційний документ — **інвестиційний меморандум**.

Інвестиційна вартість та дохідність облігації є функціями від цих висхідних параметрів. Отже, розглянемо основні моделі оцінки облігацій.

4.2. Оцінювання інвестиційної вартості облігацій

Внутрішня (інвестиційна) вартість облігації — це теперішня вартість майбутніх надходжень коштів (купонних виплат та номіналу), приведених з урахуванням чинної ставки дисконтування.

Таким чином, внутрішня вартість облігації показує максимальну припустиму величину купівлі облігації. Потенційний інвестор, вкладаючи кошти, фактично купує потік майбутніх доходів за облігацією. Виходячи з принципу окупності інвестицій, приведена вартість цього грошового потоку має бути не нижчою від величини початкових капіталовкладень (ціни купівлі) за облігацією, інакше інвестування є недоцільним.

Зазначимо, що оскільки оцінка інвестиційної вартості облігації залежатиме від обраної ставки дисконтування, то вона є умовною величиною. Кожний інвестор має власні міркування щодо мінімально привабливої норми дохідності за облігацією. За різних прийнятих норм дохідності можна отримати різні значення внутрішньої вартості облігації, а отже, й різну інвестиційну привабливість цього фінансового інструменту для різних інвесторів.

Процес визначення інвестиційної вартості шляхом приведення (дисконтування) потоку майбутніх доходів за облігацією зображено на рис. 4.1.

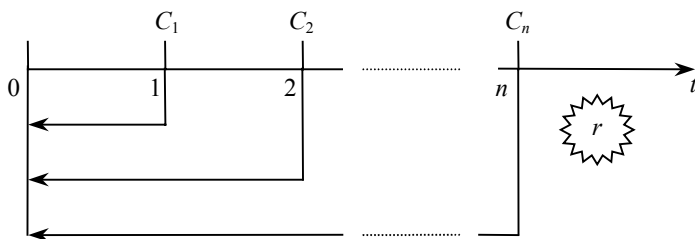


Рис. 4.1. Дисконтування потоку платежів за облігацією

Отже, нехай майбутні надходження коштів за облігацією дорівнюють $C_1, C_2, \dots, C_n$, у відповідні проміжки часу: $1, 2, \dots, n$. Тоді з урахуванням ефекту дисконтування внутрішня вартість облігації V дорівнює:

$$V = \frac{C_1}{1+r_1} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+r_n)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+r_t)^t}, \quad (4.2)$$

де r_t — ставка дисконтування у t -му періоді виплат.

Зазвичай у фінансових обчисленнях щодо інвестиційної вартості приймають певні припущення та спрощення стосовно потоку платежів за облігацією. Перелічимо основні з них:

— купонні виплати є *періодичними*¹ (здійснюються через однакові проміжки часу);

— купонні виплати за періодами є *рівними* між собою ($C_t = C = \text{const}$);

— номінальну вартість облігації виплачують разом з останньою купонною виплатою в момент погашення облігації.

— ставка дисконтування є *незмінною* протягом усього терміну існування облігаційного зобов'язання ($r_t = r = \text{const}$).

З урахуванням уведених припущень формулу (4.2) можна перетворити таких чином:

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^n}. \quad (4.3)$$

Отримане рівняння (4.3) — це **класична формула** оцінювання внутрішньої (інвестиційної) вартості облігації. Рівняння (4.3) показує, скільки на сьогодні має коштувати певна облігація, виходячи з тих майбутніх доходів, які виплачуватимуть її власнику.

¹ Зазвичай періоди виплат за облігаціями дорівнюють кварталам, півріччям або рокам, причому для спрощення розрахунків вважають, що тривалість цих часових інтервалів завжди постійна, незалежно від конкретного кварталу, півріччя, року.

Подивимось на чисельному прикладі, як проводити розрахунки за формулою (4.3).

Приклад 4.1.

Оцінити інвестиційну вартість трирічної облігації номіналом 1000 грн з купонною ставкою 8 % річних, якщо купонні виплати здійснюють один раз на рік, за ставкою дисконтування $r = 10\%$ річних.

Спочатку за формулою (4.1) знайдемо величину річної купонної виплати: $C = 1000 \cdot 0,08 = 80$ грн.

Тоді за формулою (4.3) маємо:

$$\begin{aligned} V &= 80 / 1,1 + 80 / 1,1^2 + 1080 / 1,1^3 = \\ &= 72,73 + 66,12 + 811,42 = 950,27 \text{ грн.} \end{aligned}$$

Отже, за ставки дисконтування 10 % інвестиційна вартість облігації є меншою від номіналу. Зрозуміло, що збільшення норми ринкової дохідності та, відповідно, і ставки дисконтування призведе до того, що ця облігація оцінуватиметься ринком ще дешевше, а зменшення норми ринкової дохідності, навпаки, призведе до подорожчання облігації.

Оскільки перша складова формули (4.3) являє собою величину приведеної вартості фінансової ренти, що складається з купонних виплат за облігацією, то її можна представити в анuitетному вигляді. Тоді, з урахуванням властивостей звичайного анuitету, рівняння (4.3) можна подати так:

$$V = C \left(\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \right) + \frac{N}{(1 + r)^n}. \quad (4.4)$$

Отримане рівняння (4.4) надає альтернативний варіант розрахунку внутрішньої вартості облігації, яким доцільно скористатися за великої кількості купонних періодів.

Також у літературі трапляється інший варіант запису формули (4.4). Здійснимо певні перетворення:

$$V = \frac{C}{r} \cdot (1 - (1 + r)^{-n}) + N \cdot (1 + r)^{-n} = \frac{C}{r} + \left(N - \frac{C}{r} \right) \cdot (1 + r)^{-n}.$$

Отже, остаточно отримаємо:

$$V = \frac{C}{r} + \left(N - \frac{C}{r} \right) \cdot (1 + r)^{-n}. \quad (4.4')$$

З виразу (4.4') легко пересвідчитися, що якщо облігаційне зобов'язання є безстроковим, тобто купонні платежі стають вічною рентою, то інвестиційна вартість такої облігації прямує до величини C/r .

У багатьох випадках облігація випускається на строк, більший від одного року, а купонні виплати за нею здійснюються кілька разів на рік. Якщо купонні виплати відбуваються m разів за рік, то рівняння (4.3) набуває такого вигляду:

$$V = \sum_{t=1}^{n \cdot m} \frac{C/m}{(1+r/m)^t} + \frac{N}{(1+r/m)^{n \cdot m}}. \quad (4.5)$$

Формула (4.5) відповідає класичній формулі (4.3) за умови, що загальна кількість виплат дорівнює $m \cdot n$, а величина однієї купонної виплати дорівнює C/m .

Приклад 4.2.

Оцінити інвестиційну вартість трирічної облігації номіналом 1000 грн з річною купонною ставкою 5 %, якщо купонні виплати здійснюють один раз на півроку, а ставка дисконтування $r = 6\%$.

За формулою (4.5) маємо:

$$V = 25 / 1,03 + 25 / 1,03^2 + \dots + 1025 / 1,03^6 = 972,91 \text{ грн.}$$

Якби виплати за цією облігацією здійснювали один раз на рік, її внутрішня вартість дорівнювала б:

$$V = 50 / 1,06 + 50 / 1,06^2 + 1050 / 1,06^3 = 973,27 \text{ грн.}$$

Отже, частіші виплати зменшують інвестиційну вартість облігації.

Рівняння (4.5) теж можна привести до ануїтетного вигляду за аналогією з (4.4). Маємо:

$$V = \frac{C}{r} \cdot (1 - (1 + r/m)^{-n \cdot m}) + N \cdot (1 + r/m)^{-n \cdot m}. \quad (4.6)$$

Тепер зробимо перетворення виразу (4.6) по аналогії з (4.4'). Остаточно отримаємо:

$$V = \frac{C}{r} + \left(N - \frac{C}{r} \right) \cdot (1 + r/m)^{-n \cdot m}. \quad (4.6')$$

Зазначимо, що переважна більшість емісій купонних облігацій в Україні передбачає щоквартальні виплати ($m = 4$) за вказаної

річної ставки дохідності. Проте у наукових дослідженнях стосовно моделей оцінювання фінансових інструментів часом розглядають питання *неперервних* купонних виплат за облігацією. Тобто проміжок часу між двома послідовними купонними виплатами вважають дуже незначним, тож погашення купонів відбувається майже *постійно*, а кількість виплат m за рік прямує до нескінченності.

Тоді, скориставшись властивостями другої особливої границі, можна записати:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (1 + r/m)^m = e^r. \quad (4.7)$$

Зрозуміло, що рівняння (4.7) повністю збігається із формулою (2.9) для множника неперервних складних процентів.

Урахувавши властивість (4.7) у формулі (4.6'), отримаємо такий вираз для обчислення внутрішньої вартості купонної облігації:

$$V = \frac{C}{r} + \left(N - \frac{C}{r} \right) \cdot e^{-r \cdot n}. \quad (4.8)$$

Отже, здійснивши заміну (4.7), ми отримали модель оцінки (4.8), яка не залежить від кількості та частоти купонних виплат, а враховує лише номінал, розмір купона, строк до погашення та ставку дисконтування.

Обчислення за формулою (4.8) досить часто можна знайти в роботах західних учених, бо коли ставка дисконтування становить близько 4—6 % річних, як у розвинених країнах, то результати розрахунків за цією формулою мають незначні розбіжності порівняно із точною формулою (4.6').

Однак іще раз наголосимо, що найбільш поширеним та загальноприйнятим варіантом обчислення внутрішньої вартості облігації є модель, яка описується рівнянням (4.3).

Порівнюючи обчислену внутрішню вартість облігації з її номінальною вартістю, можна виокремити три типи облігацій:

◆ **паритетні облігації** — ті, що розміщують на ринку за номіналом;

◆ **дисконтні облігації** — ті, що розміщують на ринку з дисконтом (знижкою від номіналу);

◆ **преміальні облігації** — ті, що розміщують на ринку з премією (надбавкою до номіналу).

Розглянемо всі три типи облігацій на чисельному прикладі.

Приклад 4.3.

Оцінити інвестиційну вартість трирічної облігації номіналом 1000 грн з річною купонною ставкою 5 % за таких умов:

1. Ставка дисконтування $r = 5\%$ річних, тобто дорівнює вказаній купонній ставці.

За формулою (4.3) маємо:

$$V = 50 / 1,05 + 50 / 1,05^2 + 1050 / 1,05^3 = 1000 \text{ грн.}$$

2. Ставка дисконтування збільшилася до $r = 8\%$ річних.

Аналогічно до попередніх обчислень знаходимо: $V = 922,69$ грн.

3. Ставка дисконтування зменшилася до $r = 2\%$ річних.

У цьому випадку знаходимо: $V = 1086,52$ грн.

Таким чином, існує три варіанти співвідношення номінальної та внутрішньої вартості облігації залежно від співвідношення її купонної ставки та ринкової норми дохідності (ставки дисконтування). Узагальнюючи результати обчислень прикладу 4.3, у формалізованому вигляді ці співвідношення можна подати так:

$$\begin{cases} c = r \Rightarrow V = N \\ c < r \Rightarrow V < N \\ c > r \Rightarrow V > N \end{cases} \quad (4.9)$$

У системі (4.9) найменш очевидним є перше рівняння, проте його легко довести. Достатньо виразити величину періодичної купонної виплати через відсоток від номіналу облігації.

Причому, коли $c = r$, то купонна виплата $C = N \times r$. Підставивши останню величину в рівняння (4.4), маємо:

$$V = N \cdot r \cdot \left(\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \right) + N \cdot (1 + r)^{-n} = N,$$

Що й потрібно було довести.

У цілому система (4.9) описує умови, за яких облігація стає або паритетною, або дисконтною, або преміальною.

Коли купонна ставка дорівнює ринковій нормі дохідності, облігацію потрібно продавати за номіналом. Облігація, ринкова вартість якої дорівнює номінальній, — це **паритетна** облігація.

Коли купонна ставка нижча від ринкової норми дохідності, облігацію потрібно продавати з дисконтом. Облігація, ринкова вартість якої нижча від номіналу, — це **дисконтна** облігація.

Коли купонна ставка вища від ринкової норми дохідності, облігацію потрібно продавати з премією. Облігація, ринкова вартість якої вища від номіналу — це **преміальна** облігація.

Зазначимо, що облігація, яка має вільний обіг на ринку, за активної торгівлі може змінювати свою ринкову вартість так, що буде при цьому переходити, наприклад, з розряду преміальних у дисконтні і т. ін. Це пояснюється різною економічною природою купонних ставок (фіксованої дохідності) та ринкових ставок дохідності.

Купонну ставку обирають близькою до середньоринкової дохідності облігацій, подібних за своєю інвестиційною якістю. Купонну ставку призначає емітент у момент випуску облігації, і вона зазвичай залишається незмінною протягом усього строку існування цього боргового зобов'язання.

Проте зміна кон'юнктури ринку боргових зобов'язань може привести до того, що через деякий час середньоринкова дохідність зміниться. Облігація з *фіксованою* купонною ставкою може відреагувати на це тільки одним чином — коригуванням ринкової вартості.

Для пояснення наведених міркувань повернемося до прикладу 4.3. Уявімо собі, що в момент випуску середньоринкова дохідність аналогічних облігацій становила 5 %, тому купонну ставку було обрано на цьому рівні. Наприклад, через деякий час ринкова норма дохідності стала вищою — збільшилась до 8 %. Для того щоб збільшити дохідність цієї облігації, продавець змушений знизити її вартість до 922,69 грн. Саме зниження її вартості на 77,31 грн забезпечує загальну дохідність операції для інвестора — ті самі 8 % річних, що дасть змогу цій облігації конкурувати з аналогічними цінними паперами.

Облігація з нульовим купонним доходом

Вищенаведені формули (4.1)–(4.8) описують моделі оцінки вартості купонних облігацій. Однак у практиці фінансових ринків часто трапляються й більш прості інструменти — *безкупонні* облігації, тобто облігації з нульовим купонним доходом. Наприклад, в Україні частка безкупонних облігацій перевищує половину від загального обсягу випуску облігаційних зобов'язань¹.

Отже, умовами випуску облігації може бути передбачено, що вона не має жодних проміжних процентних виплат (купонів),

¹ В Україні безкупонними є так звані цільові та дисконтні облігації.

лише з настанням строку погашення виплачують номінальну вартість цього боргового зобов'язання.

Для облігації з нульовим купоном ($C = 0$) класичну формулу (4.3) можна спростити так:

$$V = \frac{N}{(1+r)^n}. \quad (4.10)$$

Із формули (4.10) легко побачити, що оскільки $r > 0$, то $V < N$, тобто для забезпечення позичальнику необхідної норми дохідності облігація з нульовим купонним доходом завжди розміщується зі знижкою від номіналу — з дисконтом. Отже, згідно з виразом (4.9) за співвідношенням між внутрішньою (інвестиційною) та номінальною вартостями безкупонна облігація завжди є *дисконтною*.

Чиста приведена вартість облігації

Інвестиційна (внутрішня) вартість V облігації показує лише, скільки *об'єктивно* має коштувати на ринку такий цінний папір, проте в інвесторів є власні *суб'єктивні* сподівання щодо її вартості. У будь-який момент часу кожна облігація може бути недооцінена або переоцінена ринком. Тому *внутрішня вартість* V є лише розрахунковою, теоретичною ціною, яка може відрізнятися від реальної, емпіричної *ринкової вартості* P .

Визначити цю різницю можна за допомогою критерію чистої приведеної вартості NPV . Цей показник для облігації розраховується як різниця між її внутрішньою вартістю та реальною ринковою ціною:

$$NPV = V - P.$$

Додатна величина NPV вказує на *недооціненість* облігації, а від'ємна — на *переоціненість* облігації. Отже, як і для будь-яких інших видів інвестицій, за додатної величини NPV в облігацію можна вкладати кошти (купувати її).

Ринковий курс облігації

У випадках, коли ринкова вартість P облігації відрізняється від її номіналу, для її опису часто використовують такий показник, як курсова вартість, або просто *курс облігації* K :

$$K = \frac{P}{N} \cdot 100. \quad (4.11)$$

Таку відносну оцінку зручно застосовувати для порівняння облігацій різної номінальної вартості.

Приклад 4.4.

Маємо дані про дві облігації. Перша — номіналом 100 грн продається за 95 грн, друга — номіналом 10 000 грн продається за 9000 грн.

Визначимо їх ринковий курс.

За формулою (4.11) курс першої облігації становить 95, а другої — 90 одиниць. Отже, *абсолютна* ринкова вартість другої облігації більша на два порядки, але перша облігація *відносно* дорожча, оскільки її курс вищий на 5 одиниць.

4.3. Оцінювання ринкової дохідності облігацій

Аналізуючи дохідність облігації, необхідно враховувати, що інвестор, купуючи цей фінансовий інструмент, у загальному випадку розраховує на два джерела доходів:

— *процентні доходи* у вигляді періодичних купонних виплат (якщо вони передбачені);

— *доходи від погашення основної суми* боргового зобов'язання (номіналу) у вигляді різниці між номінальною вартістю та ціною купівлі облігації (якщо облігацію придбано з дисконтом).

Виходячи з цього, для облігації зазвичай визначають два показники дохідності — **купонну (поточну) дохідність** та **дохідність до погашення (повну дохідність)**. Обидва показники, як правило, подають у річному вимірі.

Купонну дохідність Y_c розраховують як відношення *річних* купонних виплат до *поточної* ринкової вартості облігації:

$$Y_c = C / P. \quad (4.12)$$

Поточна дохідність не є фіксованою величиною. Цей показник перераховують кожного разу, коли змінюється ринкова вартість облігації. Таким чином він відображає поточну ринкову ситуацію.

Приклад 4.5.

Нехай за облігацією номіналом 1000 грн купонна ставка дорівнює 12 % річних, а купонні виплати відбуваються один раз на рік. Відомо, що інвестор придбав цю облігацію за номіналом.

Тоді за формулою (4.12) у момент купівлі її поточна дохідність дорівнювала купонній ставці:

$$Y_c = 120 / 1000 = 0,12, \text{ або } 12 \ \%.$$

Якщо ціна облігації на ринку збільшиться до 1100 грн, поточна дохідність зменшиться:

$$Y_c = 120 / 1100 = 0,109, \text{ або } 10,9 \ \%.$$

Якщо ринкова вартість облігації знизиться до 900 грн, поточна дохідність збільшиться:

$$Y_c = 120 / 900 = 0,133, \text{ або } 13,3 \ \%.$$

Довідкові значення наявних на ринку ставок поточних дохідностей різних облігацій є корисною для потенційного інвестора інформацією, яку він використовує для порівняння альтернативних варіантів капіталовкладень.

Зрозуміло, що будь-який раціонально діючий інвестор у *короткостроковій* перспективі націлений на купівлю облігацій з якнайкращим співвідношенням між купонними виплатами та ринковою ціною, тобто з більшим показником купонної дохідності, що обчислюються за формулою (4.12). Для *довгострокових* інвестицій оцінюється більша кількість параметрів, тому купонна дохідність не дозволяє прийняти однозначне інвестиційне рішення. Загалом ця міра дохідності спрощена, оскільки не враховує важливе джерело доходу — погашення номіналу облігації.

Наприклад, для облігацій з нульовим купонним доходом поточна дохідність дорівнює нулю. При цьому вони можуть бути досить дохідними за рахунок дисконту від номінальної вартості.

Важливим показником в оцінці облігацій є показник її **дохідності до погашення**, котрий вимірює повну дохідність за весь строк існування цього боргового зобов'язання. Цей показник є більш інформативним, оскільки враховує обидва джерела доходу інвестора від вкладень в облігації.

Повну дохідність за облігацією інвестор отримує за виконання таких умов:

— інвестор утримуватиме облігацію до настання строку погашення;

— купонні виплати та погашення номіналу відбуватимуться вчасно і в повному обсязі (без урахування *кредитного ризику*);

— купонний дохід буде реінвестований на строк до настання строку погашення облігації під ставку відсотка, що була на момент придбання облігації (без урахування *ринкових ризиків реінвестування, недостатньої ліквідності* тощо).

Дохідність до погашення (*Yield-to-maturity, YTM*) — це таке значення ставки дисконтування, за якої сумарна приведена вартість усіх виплат за облігацією дорівнює її теперішній ринковій вартості. Отже, за своїм змістом дохідність до погашення — це **внутрішня норма дохідності** інвестицій у цю облігацію.

Математично повна дохідність (дохідність до погашення) облігації — це таке значення y , для якого виконується рівність:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{N}{(1+y)^n}. \quad (4.13)$$

Рівняння (4.13) отримують із класичної формули (4.3), підставивши замість невідомої величини внутрішньої вартості відому ціну купівлі облігації та замість відомої величини ставки дисконтування невідому ставку повної дохідності y . Зрозуміло, що відносно параметра y вираз (4.13) стає рівнянням високого ступеня, що ускладнює розрахунок дохідності до погашення.

Аналогічно можна оцінювати повну дохідність і на основі формул (4.4)—(4.6), але й застосування останніх майже не змінює загальну трудомісткість розрахунків.

Приклад 4.6.

Нехай є трирічна облігація номіналом 1000 грн з купонною ставкою 5 % річних, купонні виплати за якою здійснюються один раз на півроку. Припустимо, що її придбано за 951,9 грн. Підставивши у формулу (4.13) відомі дані, дохідність до погашення можна знайти з рівняння:

$$951,9 = 25 / (1 + y / 2) + 25 / (1 + y / 2)^2 + \dots + 1025 / (1 + y / 2)^6.$$

Звідси методом послідовного перебирання значень отримаємо, що дохідність до погашення $y = 6,8$ % річних.

У цілому процедура розрахунку дохідності до погашення досить трудомістка, найпростіший спосіб — обчислення цього показника за допомогою функцій СТАВКА або ВСД MS Excel.

Зазначимо, що для *облігації з нульовим купоном* дохідність до погашення обчислюють значно простіше, оскільки її можна математично виразити з рівняння (4.10):

$$y = (N / P)^{1/n} - 1. \quad (4.14)$$

Вираз (4.14) неявно передбачає, що для отримання додатної величини повної дохідності y , має виконуватись умова $N > P$, тобто облігація має розміщуватися з дисконтом.

Реалізована дохідність

Облігація, як достатньо ліквідний фінансовий інструмент, може купуватися інвестором з метою перепродажу її до настання строку погашення (за сприятливої ринкової кон'юнктури). У цьому разі має сенс визначення не дохідності *за весь строк існування* облігації (дохідності до погашення), а лише дохідності *за час володіння* — так званої **реалізованої дохідності**.

Реалізована дохідність вимірює дохід за облігацією, реально отриманий її власником за час володіння нею за умови, що всі купонні виплати були реінвестовані за обіцяною ставкою доходу.

Приклад 4.7.

Інвестор придбав за номіналом десятирічну облігацію номінальною вартістю 1000 грн зі щорічними 8-відсотковими купонними виплатами.

Оскільки облігація розміщувалася за номіналом, то її дохідність до погашення дорівнює купонній ставці 8 %.

Через три роки інвестор вирішив продати цю облігацію, але в цей час семирічні облігації подібної інвестиційної якості (близької надійності, ліквідності тощо) розміщувалися з дохідністю 10 % річних.

Розрахуємо поточну вартість (можливу ціну продажу) облігації. Вона дорівнюватиме приведеній вартості семи купонних виплат (що залишилися до погашення) і номіналу:

$$V = 80 / (1,1) + 80 / (1,1)^2 + \dots + 1080 / (1,1)^7 = 902,63 \text{ грн.}$$

Отже, надходження інвестора — це купонні виплати за перші три роки та поточна вартість (ціна продажу) облігації, а його витрати — це початкова ціна купівлі (номінал) облігації.

Таким чином, *реалізована дохідність* y обчислюють за рівнянням:

$$1000 = 80 / (1 + y) + 80 / (1 + y)^2 + (80 + 902,63) / (1 + y)^3.$$

Розв'язавши це рівняння, отримаємо: $y = 4,91$ % річних.

Зрозуміло, що інвестор, який достроково продає облігацію, змушений ділитися з наступним її власником частиною обіцяного емітентом доходу. Отже, достроковий продаж облігації зазвичай зменшує можливий дохід інвестора.

Іншим випадком, у якому доцільно визначати реалізовану дохідність за час володіння облігацією, є достроковий відклик (викуп) цього зобов'язання емітентом. У цьому разі замість дохідності до погашення розраховують так звану *дохідність до моменту відклику*.

Накопичений купонний дохід

Перепродаж облігації може відбутися не тільки відразу після чергової купонної виплати, але й у проміжку між цими виплатами. У цьому разі продавець може претендувати на частину від наступного купонного надходження, що розраховують як **накопичений купонний дохід (НКД)**.

Накопичений купонний дохід — це частина від загальної суми чергової купонної виплати, що відповідає періоду часу з моменту останньої купонної виплати (або з моменту розміщення, якщо купонних виплат іще не було) до моменту перепродажу облігації.

Приклад 4.8.

Облігація номіналом 5 тис. грн з купонною ставкою 12 % річних і виплатою купонів два рази на рік була перепродана через місяць після чергової купонної виплати. Визначимо величину НКД, на яку може претендувати продавець облігації.

$$\text{НКД} = 0,12 / 2 \cdot 1 / 6 \cdot 5000 \approx 50 \text{ грн.}$$

У цьому випадку купонна виплата за півроку становить 300 грн. Вважається, що оскільки продавець утримував у себе облігацію впродовж одного місяця після чергової купонної виплати, то він може претендувати приблизно на 1/6 від цієї виплати, тобто на 50 грн.

Котирувальні дані про вартість облігацій здебільшого не враховують НКД. Ринкова вартість без НКД називається **«чистою» ціною** облігації.

Однак фактичні комерційні розрахунки часто виконують з урахуванням НКД, тобто облігації реалізують за **«брудною» (повною) ціною**.

Поточну дохідність облігації зазвичай оцінюють на базі чистої ціни, а повну дохідність (дохідність до погашення) — на основі «брудної» ціни.

4.4. Аналіз взаємозв'язку ринкової вартості та дохідності облігацій

У реальних ринкових умовах такі вартісні характеристики облігації, як *вартість* і *дохідність*, неможливо розглядати відокремлено одну від одної, оскільки вони є тісно взаємопов'язаними і в будь-який момент часу мають взаємний вплив. Навіть мінімальна зміна ринкових ставок дохідності відразу певним чином відображується на ринковому курсі облігації, і навпаки, зміна ринкової ціни облігації відразу спричиняє перерахунок наявних значень ставок поточних та повних дохідностей.

У свою чергу, для правильного оцінювання вартості та дохідності облігації необхідно знати, зокрема, такі основні параметри:

- строк до погашення;
- купонну ставку;
- наявність / відсутність зауваження про відклик;
- ліквідність;
- ступінь кредитного ризику тощо.

Міжнародний досвід функціонування фінансових ринків підказує певний механізм аналізу цих параметрів. Обирається певна вартісна характеристика облігації, наприклад дохідність до погашення. Наявні на ринку облігації групують у *структуру дохідності* (*yield structure*), яку аналізують за наведеними параметрами (критеріями).

Якщо загальну структуру дохідності відсортувати за параметром *строк до погашення*, то можна отримати *часову залежність* (*term structure*) ринкових ставок дохідності. Якщо ранжувати набір наявних на ринку ставок дохідності за критерієм надійності облігацій, то отримаємо *структуру залежності від ступеня ризику* (*risk structure*) і т. ін.

Розглядувані параметри різноманітні. Деякі з них обов'язково задано умовами випуску облігації (строк до погашення, купонна ставка), а деякі необхідно визначати (ступінь ризикованості та ліквідності тощо).

Ступінь впливу цих параметрів визначають діапазоном коливань ціни або дохідності облігації за зміни одного з них. Цей метод отримав назву *аналіз чутливості*¹.

¹ Докладніше про аналіз чутливості зокрема йдеться у книзі [5].

Аналіз чутливості до перелічених вище параметрів виявив декілька закономірностей щодо взаємозв'язку ціни і дохідності облігацій, що отримали назву «**теореми оцінювання облігацій**».

Отже, у підручниках з теорії інвестицій (див. [9, 11]) розглядаються теореми, пов'язані з оцінюванням облігацій, у яких ідеться про закономірності щодо ринкових коливань дохідності та вартості облігацій. Систематизовані й узагальнені основні положення цих теорем (без доведення) такі.

1. Для облігацій, як і для інших фінансових інструментів, існує чітка обернена залежність між ціною та дохідністю: зростання ціни (ринкового курсу) означає зниження її дохідності, і навпаки.

2. За однакових ставок купонного доходу цінова мінливість у довгострокової облігації вища, ніж у короткострокової.

3. Якщо дохідність облігації не змінюється протягом її обігу, то величина премії або дисконту буде зменшуватися з наближенням дати погашення, і має повністю зникнути в момент погашення.

4. За однакових строків до погашення цінова мінливість буде вищою у тієї облігації, котра має меншу ставку купонного доходу.

5. Зменшення дохідності облігації приведе до зростання її курсу на величину більшу, ніж відповідне падіння курсу у разі збільшення дохідності на ту саму величину.

Поглиблене вивчення впливу коливань ринкової вартості на зміну дохідності облігацій передбачає обчислення спеціальних показників — *дюрації, модифікованої дюрації, опуклості* тощо. Розгляд цих показників виходить за межі даної роботи. Ознайомитися з ними можна, зокрема, у підручниках [11, 13].

4.5. Кредитні рейтинги як інтегральна оцінка ступеня кредитного ризику боргових зобов'язань

В інвестиційному аналізі цінних паперів важливу роль відіграє оцінка ризиків. Наприклад, облігації одного номіналу, з однаковим строком до погашення, з однаковими купонними виплатами та іншими умовами випуску можуть мати різну ринкову вартість і дохідність унаслідок різної ризикованості цих боргових зобов'язань. Тому, оцінюючи інвестиційну вартість і дохідність боргових цінних паперів, необхідно ретельно аналізувати цілу

низку інвестиційних ризиків, ключовим серед яких є **кредитний ризик** (ризик неплатежу, ризик дефолту)¹.

Орієнтиром для інвестора (кредитора) щодо ступеня кредитного ризику боргового зобов'язання є **кредитний рейтинг**. На розвинених фондових ринках існує чітка залежність між рівнем кредитного рейтингу та дохідністю боргового цінного папера. Отже, знаючи кредитний рейтинг боргового зобов'язання, інвестор може оцінити необхідну за цього ступеня ризику дохідність (відповідно і вартість) цінного папера.

Кредитний рейтинг — це узагальнена експертна оцінка ступеня кредитного ризику, що вказує на ймовірність невиконання (непогашення) боргових зобов'язань (імовірність *дефолту*).

Кредитний рейтинг присвоюється за стандартною, загальноприйнятою **шкалою кредитних рейтингів**, тож виступає універсальною оцінкою надійності (кредитоспроможності) об'єктів інвестування.

Сукупність присвоєних за рейтинговою шкалою кредитних рейтингів створює певну загальновідому систему класифікації (рейтингування) боргових зобов'язань, що перебувають в обігу, за ступенем надійності.

Кредитні рейтинги присвоюються незалежними спеціалізованими **рейтинговими агентствами** за допомогою аналітичної методології, що враховує весь комплекс факторів, які впливають на кредитоспроможність.

Виокремлюють *міжнародні, регіональні та національні* рейтингові агентства, які користуються *міжнародними* рейтинговими шкалами (універсальна шкала для глобального інвестора, що застосовна для будь-якої країни світу) або *національними* рейтинговими шкалами (специфічна шкала для користування винятково на внутрішньому ринку країни).

Найбільш авторитетними у світі є кредитні рейтинги трьох міжнародних агентств: Standard & Poor's (S&P), Moody's Investors Service (Moody's) та Fitch.

Усі ці агентства користуються близькими за змістом та умовними позначеннями — міжнародними **рейтинговими шкалами** (рис. 4.2), за якими кожний об'єкт рейтингової оцінки відносять до певного класу надійності, починаючи від боргових зобов'язань найвищого класу платоспроможності (*AAA*), до зобов'язань, що перебувають у стані неплатоспроможності (дефолту).

¹ Основні засади оцінювання інвестиційних ризиків і, зокрема, кредитного ризику розглянуто в п. 3.4.

Шкала Moody's Investors' Service	Шкала Standard & Poor's	
Інвестиційна категорія		
Aaa	AAA	
Aa	AA	
A	A	
Baa	BBB	
Неінвестиційна (спекулятивна) категорія		
Ba	BB	
B	B	
Ca	CCC	Рейтинг України
Ca	CC	
C	C	

Рис. 4.2. Узагальнена шкала провідних міжнародних рейтингових агентств

На рис. 4.2 наведено лише основні рейтингові класи. Для більш точної класифікації вони деталізуються шляхом введення допоміжних градацій («+» та «-» у S&P або індекси 1, 2, 3 у Moody's).

Провідні міжнародні рейтингові агентства мають майже сто-річний досвід роботи на фінансовому ринку США. У Західній Європі масове рейтингування фінансових інструментів почалося приблизно 15—20 років тому. Використання кредитних рейтин-гів є загальною тенденцією розвитку цивілізованого ринку бор-гових зобов'язань. Останніми роками система рейтингування ак-тивно впроваджується і в Україні. Активний розвиток рейтинг-ових послуг на вітчизняному ринку був спричинений по-явою 01 04 2004 р. *Розпорядження Кабміну*, яким було схвалено *Концепцію створення системи рейтингової оцінки регіонів, галу-зей національної економіки, суб'єктів господарювання* [2].

Агентства, які присвоюють рейтинги для потреб внутрішнього ринку, працюють за **національною шкалою**, яка затверджена од-нойменною *Постановою Кабміну* [3].

Національна шкала розроблена з урахуванням світового до-свіду, тому за принципами побудови є подібною до вищенаведе-них міжнародних рейтингових шкал. Її принципова відмінність полягає в тому, що вона дозволяє оцінювати надійність українсь-ких позичальників без урахування **суверенного ризику** України. Для цього за національною шкалою Україні надано не спекуля-

тивний рейтинг, а найвищий інвестиційний рівень кредитного рейтингу.

Національна шкала призначена для використання на внутрішньому фінансовому ринку України. Вона охоплює весь перелік кредитних рейтингів, як кредитних рейтингів емітента, так і кредитних рейтингів боргових інструментів.

Міжнародні рейтингові агентства працюють за універсальною шкалою. Це є зручним для іноземного інвестора, оскільки дозволяє зіставляти рівень кредитного ризику в різних країнах. Проте низький суверенний рейтинг України (див. рис. 4.2) не дозволяє провести достатню диференціацію надійності українських компаній. Адже з урахуванням суверенного ризику навіть найнадійніші вітчизняні компанії за міжнародною шкалою не можуть отримати рейтинги інвестиційного класу¹. Таким чином, якщо прорейтингувати українські компанії за міжнародною шкалою, то всі вони будуть віднесені до дуже близьких спекулятивних категорій.

Для українського інвестора необхідний більш чіткий розподіл вітчизняних компаній на класи надійності всередині країни. Без урахування суверенного ризику українські емітенти за національною шкалою можуть отримати кредитні рейтинги як інвестиційних, так і спекулятивних категорій.

За національною шкалою значення кредитних рейтингів варіюються в межах від позначки «uaAAA» (найвища кредитоспроможність) до позначки «uaD» (дефолт) — для довгострокових кредитних рейтингів; у межах від позначки «uaK1» (найвища кредитоспроможність) до позначки «uaKD» (дефолт) — для короткострокових кредитних рейтингів.

Національна шкала кредитних рейтингів дає змогу оцінити кредитний ризик позичальника — регіону, органу місцевого самоврядування, суб'єкта господарювання (зокрема, банків, підприємств, фінансових та страхових компаній), та окремих боргових інструментів — облігацій, векселів, позичок.

Відповідно до об'єкта рейтингового оцінювання виокремлюють два типи рейтингів надійності — кредитний рейтинг *позичальника* в цілому, чи кредитний рейтинг конкретного *боргового інструменту*.

Кредитний рейтинг позичальника характеризує рівень його спроможності своєчасно та в повному обсязі виплачувати відсотки і основну суму за борговими зобов'язаннями.

¹ Станом на кінець 2016 року.

Кредитний рейтинг боргового інструменту характеризує рівень спроможності емітента своєчасно та в повному обсязі обслуговувати зобов'язання за таким інструментом. Він може бути як нижчим, так і вищим від рейтингу позичальника (за наявності обставин, що зменшують кредитний ризик, — застави, фінансові гарантії, що надаються третьою особою).

Крім того, кредитні рейтинги можуть бути **короткостроковими** (характеризують кредитний ризик у короткостроковій перспективі — до одного року) і **довгостроковими** (характеризують кредитний ризик у довгостроковій перспективі — понад один рік).

Таким чином, один емітент може мати різні кредитні рейтинги власних боргових зобов'язань різних випусків, залежно від якості їх забезпечення, строку до погашення тощо.

Наголосимо, що кредитні рейтинги є оцінкою *відносного*, а не *абсолютного* кредитного ризику. Наприклад, найвищий рівень рейтингу для корпоративної облігації свідчить не про її *абсолютну* надійність, а лише про найвищу надійність по *відношенню* до інших подібних боргових інструментів. У цілому деякий кредитний ризик властивий корпоративним облігаціям завжди, а їх надійність може коливатися залежно від стану економіки.

Кредитний рейтинг складається не лише з поточної оцінки класу надійності, але й з прогнозу рейтингового агентства на майбутнє.

Прогноз кредитного рейтингу (позитивний, стабільний чи негативний) є коментарем стосовно переважних тенденцій, які впливають на кредитний рейтинг, з точки зору його можливих (але не обов'язкових) майбутніх змін.

Окрім детальної градації за ступенем кредитного ризику рейтингові шкали також дозволяють розподілити всі боргові зобов'язання на дві основні категорії: **інвестиційного** та **спекулятивного рівня**.

Зрозуміло, що зобов'язання інвестиційного рівня мають вищу надійність, а отже, й вищу ринкову вартість, ніж зобов'язання зі спекулятивним рейтингом.

На активному розвиненому фондовому ринку, на якому існує багато альтернативних варіантів інвестування, у переважній більшості випадків виконується правило: *чим нижчим є кредитний рейтинг боргового зобов'язання, тим більшу премію за ризик (вищу дохідність) вимагатиме інвестор*.

Отже, емітент боргового зобов'язання зацікавлений в отриманні як найвищого кредитного рейтингу. Чим кращим є його

рейтинг надійності, тим на меншу дохідність погодиться інвестор під час купівлі зобов'язання, тобто тим дешевше позичальник може залучити кредитні ресурси.

Вищенаведені міркування щодо взаємозв'язку між рівнем кредитного рейтингу та дохідністю (або вартістю) боргового зобов'язання справедливі не лише в теорії, але й емпірично доведені на практиці. Причому, за наявності на ринку цінних паперів різних класів надійності різниця у ставках дохідності між ними може бути дуже суттєвою.

Аналіз ретроспективних статистичних даних американського фондового ринку за досить тривалий (близько 50 років) період часу, проведений західними економістами (див., наприклад, [13, с. 430]), свідчить, що в періоди економічного підйому різниця у ставках дохідності між зобов'язаннями інвестиційного та спекулятивного класу скорочується.

Проте в умовах спаду економіки інвестори, як правило, не шукають високу дохідність, а намагаються не втратити зароблені раніше кошти, вкладаючи їх лише в надійні зобов'язання. Отже, в умовах економічної кризи різниця в дохідності боргових зобов'язань інвестиційного та спекулятивного класу суттєво зростає.

Таким чином, в умовах економічного спаду розмір премії за ризик неплатежу (дефолту) збільшується, а при економічному підйомі — зменшується.

У деяких випадках облігації зі спекулятивним рейтингом узагалі стають *неліквідними*, тобто їх практично неможливо продати навіть за дуже низькою ціною, а можна лише викинути. Такі облігації на професійному жаргоні трейдерів називають «*сміттєві*» (*викидні*) *облігації* (*junk bonds*). Якщо облігація мала інвестиційний рейтинг надійності в момент випуску, але потім її рейтинг значно знизився, її називають «*ангел, що впав*» (*fallen angel*).

Зазначимо, що в багатьох країнах певним категоріям інституційних інвесторів (зокрема, недержавним пенсійним фондам, страховим компаніям, комерційним банкам тощо) законодавчо заборонено вкладати кошти в цінні папери неінвестиційного рівня.

Тому емітенти, котрі не можуть отримати рейтинг інвестиційного рівня, змушені шукати більш дорогі джерела фінансування (банківські кредити, позики в небанківських кредитних установах тощо) або виходити на фондовий ринок з борговими зобов'язаннями, що мають дуже високу ставку дохідності.

Кредитний рейтинг має *чітко* відображати кредитоспроможність позичальника (надійність боргового зобов'язання), тому за появи суттєвої нової інформації щодо факторів впливу на фінансовий стан позичальника рейтинг у будь-який момент може бути змінений. Рейтингове агентство залишає за собою право в деяких випадках призупинити або взагалі відкликати наданий рейтинг.

На жаль, незважаючи на прагнення рейтингових агентств надавати ринку *об'єктивні* оцінки, кредитний рейтинг не може бути абсолютно точним та справедливим, оскільки відображає лише узагальнену *суб'єктивну* думку спеціалістів рейтингового агентства, котрі проводили рейтинговий аналіз.

Крім того, рейтингове агентство не здійснює аудиту інформації під час визначення кредитних рейтингів, і може, за необхідності, покладатися на неперевірені фінансові дані.

Тому рейтингове агентство завжди обумовлює, що наданий рейтинг — це лише незалежна експертна оцінка щодо кредитного ризику. Вона не є рекомендацією купити, продати чи залишити боргові інструменти даного емітента в інвестиційному портфелі, так само, як не є коментарем щодо його ринкової ціни чи прийнятності для певного інвестора.

Рейтинговий аналіз ураховує не лише фінансову *спроможність* боржника погасити зобов'язання, але і його *бажання* та *юридичну необхідність* платити по боргах.

Наголосимо, що *аналітична процедура* рейтингового оцінювання не обмежується лише кількісним фінансовим аналізом *статистичних* факторів (насамперед, аналіз показників фінансової звітності позичальника). Вона також передбачає вивчення багатьох *нестатистичних* факторів (якісний аналіз стратегії розвитку та принципів управління суб'єкта господарювання, правовий аналіз особливостей оформлення та забезпечення боргового зобов'язання тощо).

Отже, кредитний рейтинг позичальника базується, зокрема, на аналізі:

- сектору економіки;
- регуляторних факторів;
- рівня конкуренції в галузі та інших маркетингових чинників;
- кількісних показників:
 - поточний фінансовий стан;
 - основні ретроспективні дані;
 - прогнози розвитку;
- якісних факторів:
 - тактика та стратегія розвитку;

- конкурентоспроможність і становище на ринку;
- якість менеджменту;
- кваліфікація працівників;
- технології виробництва продукції (робіт, послуг);
- фінансова гнучкість тощо.

Кредитний рейтинг конкретного боргового зобов'язання додатково враховує фактори, що поліпшують його якість.

Рейтингування є затребуваною фінансовим ринком послугою, оскільки надає низку **переваг** позичальнику, інвестору та ринку в цілому.

Кредитні рейтинги потрібні позичальнику, оскільки дозволяють йому:

- зменшити витрати на залучення фінансових ресурсів;
- заявити про надійність свого фінансового стану, не розкриваючи конфіденційної інформації;
- виділити себе серед інших емітентів боргових цінних паперів і привернути увагу більш широкого кола інвесторів;
- створити власну рейтингову історію, покращуючи цим свій діловий імідж і фінансову репутацію;
- отримати незалежну кваліфіковану експертну оцінку своєї фінансово-господарської діяльності та зробити висновки щодо майбутнього розвитку.

Кредитні рейтинги потрібні інвестору, оскільки дозволяють йому:

- оцінити рівень кредитного ризику та зробити висновки щодо необхідної ставки дохідності;
- ефективніше використовувати фінансові ресурси, маючи інформацію щодо надійних проектів та можливих дефолтів;
- коректно зіставляти рейтингові історії різних позичальників та порівнювати альтернативні можливості інвестування за стандартизованою шкалою.

Кредитні рейтинги потрібні учасникам фінансового ринку країни, оскільки сприяють:

- покращанню стандартів розкриття інформації та підвищенню прозорості функціонування економіки;
- підвищенню ефективності мобілізації та перерозподілу фінансових ресурсів;
- підвищенню стабільності ринку за рахунок створення системи своєчасного застереження його суб'єктів про можливі у майбутньому дефолти.

Система рейтингів, по суті, позбавляє інвесторів від зайвих витрат, пов'язаних із самотійним вивченням фінансово-еконо-

мічного стану сотень емітентів, присутніх на ринку боргових зобов'язань. Причому, знаючи середні ставки дохідності за класами надійності для подібних цінних паперів та маючи рівень кредитного рейтингу певного зобов'язання, завжди можна отримати відповідну до його кредитного ризику припустиму дохідність.

Деякі професійні учасники фондового ринку намагаються самостійно оцінювати надійність тих чи інших боргових зобов'язань. Метою такого аналізу є виявлення недооцінених (тих, що мають невиправдано низький рейтинг) або переоцінених (з надто високим рейтингом) цінних паперів. Знаходження таких зобов'язань дозволяє отримати надприбуток, купуючи недооцінений або продаючи переоцінений актив.

Основні терміни та поняття



Облігація

Відсоткові, цільові та дисконтні облігації
Прспект емісії та інвестиційний меморандум
Внутрішня (інвестиційна) вартість облігації
Паритетні, преміальні та дисконтні облігації
Ринковий курс облігації
Купонна дохідність та дохідність до погашення облігації
Накопичений купонний дохід
Теореми оцінювання облігацій
Кредитний рейтинг позичальника та боргового інструменту
Міжнародна та національна рейтингові шкали

Питання для самоконтролю



1. Основні типи облігацій за емітентами відповідно до чинного законодавства України.
2. Основні параметри облігаційного зобов'язання.
3. Аналіз проспектів емісій та інвестиційних меморандумів.

4. Визначення внутрішньої вартості облігації. Запишіть формулу та наведіть приклад розрахунку.

5. Поясніть різницю між преміальною, дисконтною та паритетною облігаціями. Проаналізуйте зміни внутрішньої вартості облігацій залежно від коливань ринкових відсоткових ставок.

6. Визначення купонної та повної дохідностей облігації. Наведіть формули та приклад розрахунку.

7. Визначення реалізованої дохідності. Наведіть приклад розрахунку.

8. Визначення накопиченого купонного доходу. Наведіть приклад розрахунку.

9. Взаємозв'язок ринкової вартості та дохідності облігацій. Теорема оцінювання облігацій.

10. Кредитний рейтинг як інтегральна оцінка ступеня кредитного ризику.

11. Принципи кредитного аналізу позичальника та боргових інструментів.

Література для поглибленого вивчення



Основна

1. Закон України «Про цінні папери та фондовий ринок» від 23.02.06 р. № 3480-IV.

2. Постанова Кабінету Міністрів України «Про затвердження Концепції створення системи рейтингової оцінки регіонів, галузей національної економіки, суб'єктів господарювання» від 01.04.04 р. № 208.

3. Постанова Кабінету Міністрів України «Про затвердження національної рейтингової шкали» від 26.04.2007 р. № 665.

4. *Бердникова Т. Б.* Оценка ценных бумаг : учебное пособие. — М. : ИНФРА-М, 2006. — 144 с. — (Высшее образование).

5. *Долінський Л. Б.* Фінансові обчислення та аналіз цінних паперів : навч. посіб. — К. : Майстер-Клас, 2005. — 192 с.

Додаткова

6. *Вітлінський В. В., Верченко П. І.* Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисципліни — К. : КНЕУ, 2000. — 292 с.

7. *Долінський Л. Б.* Фінансова математика : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 2009. — 265 с.
8. *Долінський Л. Б.* Теоретичне підґрунтя інвестиційної оцінки цінних паперів в Україні // *Фінанси України*. — 2008. — № 5. — С. 87—95.
9. *Долінський Л. Б., Павленко Ю. В.* Деякі аспекти кількісного аналізу ефективності управління активами інститутів спільного інвестування // *Ринок цінних паперів України*. — 2007. — № 3—4. — С. 53—58.
10. *Кравченко Ю. Я.* Ринок цінних паперів : навч. посіб. — К. : Дакор, КНТ, 2008. — 664 с.
11. *Мертенс А. В.* Инвестиции: Курс лекций по современной финансовой теории. — К. : Киевс. Инвестицион. агентство, 1997. — 416 с.
12. *Пересада А. А., Коваленко Ю. М.* Фінансові інвестиції. — К. : КНЕУ, 2006. — 728 с.
13. *Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж.* Инвестиции : пер. с англ. — М. : ИНФРА-М, 2003. — XII. — 1028 с.

МОДЕЛІ ОЦІНКИ ВЕКСЕЛІВ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: поняття векселя, класифікацію векселів згідно з чинним законодавством України, основи вексельного права та правові властивості векселя, поняття фактурних цін та облікової ставки, означення дохідності до погашення; поняття простої та ефективної дохідності векселя;

— *уміти*: оцінювати внутрішню вартість векселя, розраховувати дохідність до погашення векселя, обчислювати просту та ефективну дохідність векселя, заповнити вексельний бланк з дотриманням вимог щодо обов'язкових реквізитів простого та переказного векселя.

5.1. Економіко-правові властивості вексельних зобов'язань

У Законі України *«Про цінні папери та фондовий ринок»* [1] зазначено, що **вексель** — це цінний папір, який посвідчує безумовне грошове зобов'язання векселедавця або його наказ третій особі сплатити після настання строку платежу визначену суму власнику векселя (векселедержателю).

Особливості видачі та обігу векселів, здійснення операцій з векселями, погашення вексельних зобов'язань та стягнення за векселями визначаються Законом *«Про обіг векселів в Україні»* [2]. У цьому законодавчому акті зокрема вказано, що законодавство України про обіг векселів базується на ратифікованій Україною Женевській конвенції 1930 року, якою запроваджено *«Уніфікований закон про переказні векселі та прості векселі»* [3]. Женевські конвенції є основою особливого вексельного права, нормами якого регулюються взаємовідносини між сторонами за вексельним зобов'язанням.

Сила вексельного права — характерна тільки для вексельного права сукупність економіко-правових особливостей, які відрі-

зняють вексель як від інших видів боргових зобов'язань, так і від інших видів цінних паперів.

Специфіка вексельного права полягає в тому, що векселі виписуються у строго встановленій формі, з дотриманням вимог щодо **обов'язкових реквізитів**. Вексельний документ, оформлений не належним чином, не є векселем, а є звичайним борговим зобов'язанням (борговою розпискою), тобто вимагатиме й інших методів оцінювання. Таким чином, вартісній оцінці векселя має передувати його юридична експертиза. Отже, реальна вартісна оцінка векселів вимагає глибокого розуміння норм вексельного права та вексельної термінології.

Відповідно до Закону України «Про цінні папери та фондовий ринок» [1] векселі можуть бути **прості** або **переказні**, та існують виключно у документарній формі.

Простий вексель — це вексель, що містить просте і нічим не обумовлене зобов'язання векселедавця (боржника) сплатити певну суму векселедержателю (кредитору) або його наказу.

Переказний вексель (тратта) — це вексель, що містить простий і нічим не обумовлений наказ (пропонування) векселедавця (трасанта) третій особі (трасату-платнику) сплатити певну суму векселедержателю або його наказу.

Векселі випускаються у суворо встановленій формі, з дотриманням вимог щодо обов'язкових реквізитів.

Переказний вексель містить такі обов'язкові реквізити:

1. Вексельна мітка (назву «переказний вексель», включену до тексту документа і виражену українською мовою, як і текст документа).

2. Вексельний наказ (просту і нічим не обумовлену пропозицію сплатити визначену суму грошей).

3. Найменування особи, яка повинна платити (платника—трасата).

4. Зазначення строку платежу.

5. Зазначення місця, в якому має бути здійснений платіж.

6. Найменування особи, якій або за наказом якої має бути здійснений платіж.

7. Зазначення дати і місця складання (видачі) векселя.

8. Найменування (підпис) особи, яка видає вексель (векселедавець—трасант).

Простий вексель містить такі обов'язкові реквізити:

1. Вексельна мітка (назву «простий вексель», включену до тексту документа і виражену українською мовою, як і текст документа).

2. Вексельний наказ (просту і нічим не обумовлену *обіцянку* сплатити визначену суму грошей).

3. Зазначення строку платежу.

4. Зазначення місця, в якому має бути здійснений платіж.

5. Найменування особи, якій або наказу якої має бути здійснений платіж.

6. Дату і місце складання (видачі) векселя.

7. Найменування (підпис) особи, яка видає вексель (векселедавець — платник за векселем).

Документ, у якому відсутній будь-який з обов'язкових реквізитів, не має сили векселя, за винятком таких випадків:

1. Вексель, строк платежу в якому не вказаний, вважається таким, що підлягає оплаті за пред'явленням. Даний тип векселя має строк обігу не більше одного року від дати його виписування.

2. За відсутності особливого зазначення місця платежу, місце знаходження платника вважається місцем платежу.

3. Вексель, у якому не вказано місце його складання (видачі), вважається підписаним у місцезнаходженні векселедавця.

Експертиза векселя передбачає перевірку всієї сукупності реквізитів цього боргового зобов'язання на відповідність нормам вексельного права. Перелічимо основні економіко-правові ознаки вексельного зобов'язання:

- **Форма складання.** Вексель — це завжди письмовий документ, строго встановленої форми, випуск векселя у бездокументарній формі неможливий.

- **Автентичність вексельних бланків.** Векселі складаються у документарній формі на бланках відповідного вигляду з відповідним ступенем захисту від підроблення.

- **Вимоги щодо мови складання.** Згідно з українським законодавством [2], вексель, який видається на території України і місце платежу за яким також знаходиться на території України, складається **державною мовою**.

- **Вимоги щодо запису вексельної суми.** Вексельний наказ (суму векселя) позначають цифрами та прописом.

- **Виправлення.** Будь-які поправки на векселі мають бути обговорені перед підписом векселедавця, доповнення тексту нижче його підпису заборонено.

- **Вимоги щодо найменування (підпису) особи, що видає вексель.** У Законі України «Про обіг векселів в Україні» [2] зазначено, як підписується вексель від імені юридичних та від імені фізичних осіб.

- **Формальність векселя** — втрата вексельної сили документом, складеним з порушенням установленної форми, наприклад, за відсутності якогось обов'язкового реквізиту.

- **Безумовність погашення.** Вексель — це завжди грошове зобов'язання. Документ, який хоч і складений з дотриманням вексельної форми, але у якому обумовлено, що погашення боргу виконується будь-яким товаром або наданням послуг, з точки зору вексельного законодавства не може бути визнаний векселем.

- **Беззастережний характер зобов'язання** — вексель містить простий і нічим не обумовлений наказ або зобов'язання сплатити певну суму. Усякі обмеження, застереження або умови, включені в текст векселя, наприклад, «платіть за умови», «платіть за товар, який має бути поставлений», включені в текст вексельного наказу або зобов'язання про платіж, позбавляють документ сили векселя.

- **Абстрактний характер вексельного зобов'язання** — текст векселя не повинен містити посилання на угоду, яка є причиною видачі векселя. Відповідно, невиконання зобов'язань за основною угодою не може призвести до невиконання зобов'язань за векселем, тому що останні абстраговані від змісту основної угоди. Крім того, у зв'язку з абстрактністю, вексель не забезпечується заставою або неустойкою.

- **Однобічність векселя** — текст векселя не повинен містити жодних зустрічних вимог до власника векселя.

- **Строковість та визначеність векселя** — тривалість існування вексельного зобов'язання може бути розрахована заздалегідь та не може бути поставлена в залежність від настання або ненастання будь-яких подій або умов.

- **Підвищена оборотність.** Вексель передається від одного держателя до іншого не в порядку загальноцивільної уступки вимог (без оформлення договору *цесії*), а за допомогою спеціальних передаточних написів — *індосаментів*. Відповідно, для отримання платежу за векселем достатньо пред'явлення самого векселя.

- **Регресивність** — наявність у векселедержателя права зворотної вимоги за векселем (*права регресу*).

- **Солідарна відповідальність** — наявність крім головного боржника ще й кола солідарних боржників, які несуть другорядну відповідальність за платіж за векселем.

- **Простота та строгість стягнення.** За несплати векселя у встановлений строк, для збереження за цим борговим зобов'язанням вексельних властивостей (регресні вимоги до солідарних боржників тощо), необхідне здійснення нотаріального

протесту. Згідно із Законом України «Про обіг векселів в Україні» [2] вексель, опротестований нотаріусом у встановленому українським законодавством порядку, є **виконавчим документом**.

• **Правильність відображення спеціальних вексельних операцій.** Якщо над векселем виконувались певні дії — авальювання, акцептування, індосування тощо, то необхідно перевірити їх відповідність вексельному законодавству.

Зазначені специфічні властивості вексельних зобов'язань відрізняють їх від інших боргових цінних паперів та мають бути враховані у відповідних моделях оцінки вартості, дохідності та ризикованості (надійності) векселів.

Таким чином, ринкові характеристики векселя залежать від особливостей заповнення його обов'язкових реквізитів, згідно з нормами вексельного права. В аспекті фінансових обчислень одним з найважливіших параметрів, що значно впливає на ринкову вартість, дохідність та ризикованість векселя, є такий реквізит, як *строк платежу*.

5.2. Класифікація векселів

Згідно з *Уніфікованим Законом про переказний та простий векселі* [3] вексель може бути виданий з таким строком платежу:

- на визначену дату — такий вексель має назву визначено-строковий;
- у визначений строк від дати пред'явлення — візо-вексель (*a viso*);
- у визначений строк від дати складання — дато-вексель (*a dato*);
- за пред'явленням — вексель за пред'явленням.

Вексель *на визначену дату* є найбільш поширеним видом вексельного зобов'язання, який іноді називають звичайним векселем.

Вексель *строком за пред'явленням* має бути пред'явлений для платежу протягом одного року від дати його складання, тобто може бути лише короткостроковим. Зазначимо, що векселедавець може скоротити цей строк або обумовити більш тривалий строк. Ці строки можуть бути скорочені індосантами.

У векселі, який підлягає оплаті за пред'явленням або у визначений строк після пред'явлення, векседавець може обумовити, що на суму, яка підлягає оплаті, будуть нараховуватися відсотки (**відсотковий вексель**). У будь-якому іншому векселі така умова вважається ненаписаною і просто ігнорується.

Відсотковий вексель може розміщуватися за номінальною вартістю, а боржник у такому разі зобов'язаний повернути цю суму з відсотками.

Усі інші векселі є **дисконтними**, оскільки розміщуються зі знижкою від номіналу (з дисконтом), а погашаються за номінальною вартістю.

Класифікацію векселів за строками платежу унаочнює рис. 5.1.



Рис. 5.1. Класифікація векселів за ознакою строку платежу

Переважає більшість векселів, що мають вільний обіг, є *короткостроковими, дисконтними та визначено-строковими*.

На момент написання підручника в Україні не було зареєстровано випадків використання *відсоткових* векселів, тому далі розглядатимемо лише *дисконтні* векселі.

Крім того, класичний вексель вважається короткостроковим зобов'язанням (строк обігу менший за один рік), проте в Україні їх досить часто виписують і на строк більший від одного року. Тому вважаймо за доцільне розглянути як *коротко-* так і *довгострокові* векселі.

Стосовно ж безпосередньо строків платежу зауважимо, що фінансові обчислення щодо вартості та дохідності завжди здійснюють лише за визначений заздалегідь період часу, тому наведені нижче моделі оцінки неявно передбачають, що вексель є *визначено-строковим*.

5.3. Оцінювання внутрішньої вартості звичайних (дисконтних) векселів

Звичайний (дисконтний) вексель передбачає розміщення на ринку зі знижкою від номіналу (з дисконтом) та погашення у майбутньому за номінальною вартістю.

Класичні моделі оцінювання вартості векселя спираються на метод математичного дисконтування. Згідно з цим підходом сума до погашення (номінал N) є *майбутньою вартістю*, а потрібно знайти її *теперішню величину* — внутрішню вартість V на основі ставки дисконтування r .

Спочатку необхідно обумовити **методику дисконтування**. Нагадаємо, що зазвичай для *короткострокових* боргових зобов'язань (строк до погашення менший від одного року) використовують правило простих процентів, а для *довгострокових* — правило складних процентів¹.

Отже, згідно з уведеними раніше позначеннями за **правилом простих процентів** внутрішню вартість векселя визначають за формулою:

$$V = \frac{N}{1 + r \cdot n}, \quad (5.1)$$

де n — строк до погашення векселя, виражений у частках року.

¹ Методику обчислень за простими та складними процентами докладно розглянуто у другому розділі.

Застосувавши **правило складних процентів**, отримаємо відповідно такий вираз:

$$V = \frac{N}{(1+r)^n}. \quad (5.2)$$

Неважко побачити, що рівняння (5.2) повністю збігається із формулою (4.10). Отже, моделі оцінювання вартості довгострокового дисконтного векселя та облігації з нульовим купонним доходом є ідентичними.

Внутрішню (приведену) вартість векселя також можна обчислювати, беручи за норму дохідності замість *ставки дисконтування r облікову ставку d* .

Тоді за правилом простих процентів

$$V = N \cdot (1 - d \cdot n). \quad (5.3)$$

Обмеження: Оскільки вартість векселя — додатна величина, то має виконуватися нерівність $n < 1/d$.

Зазначимо, що за *простою* обліковою ставкою на фондовому ринку США розраховують ціни на казначейські векселі. Такі ціни використовують як довідкові для розрахунку дохідностей боргових цінних паперів. Їх називають **фактурними цінами** (*invoice prices*) [14, с. 33].

За складною обліковою ставкою маємо:

$$V = N \cdot (1 - d)^n. \quad (5.4)$$

Обмеження: Ставка d , виражена в частках, має бути меншою від одиниці.

Зазначимо, що серед варіантів розрахунку внутрішньої вартості дисконтного векселя (5.1)—(5.4) більш загальноприйнятою є формула (5.2). Саме так пропонується розраховувати вартість векселя у Положенні Національного банку України «*Про порядок формування резерву під операції банків України з цінними паперами*» [4].

Проте, оскільки в Україні законодавчо не встановлено, як саме обчислювати вартість векселя, то, на наш погляд, можна використовувати будь-який із виразів (5.1)—(5.4) відповідно до специфіки кожного конкретного випадку оцінки.

З наведених класичних моделей (5.1)—(5.4) випливає, що поточна вартість векселя, так само як і інших дисконтних боргових цінних паперів, є функцією від *трьох параметрів*: його номіналу, строку до погашення та певної ставки дохідності, котра визнача-

ється як середньоринкова норма дохідності альтернативних варіантів інвестування з близькими ступенем ризику та строками інвестування¹.

У Положенні НБУ *«Про порядок формування резерву під операції банків України з цінними паперами»* [4] для визначення розрахункової ринкової вартості цінних паперів пропонується за ставку дисконтування обирати відповідну за строком поточну ринкову ставку дохідності *KIACR* — середньозважену ставку міжбанківського кредитування, що розраховується на підставі фактичних даних за міжбанківськими договорами щодо відсоткових ставок за кредитами, фактично наданими за відповідними строками, і доводиться до відома банків Національним банком для розрахунку суми очікуваного відшкодування (у відсотках річних).

На наш погляд, для досить ліквідних векселів, що мають припустимий рівень ризику, *величина ставки дисконтування належить інтервалу між середньоринковими банківськими депозитними та кредитними ставками у гривнях.*

Це твердження впливає з таких міркувань. Згідно із Законом *«Про обіг векселів в Україні»* [2] видавати векселі можна лише для оформлення грошового боргу за фактично поставлені товари, виконані роботи, надані послуги.

Вексельний боржник, фінансовий стан якого дозволяє йому взяти кредит у банку, щоб погасити існуючу заборгованість, видасть вексель тільки тоді, коли цей вексельний кредит буде дешевший, ніж банківський. Отже, верхня межа ставки дисконтування — це середньоринкова дохідність банківського кредиту за період, що дорівнює строку обігу векселя.

З другого боку, зрозуміло, що кредитор зацікавлений у грошових коштах, а не у векселі (фактично — відстрочці платежу), тому прийме вексель, лише коли той забезпечуватиме більшу дохідність, ніж банківський депозит.

Таким чином, у формалізованому вигляді діапазон припустимих значень ставки дисконтування можна записати так:

$$i_d \leq r \leq i_c, \quad (5.5)$$

де i_d та i_c — відповідно середньоринкові ставки за депозитами та кредитами.

¹ Основні засади оцінювання норми дохідності фінансових інвестицій було розглянуто в третьому розділі.

Фактично, потенційний покупець векселя, оцінюючи його внутрішню (інвестиційну) вартість, спочатку сам повинен визначити рівень необхідної йому норми ринкової дохідності, орієнтуючись на формулу (5.5).

Два інші параметри — номінал N та строк n — чітко визначені умовами випуску векселя. Висвітлимо їхній вплив на внутрішню вартість векселя.

Граничними випадками для строку до погашення є або його прямування до нуля, або до нескінченності. Отже, аналізуючи класичні моделі оцінки векселів (5.1)—(5.4) за параметром часу, можна дійти таких висновків:

- коли строк до погашення n є дуже великим, то поточна вартість цього боргового зобов'язання прямує до нуля, тобто $\lim_{n \rightarrow \infty} V = 0$;

- коли до настання строку погашення векселя залишається незначний проміжок часу, то, оскільки дисконтні цінні папери погашаються за номіналом, його поточна вартість прямує до номінальної вартості, тобто $\lim_{n \rightarrow 0} V = N$.

Із цього випливає, що *більш короткострокові зобов'язання мають оцінюватися ринком дорожче. Проте в українських умовах іноді перевагу надають більш довгостроковим вкладенням* через критичний ступінь ризику неплатежу за короткостроковими вексельними зобов'язаннями у разі настання строку погашення.

Щодо номіналу векселя можна стверджувати таке: *у переважній більшості випадків за інших рівних умов зі зростанням номіналу векселя відношення його ринкової вартості до номінальної вартості буде зменшуватися*. Це твердження інтуїтивно зрозуміле, оскільки вважається, що чим більша сума боргу, тим важче її погасити (імовірність погашення нульової заборгованості беруть за одиницю, а ймовірність погашення нескінченно великої суми прямує до нуля). Відповідно, зростання ступеня ризику неплатежу знижує ринкову вартість (підвищує дохідність) цього боргового зобов'язання.

Не зайвим буде ще раз наголосити, що вирази (5.1)—(5.5) справедливі лише для досить надійних та ліквідних векселів. На жаль, доводиться констатувати, що в Україні значна частина векселів, серед тих що є в обігу, купуються з дисконтом у 95—98 % від номінальної вартості. Така низька внутрішня вартість, лише у декілька відсотків від номіналу, пояснюється катастрофічно низькими рівнями надійності та ліквідності цих боргових зо-

бов'язань. Для таких векселів застосування класичних моделей не є можливим, оскільки для них оцінювання вартості має проводитися з урахуванням ризику неплатежу та відповідним коригуванням вартості цих боргових зобов'язань.

5.4. Оцінювання норми дохідності дисконтних векселів

Аналізуючи дохідність операцій з векселями, насамперед необхідно визначити величину абсолютного доходу за векселем.

Купуючи вексель та тримаючи його до погашення, інвестор розраховує на **абсолютний дохід** S , який дорівнює величині отриманого *дисконту* (знижці від номінальної вартості векселя):

$$S = D = N - P.$$

Обсяг наданого дисконту має пряму залежність від ризикованості відповідного вексельного зобов'язання, тобто величина наданого дисконту має враховувати премію за недостатню надійність та ліквідність цього цінного папера.

Якщо власник векселя вирішив не чекати моменту погашення, а перепродати його раніше, то дохід буде різницею між дисконтом цього векселедержателя D_i та дисконтом, який він надає наступному векселедержателю D_{i+1} : $S_i = D_i - D_{i+1}$.

Наголосимо, що S_i може набувати як додатних, так і від'ємних значень.

Отже, дисконт, наданий векселедавцем, дорівнює сумі доходів усіх векселедержателів: $D = \sum_{i=1}^m S_i$, де m — кількість векселедержателів.

Таким чином, якщо i -й векселедержатель перепродає вексель до настання строку погашення, то він ділить наданий йому дисконт з наступним векселедержателем. Звідси зрозуміло, що без урахування ризику неплатежу **найбільший абсолютний дохід досягається, коли вексель утримується до настання часу платежу за ним.**

Знаючи абсолютний дохід (дисконт) векселя, можна розрахувати його *дохідність*.

Залежно від ринкової стратегії векселедержателя (перепродаж векселя або утримання до строку погашення) необхідно виокремити два різні типи дохідності:

- *дохідність до погашення*;
- *спекулятивна дохідність* (дохідність перепродажу).

Розглянемо спочатку **оцінювання дохідності до погашення** векселя. Зазначимо, що на момент купівлі векселя ця ставка дохідності є лише *обіцяною* (майбутньою) величиною, яка має реалізуватися лише в момент погашення векселя. Вона обтяжена *ризиком неплатежу* за вексельним зобов'язанням.

У спрощеному вигляді, без урахування ризику неплатежу, дохідність до погашення за строк операції дорівнює:

$$Y = \frac{N - P}{P} = \frac{N}{P} - 1, \quad (5.6)$$

де P — ринкова вартість (ціна купівлі) векселя.

Отриману величину дохідності за строк операції необхідно перевести в річний вираз. Для короткострокових векселів для цього зазвичай застосовують правило простих процентів, а для довгострокових — правило складних процентів.

Річна дохідність до погашення за простими процентами дорівнює:

$$Y = \left(\frac{N - P}{P} \right) \cdot \frac{1}{n}. \quad (5.7)$$

Річна дохідність до погашення за складними процентами дорівнює:

$$Y = \left(\frac{N}{P} \right)^{1/n} - 1. \quad (5.8)$$

Річну дохідність до погашення, що обчислюють за формулою (5.7), називають **простою дохідністю** (*simple yield*), а ту, що обчислюють за формулою (5.8), — **ефективною дохідністю**.

Альтернативним показником ефективності фінансової угоди, що відповідає випадку, коли вексель утримується до погашення, є показник, який називають **відносною знижкою** (*discount rate*). Його обчислюють за формулою

$$Y = \frac{N - P}{N}. \quad (5.9)$$

Порівнюючи вирази (5.6) і (5.9), можна побачити, що різниця між дохідністю до погашення та відносною знижкою полягає в тому, що перша ставка є відношенням величини отриманого дисконту до ринкової вартості, а друга — до номінальної вартості векселя. Отже, для дисконтного векселя друга ставка завжди буде нижчою за першу.

Зведення відносної знижки за строк операції до річного вираження має сенс лише для *короткострокових* векселів. Отже, з урахуванням фактора часу, отримаємо показник дохідності, який називають *дисконтною дохідністю (discount yield)*:

$$Y = \left(\frac{N - P}{N} \right) \cdot \frac{1}{n}. \quad (5.10)$$

Основний недолік цього показника — недооцінка фактичної дохідності векселя, навіть порівняно з простою ставкою дохідності.

Зазначимо, що оскільки рівняння (5.7), (5.8) та (5.10) призначені для обчислення *річних* ставок дохідності, то строк до погашення n вимірюється у роках або частках року.

Приклад 5.1.

Вексель придбано за 70 % від номіналу за півроку до погашення. Знайти різні показники дохідності цієї фінансової операції.

Позначимо номінальну вартість векселя як N .

Тоді дохідність до погашення за формулою (5.6)

$$Y = 0,3 N / 0,7 N = 0,43, \text{ або } 43 \, \%.$$

Зведемо цю дохідність до річного виразу, знаючи, що $n = 1/2$ року.

Проста дохідність за формулою (5.7)

$$Y = 0,43 \cdot 2 = 0,86, \text{ або } 86 \, \% \text{ річних.}$$

Ефективна дохідність за формулою (5.8)

$$Y = (1 / 0,7)^2 - 1 = 1,04, \text{ або } 104 \, \% \text{ річних.}$$

Відносна знижка за рахунок дисконту за формулою (5.9) дорівнює 30 %.

Дисконтна дохідність за формулою (5.10)

$$Y = 0,3 \cdot 2 = 0,6, \text{ або } 60 \, \% \text{ річних.}$$

Отже, різні способи обчислення дохідності приводять до суттєвих розбіжностей в оцінюванні ефективності фінансової операції.

Показник ефективної дохідності до погашення застосовують частіше за інші. У більшості випадків, коли говорять про *дохідність у відсотках річних*, мають на увазі саме його. Проте єдиного, загальноприйнятого показника оцінювання дохідності до погашення векселів не існує, тому вибір методики оцінювання залежить від цілей оцінювання та специфіки конкретної фінансової операції.

Наголосимо також, що для обчислення вищенаведених показників дохідності векселя з урахуванням ризику неплатежу замість вексельної суми боргу N (*обіцяної* величини виплат) доцільно брати її математичне сподівання $M(N)$ (*сподівану* величину виплат).

Тепер перейдемо до розгляду питання **оцінювання спекулятивної дохідності** векселя.

У разі перепродажу векселя до настання строку погашення обчислюють дохідність векселедержателя за час володіння векселем, причому до уваги беруть не різницю між номіналом та вартістю купівлі, а різницю між вартістю продажу та вартістю купівлі векселя. Отже, спекулятивна дохідність i -го векселедержателя з урахуванням уведених раніше позначень дорівнює:

$$Y_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{P_i} = \frac{P_{i+1}}{P_i} - 1. \quad (5.11)$$

Тоді за правилом простих процентів його річна спекулятивна дохідність дорівнюватиме:

$$Y_i = \left(\frac{P_{i+1}}{P_i} - 1 \right) \cdot \frac{B}{t_i - t_{i+1}}, \quad (5.12)$$

де t_i — строк до погашення для i -го векселедержателя у днях;

t_{i+1} — строк до погашення для $(i + 1)$ -го векселедержателя у днях;

B — кількість днів у році.

Обчислюючи річну спекулятивну дохідність за правилом складних процентів, отримаємо:

$$Y_i = \left(\frac{P_{i+1}}{P_i} \right)^{\frac{B}{t_i - t_{i+1}}} - 1. \quad (5.13)$$

Формули (5.12) та (5.13) можна подати у більш звичному вигляді припускаючи, що період часу $\frac{t_i - t_{i+1}}{B} = n$. Тоді річна ставка простої спекулятивної дохідності дорівнюватиме:

$$Y_i = \left(\frac{P_{i+1} - P_i}{P_i} \right) \cdot \frac{1}{n}. \quad (5.12')$$

А для річної ефективної ставки спекулятивної дохідності відповідно отримаємо:

$$Y_i = \left(\frac{P_{i+1}}{P_i} \right)^{1/n} - 1. \quad (5.13')$$

Попарне порівняння виразів (5.12') та (5.13') з рівняннями (5.7) та (5.8) дозволяє побачити, що основна відмінність між ставками дохідності до погашення та спекулятивної дохідності полягає у джерелах доходу — отримання номіналу N або перепродаж за ринковою ціною P_{i+1} . Звідси випливає, що *дохідність до погашення завжди є додатною величиною, а спекулятивна дохідність може бути як додатною, так і від'ємною*, залежно від динаміки ринкових цін та поточної кон'юнктури ринку.

Основні терміни та поняття



Вексель
 Обов'язкові реквізити векселя
 Прості та переказні векселі
 Дисконтні та відсоткові векселі
 Фактурні ціни
 Дохідність до погашення векселя
 Проста та ефективна дохідність векселя
 Відносна знижка

Питання для самоконтролю



1. Основні типи векселів відповідно до чинного українського законодавства.
2. Поясніть сутність сили вексельного права.
3. Поясніть різницю між простим та переказним векселем.
4. Перелічіть обов'язкові реквізити простих та переказних векселів.
5. Основні економіко-правові ознаки вексельного зобов'язання.
6. Класифікація векселів за ознакою строків платежу.
7. Оцінювання внутрішньої вартості векселя за правилами простих та складних процентів.
8. Поясніть сутність використання облікової ставки за векселем та наведіть формулу розрахунку фактурних цін.
9. Оцінювання дохідності до погашення векселя. Наведіть формулу та приклад розрахунку.
10. Поясніть різницю між простою, ефективною та дисконтною дохідністю за векселем.

Література для поглибленого вивчення



Основна

1. Закон України «Про цінні папери та фондовий ринок» від 23.02.2006 р. № 3480-IV.
2. Закон України «Про обіг векселів в Україні» від 05.04.2001 р. № 2374-III.
3. Конвенція від 07.06.1930 р. № 358, якою запроваджено «Уніфікований Закон про переказний та простий векселі».
4. Положення про порядок формування резерву під операції банків України з цінними паперами. Затверджено Постановою Правління НБУ від 02.02.2007 р. № 31.
5. Аваков А. Б., Гаевой Г. И., Бешанов В. А. и др. Вексельное обращение. — Харьков : Фолио, 2000. — 382 с.

6. *Долінський Л. Б.* Фінансові обчислення та аналіз цінних паперів : навч. посіб. — К. : Майстер-Клас, 2005. — 192 с.
7. *Малюк В.* Вексель в Україні. — К. : Економіст, 1997 р. — 320 с.

Додаткова

8. *Бердникова Т. Б.* Оценка ценных бумаг : учебное пособие. — М. : ИНФРА-М, 2006. — 144 с. — (Высшее образование).
9. *Вітлінський В. В., Верченко П. І.* Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисципліни. — К. : КНЕУ, 2000. — 292 с.
10. *Долінський Л. Б.* Фінансова математика : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 2009. — 265 с.
11. *Кравченко Ю. Я.* Ринок цінних паперів : навч. посіб. — К. : Дакор, КНТ, 2008. — 664 с.
12. *Мертенс А. В.* Инвестиции. Курс лекций по современной финансовой теории. — К. : Киевс. Инвестиц. агентство, 1997. — 416 с.
13. *Пересада А. А., Коваленко Ю. М.* Фінансові інвестиції. — К. : КНЕУ, 2006. — 728 с.
14. *Уотшем Т. Дж., Паррамоу К.* Количественные методы в финансах : учеб. пособие для вузов / пер. с англ. под ред. М. Р. Ефимовой. — М. : Финансы, ЮНИТИ, 1999. — 527 с.
15. *Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж.* Инвестиции : пер. с англ. — М. : ИНФРА-М, 2003. — XII. — 1028 с.

6. МОДЕЛІ ОЦІНКИ АКЦІЙ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: поняття акції, класифікацію акцій згідно з чинним законодавством України, поняття дивідендів за акціями, принципи дивідендної політики; поняття «ажіо» та «дизажіо», основні припущення моделей дисконтування дивідендів, означення дохідності дивідендів та повної дохідності акції, поняття фондового індексу та їх класифікацію;

— *уміти*: оцінювати внутрішню вартість акції, розраховувати дохідність дивідендів та повну дохідність акції, розрізняти класи акцій за їх інвестиційним потенціалом, використовувати фондові індекси для визначення середньоринкових тенденцій.

6.1. Економіко-правові властивості акцій

У Законі України «Про цінні папери та фондовий ринок» [1] зазначено, що **акція** — іменний цінний папір, який посвідчує майнові права його власника (акціонера), що стосуються акціонерного товариства, включаючи право на отримання частини прибутку акціонерного товариства у вигляді *дивідендів* та право на отримання частини майна акціонерного товариства у разі його ліквідації, право на управління акціонерним товариством, а також немайнові права, передбачені законодавством України.

Дивіденд (*dividendus* — лат.: частка від поділу) — це частка від загальної річної величини чистого прибутку акціонерного товариства, яка розподіляється між акціонерами пропорційно до їхньої кількості акцій. Розмір цієї частки встановлюється рішенням загальних зборів акціонерів.

Дивіденди за акціями виплачують один раз на рік за підсумками календарного року в порядку, передбаченому статутом акціо-

нерного товариства, за рахунок прибутку, що залишається у його розпорядженні після сплати встановлених законодавством податків, інших платежів у бюджет та відсотків за банківський кредит. Зазвичай дивіденди виплачують у вигляді грошових коштів (*cash dividends*), але іноді виплати дивідендів здійснюють акціями компанії (*stock dividends*), за рахунок додаткової емісії акцій.

Розміри дивідендів, що виплачуються держателям акцій, визначаються *дивідендною політикою*¹ акціонерного товариства. У розвинених західних країнах зазвичай акціонерам щорічно виплачують 30—70 % від розміру доходів компанії. В Україні обсяги дивідендів, що виплачують, є дуже незначними. До того ж у періоди фінансових криз та економічних реформ, за відсутності значних прибутків (або наявності збитків) акціонерного товариства, дивіденди можуть не розподіляти взагалі.

У Законі «*Про цінні папери та фондовий ринок*» указано, що емітентом акцій є тільки акціонерне товариство, причому воно розміщує лише *іменні* акції. Згідно із чинним українським законодавством акції можуть бути двох типів — *прості* та *привілейовані*.

Прості акції надають їх власникам право на отримання частини прибутку акціонерного товариства у вигляді дивідендів, на участь в управлінні акціонерним товариством, отримання частини майна акціонерного товариства у разі його ліквідації та інші права, передбачені законодавством України.

Прості акції надають їх власникам однакові права. Прості акції не підлягають конвертації у привілейовані акції або інші цінні папери акціонерного товариства.

Привілейовані акції надають їх власникам переважні, стосовно власників простих акцій, права на отримання частини прибутку акціонерного товариства у вигляді дивідендів та на отримання частини майна акціонерного товариства у разі його ліквідації, а також надають право на участь в управлінні акціонерним товариством у випадках, передбачених статутом і законом, який регулює питання створення, діяльності та припинення акціонерних товариств.

Частка привілейованих акцій у статутному капіталі акціонерного товариства не може перевищувати 25 %.

Акціонерне товариство розміщує привілейовані акції різних класів (з різним обсягом прав), якщо така можливість передбаче-

¹ Докладно з питанням дивідендної політики можна ознайомитися, наприклад, у праці [7].

на його статуті. У такому разі умовою їх розміщення є черговість отримання дивідендів і виплат з майна ліквідованого товариства для кожного класу привілейованих акцій, розміщених акціонерним товариством, яка встановлюється статутом товариства. Залежно від умов розміщення привілейовані акції певних класів можуть бути конвертовані у прості акції або у привілейовані акції інших класів.

Привілейовані акції одного класу надають їх власникам однакові права. Однак привілейовані акції різних класів не лише надають різний обсяг прав стосовно черговості виплат, але можуть суттєво відрізнятися й за самим принципом виплат дивідендів (з виплатами за фіксованою ставкою, з плаваючою ставкою, з додатковими умовами та гарантіями тощо).

У розрізі варіантів виплат дивідендів у світовій практиці склалися декілька різновидів *привілейованих акцій*:

- *кумулятивні* — за якими навіть не об'явлені дивіденди накопичуються і виплачуються в першу чергу, до оголошення про виплату дивідендів за простими акціями;
- *некумулятивні* — за якими дивіденди втрачаються за будь-який період, в який не було оголошено про виплату дивідендів;
- *з часткою участі у залишку прибутку* — які дають їх власнику право на отримання додаткових дивідендів із залишку прибутку, більших за оголошену суму, у разі якщо дивіденди за простими акціями перевищують оголошену суму;
- *конвертовані* — які можуть бути обмінені на встановлену кількість простих акцій за встановленими ставками;
- *з плаваючою ставкою дивідендів* — за якими, на відміну від акцій з фіксованою ставкою дивідендів, дивіденди коригуються з урахуванням динаміки ставок дохідності за державними короткостроковими борговими цінними паперами;
- *відкличні* — за якими передбачено можливість відклику (оберненого викупу) акцій емітентом з надбавкою до номінальної вартості.

Перелічені вище властивості привілейованих акцій стосовно виплат дивідендів не є взаємовиключними. Наприклад, привілейована акція може бути одночасно кумулятивною, конвертованою, відкличною тощо.

Незважаючи на велику кількість видів привілейованих акцій, широкого розповсюдження набули далеко не всі з них. Загальноприйнята світова практика роботи з привілейованими акціями свідчить, що зазвичай власники привілейованих акцій не мають права брати участь у управлінні акціонерним товариством, проте

привілейовані акції можуть випускатися із фіксованим у відсотках до їх номінальної вартості щорічно виплачуваним дивідендом. Виплата дивідендів провадиться у розмірі, зазначеному в акції, незалежно від розміру одержаного товариством прибутку у відповідному році. У тому разі, коли прибуток відповідного року недостатній, дивіденди за привілейованими акціями виплачують за рахунок резервного фонду.

Усі ці властивості акцій знаходять своє відображення у їх ринкових цінах. Привілейована акція може бути дорожчою за просту акцію за рахунок гарантованих виплат дивідендів, або навпаки — дешевшою за рахунок відсутності права голосу. Отже, інвестиційний аналіз має починатися з визначення виду акцій та характеру виплат дивідендів за ними.

Інша класифікація акцій, що має суттєвий вплив на вартість та дохідність цих інвестиційних інструментів, ґрунтується на оцінці поточного стану та перспектив розвитку бізнесу компанії-емітента. На розвинених західних фондових ринках уже склалася відповідна загальноприйнята класифікація видів акцій за їх інвестиційним потенціалом:

✓ *«Блакитні фішки» (blue chip stocks)* — першокласні акції найбільш потужних та відомих компаній (зазвичай — мультинаціональних корпорацій), які є лідерами у своїх галузях та завжди стабільно сплачували дивіденди акціонерам. Такі акції внаслідок бездоганної фінансової історії емітента є низько ризикованими та високоліквідними, проте мають високий ринковий курс, а отже, незначний потенціал зростання. Є об'єктами довгострокового інвестування завдяки високій надійності та досить стабільній, хоча й відносно невисокій дохідності. Підходять навіть інвесторам з консервативною стратегією, які насамперед занепокоєні якістю власних фінансових інвестицій.

✓ *Дохідні акції (income stocks)* — акції, дивіденди за якими перевищують середній рівень. Висока дивідендна дохідність пояснюється стабільністю бізнесу та прогнозованістю грошових потоків таких компаній. Як правило, це компанії — природні монополісти (комунальні підприємства, енергогенеруючі компанії тощо), котрі виробляють товари чи послуги, які затребувані завжди. За умов політичної та макроекономічної стабільності в країні, капіталовкладення в такі акції є низькоризиковими і досить дохідними в аспекті поточної (дивідендної) дохідності.

✓ *Акції зростання (growth stocks)* — акції швидкозростаючих компаній, з агресивною стратегією розвитку на ринку, дивідендна політика яких не передбачає значних дивідендних виплат, а

спрямована на реінвестування прибутку у перспективні розробки та проекти. Такі акції відповідають інвестиційній стратегії, спрямованій не на збереження, а на швидкий приріст капіталу. Вони майже не забезпечують гарантованої дивідендної дохідності, є досить високоризиковими, однак за сприятливого розвитку подій можуть забезпечити високу дохідність за рахунок стрімкого зростання ринкового курсу, а отже, й швидкого приросту капіталу інвестора.

✓ *Спекулятивні акції (speculative stocks)* — акції нових, мало-відомих компаній, які зазвичай не входять до офіційного лістингу провідних фондових бірж. Є високоризиковими, оскільки їхній курс може зазнавати значних коливань. В умовах спаду на ринку стають малоліквідними навіть за дуже невисокої ринкової ціни, однак, коли ринок на підйомі, їхній курс може значно зростати, забезпечуючи високу спекулятивну дохідність. Такі акції відповідають стратегії венчурного інвестування, за якою, вклавши відносно невеликі кошти, у багатьох випадках можна взагалі їх втратити, але в інших випадках отримати дуже високу дохідність порівняно із сумою капіталовкладень. Інвестори, котрікладають у них кошти, обирають акції, які, на їхню думку, суттєво недооцінені ринком, проте мають значний потенціал зростання ринкової вартості.

✓ *Циклічні акції (cyclical stocks)* — курс яких коливається відповідно до спадів та підйомів на фінансовому ринку та (або) згідно з тенденціями галузі, до якої належить їх емітент. Такі акції займають домінуючу частку фондового ринку, а їх емітенти складають основу економічної безпеки держави, оскільки зазвичай представляють базові галузі економіки — металургійну, добувну, машинобудівну, хімічну, легку, харчову промисловість тощо. Портфельні (не стратегічні) інвестори, як правило,кладають кошти в такі акції на нетривалий період — у моменти підйому відповідної галузі, та намагаються позбутися цих акцій до початку спаду на ринку. За різної динаміки економічних циклів у різних галузях промисловості саме наявність циклічних акцій зумовлює постійний перерозподіл фінансових ресурсів шляхом переливання капіталу з менш рентабельних сфер у більш рентабельні. Циклічні акції інвестиційно привабливі, досить дохідні та ліквідні в моменти економічного підйому, та неперспективні й суттєво втрачають у ліквідності та вартості у разі падіння відповідного ринку.

✓ *Сезонні акції (seasonal stocks)* — курс яких зазнає суттєвих сезонних (квартальних) коливань. Емітенти таких акцій мають

суттєві коливання грошових потоків надходжень та витрат, оскільки отримують значну частину доходів у визначений сезон. До них можна віднести підприємства аграрного сектору, які залежать від урожаю; торгові компанії, що отримують значну частину прибутків у періоди сезонного розпродажу; фармацевтичні компанії, які в різні сезони краще продають різні групи медикаментів, тощо. Сезонні акції за типом емітента можуть одночасно бути й *циклічними*. Тому інвестиційна стратегія щодо сезонних акцій схожа зі стратегією інвестування у циклічні акції, проте може бути ще більш короткостроковою.

✓ *Захисні (нециклічні) акції (defensive stocks)* — акції, ринковий курс яких залишається досить стабільним навіть за умов спаду на ринку. Компанії-емітенти таких акцій, як правило, виробляють життєво необхідні товари та послуги, попит на які існує завжди. Багато акцій цього виду, враховуючи тип емітента, одночасно можна віднести і до *дохідних акцій*. Захисні акції майже завжди є стабільно ліквідними та дохідними, але особливо інвестиційно привабливими вони стають в умовах економічного спаду.

Перелічивши основні види акцій у розрізі їх інвестиційного потенціалу, зазначимо, що така класифікація є досить умовною. Деякі акції за їх інвестиційними властивостями (динаміка ринкових курсів, прогнозна дохідність, ліквідність, ризикованість) можуть бути віднесені відразу до кількох категорій, або навпаки — деякі з них узагалі не вдається однозначно віднести до жодної з існуючих категорій. У будь-якому випадку, при інвестуванні в акції завжди корисно розуміти, до якої інвестиційної категорії належать ті чи інші акції та, відповідно, які зміни ринкового курсу та (або) дивідендної політики слід очікувати.

Загалом, за різної ринкової кон'юнктури, курси тих чи інших видів акцій можуть суттєво змінюватися. Тому вибір оптимальних об'єктів інвестування не є однозначним і залежатиме від тактичних та стратегічних цілей конкретного інвестора, прийнятої ним системи гіпотез, ключових обмежень тощо. Проте без сумніву можна стверджувати, що прийняття рішення щодо інвестування в певні акції має ґрунтуватися на ретельному *кількісному* оцінюванні їх інвестиційних характеристик — вартості, дохідності, ризикованості, ліквідності та ін.

Моделі оцінювання вартості та дохідності акцій мають урахувати її основні властивості (безстроковість, наявність дивідендів) та умови відклику (проста чи привілейована, іменна чи на пред'явника, безвідклична чи з правом відклику).

6.2. Оцінювання інвестиційної вартості акцій

Акція, що перебуває в обігу, має номінальну, ринкову (ціну, курс) та інвестиційну (внутрішню) вартість, а також приносить дохід у вигляді дивідендів.

Оціночні процедури дають змогу визначити лише *інвестиційну (внутрішню)* вартість, яка показує, скільки має коштувати акція, виходячи з економічних вигод, які вона приносить інвестору. Проте в будь-який момент акція може бути недооціненою або переоціненою ринком, тобто її фактична *ринкова* вартість (ціна) може суттєво відрізнятись від розрахованої внутрішньої вартості¹. Можна сказати, що інвестиційна вартість є лише теоретичною оцінкою для емпіричної (фактичної) величини ринкової вартості.

Загалом, за акціями розрізняють такі основні види вартості:

— **номінальна («лицьова») вартість** — згідно з чинним українським законодавством обов'язковий реквізит, що вказується на лицьовому боці бланка акції, який показує частку статутного капіталу, що припадає на одну акцію;

— **балансова («книжна») вартість** — величина, що визначається з фінансової звітності щодо активів компанії (зокрема з балансу) шляхом ділення загальної балансової вартості майна компанії на загальну кількість акцій;

— **ліквідаційна вартість** — визначається як фактична ціна майна компанії в розрахунку на одну акцію, коли це акціонерне товариство ліквідується;

— **емісійна вартість** — ціна, за якою акція розміщується на первинному ринку;

— **викупна вартість** — визначається як ціна оберненого викупу для відкличних акцій;

— **ринкова (курсова) вартість** — ціна, за якою акція котирується (купується та продається) на вторинному ринку цінних паперів.

Серед зазначених видів вартості балансова та ліквідаційна є розрахунковими величинами, номінальна, викупна та емісійна встановлюються Правлінням компанії, а ринкова — фіксується за результатами ринкових угод.

¹ Докладніше це питання розглянуто у п. 3.1.

Для акцій, що мають вільний обіг на ринку, інвестор щонайменше має обов'язково знати номінальну, інвестиційну та ринкову вартість.

Відповідно до Закону «Про цінні папери та фондовий ринок» в Україні номінальна вартість акції має бути встановлена лише в національній валюті, причому вона не може бути меншою, ніж одна копійка.

Якщо ринкова ціна акції перевищує номінальну на якусь величину, то цю різницю називають «ажіо», а якщо ринкова ціна нижча за номінальну, то вживають поняття «дизажіо». Зрозуміло, що наявність ажіо свідчить про високу оцінку ринком інвестиційної якості емітованих акцій.

Інвестиційну привабливість тих чи інших акцій для інвестора визначають величиною очікуваної дохідності, що значною мірою залежить від розмірів дивідендів. Тому класичний метод оцінювання інвестиційної вартості акцій ґрунтується на *моделях дисконтування дивідендів*.

Моделі дисконтування дивідендів визначають інвестиційну вартість акції як приведену вартість потоку майбутніх надходжень — дивідендів, які будуть виплачені за цією акцією.

Нехай $d_1, d_2, \dots, d_\infty$ — величини дивідендів за акцією відповідно у першому, другому і подальших роках¹. Тоді внутрішня вартість акції V згідно з моделлю дисконтування дивідендів дорівнює:

$$V = \frac{d_1}{1+r_1} + \frac{d_2}{(1+r_2)^2} + \dots + \frac{d_\infty}{(1+r_\infty)^\infty} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d_i}{(1+r_i)^i}, \quad (6.1)$$

де r_i — ставка дисконтування в i -му році.

Зазвичай припускають, що ставка дисконтування (дохідність альтернативних варіантів інвестування) незмінна. Якщо $r_i = r = \text{const}$, то загальна модель дисконтування дивідендів (6.1) спрощується таким чином:

$$V = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d_i}{(1+r)^i}. \quad (6.2)$$

Вираз (6.2) є **класичною (канонічною) моделлю** оцінювання інвестиційної вартості акції, яка передбачає, що акція *безстрокова*, дивіденди за нею будуть виплачуватися *нескінченно довго*, а коливання ринкової дохідності будуть незначними.

¹ Припускається, що акція безстрокова, тобто її час обігу необмежений.

Зазначимо, що класична модель (6.2) є лише теоретичною, яка в загальному вигляді непридатна для практичних обчислень, оскільки неможливо «згорнути» до одного числа *змінний* грошовий потік дивідендів, що у нескінченність. Практичне використання рівняння (6.2) можливе лише за прийняття певних спрощень та припущень стосовно очікуваних значень майбутніх дивідендів.

Таким чином, кінцевий вигляд отриманої моделі дисконтування дивідендів залежить від зроблених припущень щодо очікуваних значень майбутніх дивідендних надходжень. Основні з цих припущень розглянуто нижче.

Модель з постійними дивідендами

Найпростіше припущення, яке можна зробити щодо розміру майбутніх дивідендів, полягає в тому, що дивіденди за акцією з плином часу залишатимуться на певному постійному рівні, тобто $d_i = d = \text{const}$. Тоді вартість акції з постійними дивідендами дорівнюватиме:

$$V = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d}{(1+r)^i} = d / r. \quad (6.3)$$

Зауважимо, що вираз (6.3) є рівнянням приведеної вартості вічної ренти¹.

Регулярні фіксовані дивіденди характерні для *привілейованих* акцій. Отже, коли привілейовані акції є довічними (невідкличними), їх інвестиційну вартість обчислюють за формулою (6.3).

Приклад 6.1.

За привілейованою акцією щорічно виплачуються дивіденди в розмірі 2 \$. Необхідно знайти інвестиційну вартість цієї акції, якщо мінімально приваблива ставка дохідності для інвестора становить 8 %.

Отже, якщо ставка дисконтування $r = 8 \%$, то за формулою (6.3) маємо

$$V = 2 / 0,08 = 25 \$.$$

Тобто вартість цієї привілейованої акції дорівнює 25 \$.

Іноді виникає й обернена задача, коли ринкова вартість P акції з постійними дивідендами відома, а оцінити треба її *внутрішню*

¹ Фінансові обчислення щодо рентних платежів (ануїтетів) розглянуто у п. 2.5.

норму дохідності. Тоді, позначивши її через IRR , можна записати:

$$IRR = d / P. \quad (6.4)$$

Зазначимо, що ставка дохідності, розрахована за формулою (6.4), має також назву **дохідність дивідендів** (*dividend yield*), оскільки показує, яку частку становлять виплачені дивіденди по відношенню до ринкової ціни акції.

Приклад 6.2.

Нехай акція, що розглядалася у прикладі 6.1, має ринкову вартість 32 \$.

Тоді її внутрішня норма дохідності (дохідність дивідендів) за формулою (6.4) дорівнює:

$$IRR = 2 / 32 = 0,0625, \text{ або } 6,25 \, \%.$$

Порівнюючи розраховану величину IRR зі ставкою дисконтування (8 %), робимо висновок, що акція переоцінена ринком, оскільки її внутрішня норма дохідності нижча за середньоринкові відсоткові ставки.

Модель з постійним темпом приросту дивідендів

Прогнозуючи розміри майбутніх дивідендів, іноді роблять припущення, що з плином часу дивіденди зростають з постійним темпом g , тобто:

$$d_i = d_{i-1}(1 + g).$$

Внутрішня вартість акції в цьому випадку дорівнює:

$$V = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d_0(1+g)^i}{(1+r)^i} = \frac{d_0(1+g)}{r-g} = \frac{d_1}{r-g}. \quad (6.5)$$

Зазначимо, що рівняння (6.5) має сенс лише за $r > g$.

Рівняння (6.5) у літературі іноді називають **моделлю Гордона**.

Внутрішня норма дохідності для акцій з постійним темпом приросту дивідендів становить:

$$IRR = d_1 / P + g. \quad (6.6)$$

Отже, за інших однакових умов, внутрішня норма дохідності акції з постійним темпом приросту дивідендів вища, ніж в акції з постійними дивідендами на величину приросту дивідендів.

Модель зі змінним темпом приросту дивідендів

У реальному житті майбутні величини дивідендних виплат рідко піддаються опису у вигляді наведених вище закономірностей, оскільки мають випадковий (імовірнісний) характер. Отже, в загальному випадку необхідно розглядати моделі зі змінним (випадковим) темпом приросту дивідендів, які описуються рівняннями (6.1—6.2). Можливість чи неможливість застосування цих моделей визначатиметься ступенем упевненості інвестора щодо отримання майбутніх дивідендів у розмірі d_i в кожному i -му році.

Популярним підходом, що все ж таки дає змогу спростити прогнозування величин майбутніх дивідендів, є гіпотеза про те, що кожна компанія у своєму розвитку проходить кілька етапів (зокрема, період росту, період зрілості тощо), кожному з яких притаманні власні закономірності зміни розміру дивідендів.

Крім того, в економічно розвинених країнах розміри дивідендних виплат визначаються чітко прописаною дивідендною політикою акціонерного товариства, що суттєво знижує ступінь невизначеності (недостовірності, неоднозначності) інвестора щодо очікуваних дивідендних виплат навіть на дуже довгостроковий період.

Іншим варіантом позбавлення невизначеності у моделях дисконтування дивідендів є прийняття граничного *горизонту інвестування* — максимального строку капіталовкладень в акції. У такому разі інвестора турбує внутрішня вартість акції не у нескінченно довгому періоді часу, а лише за визначений строк n . Отже, коли інвестор планує продати акцію у певні строки у майбутньому, її вартість за методом дисконтування дивідендів оцінюють так:

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{(1+r)^i} + \frac{P_n}{(1+r)^n}, \quad (6.7)$$

де n — кількість років використання акції;

P_n — прогнозна ринкова вартість акції після n періодів часу.

У виразі (6.7) перша складова є класичною формулою дисконтування дивідендів (6.2) лише за n періодів часу, а друга складова є приведеною величиною майбутньої ринкової вартості акції P_n . Таким чином, інвестор, який націлений на перепродаж акцій, має прогнозувати не лише розміри майбутніх дивідендів, але й майбутній ринковий курс цих акцій. Зрозуміло, що збільшення інвестиційного горизонту, а отже й строку прогнозування, зменшує точність такого прогнозу та ускладнює розрахунки за формулою (6.7).

Прогнозування майбутніх ринкових курсів акцій здійснюється на основі методів фундаментального та технічного аналізу, які

буде розглянуто трохи згодом. Причому, за короткострокової (спекулятивної) стратегії інвестування достатньо застосування технічного аналізу, як менш трудомісткого, а збільшення строків інвестування вимагатиме підключення й більш поглибленого інструментарію фундаментального аналізу.

Зазначимо, що за моделлю (6.7) також можна оцінювати вартість *відкличних акцій*, за якими відомими є термін відклику n та вартість оберненого викупу P_n . Отриману за формулою (6.7) оцінку внутрішньої вартості іноді ще додатково коригують, додаючи величину компенсації за можливість відклику.

Варто зауважити, що моделі дисконтування дивідендів (6.1)—(6.7) розроблялися та коректно працюють насамперед для розвинених фондових ринків Заходу. Їх застосування без адаптації на українському фондовому ринку, за окремими виключеннями, є неможливим. *По-перше*, ринок цінних паперів України та представлений на ньому акціонерні товариства наразі мають дуже коротку історію розвитку, що не дає змоги говорити про необмежений строк існування акцій тих чи інших українських підприємств. *По-друге*, в Україні обсяги виплат дивідендів за акціями є дуже незначними, а в багатьох випадках дивіденди не виплачують узагалі. Тому акції купують не заради дивідендних виплат, а для набуття контролю над відповідним підприємством.

Отже, специфіка обігу акцій в Україні (у багатьох випадках: обмеження вільного обігу, утворення контрольних пакетів, відсутність дивідендів) значно ускладнює застосування класичних, загальноприйнятих у світі моделей оцінювання акцій. У міру становлення в Україні цивілізованого розвиненого ринку цінних паперів роль моделей дисконтування дивідендів у оцінюванні вартості акцій буде збільшуватися.

На сьогодні відповідно до Положення Національного банку «Про порядок формування резерву під операції банків України з цінними паперами» [3] пропонується проводити обчислення вартості акцій не на основі виплачених дивідендів, а на основі **потенційного доходу інвестора від володіння цінним папером**, причому жодним чином не пояснюється, як розраховувати цей показник. До того ж строк дисконтування майбутніх доходів обирається не нескінченний, як у класичних моделях, а лише на 5 років, хоча гіпотетично інвестор може отримувати доходи від акцій набагато довший період часу. Вибір саме такого строку дисконтування теж ніяк не обґрунтовується.

Іншим загальноприйнятим підходом до оцінювання інвестиційної вартості акцій є метод, який передбачає спочатку оціню-

вання вартості підприємства (бізнесу), а потім визначення вартості *пакета акцій*, що належить інвестору, як пропорційної частки участі у капіталі цього підприємства.

Приклад 6.3.

У портфелі банку знаходиться 1000 простих акцій номінальною вартістю 10 грн. Величина капіталу емітента цих акцій становить 110 тис. грн. Відомо, що банку належить 10 % емісії.

Розрахуємо інвестиційну вартість акції:

$$V = 110 \text{ тис.} \cdot 10 \% / 1000 \text{ шт.} = 11 \text{ грн.}$$

Отже, одна проста акція має коштувати 11 грн, а пакет акцій, що належить банку, — відповідно 11 тис. грн.

Математична простота обчислення вартості пакетів акцій зробила цей метод оцінювання широко застосовним на практиці. Проте нетривіальним питанням при цьому стає задача визначення величини капіталу емітента. За розвиненого, активного та відкритого фондового ринку це завдання розв'язується методом *ринкової капіталізації*¹, який, на жаль, в Україні поки що застосований лише в поодиноких випадках.

Також необхідно зазначити, що в оцінюванні розрізняють *контрольні (мажоритарні)* та *неконтрольні (міноритарні)* пакети акцій. Отже, вартість пакета акцій, залежно від частки участі в управлінні компанією, може суттєво збільшуватися за рахунок *премії за контроль* або суттєво зменшуватися за рахунок *знижки за відсутність контролю*. Іншим важливим коригуючим коефіцієнтом інвестиційної вартості є премія або знижка за *ступінь ліквідності* цих акцій.

6.3. Оцінювання ринкової дохідності акцій

На думку відомого фахівця в галузі експертного оцінювання Т. Б. Бердникової [5, с. 114], головна проблема оцінювання акцій полягає у правильному визначенні їхньої дохідності.

¹ Концептуальні методичні підходи експертного оцінювання вартості наведено у табл. 3.2.

Акції надають інвестору два способи отримання доходу: за рахунок перепродажу у разі підвищення курсу акції та за рахунок дивідендів, отриманих за період володіння акцією.

Виходячи із загального визначення дохідності цінного папера¹, згідно з уведеними раніше позначеннями, **повна дохідність акції** Y_t за період часу $[t - 1; t]$ обчислюється за такою формулою:

$$Y_t = \frac{P_t - P_{t-1} + d_t}{P_{t-1}}. \quad (6.8)$$

Дивіденди d_t зазвичай указують у річному вимірі, тож вираз (6.8) насамперед застосовний для оцінювання **річної дохідності**, тобто часовий інтервал $[t - 1; t]$ дорівнює року.

Приклад 6.4.

Інвестор купив акції на початку року за ціною 37 грн за кожную. Наприкінці року ціна таких акцій зросла до 40,33 грн. До того ж за цей рік емітент виплатив дивідендів у розрахунку 1,85 грн на одну акцію.

Визначимо повну річну дохідність за акцією.

Початкові капіталовкладення інвестора та його кінцеві надходження зручно проілюструвати за допомогою рис. 6.1.

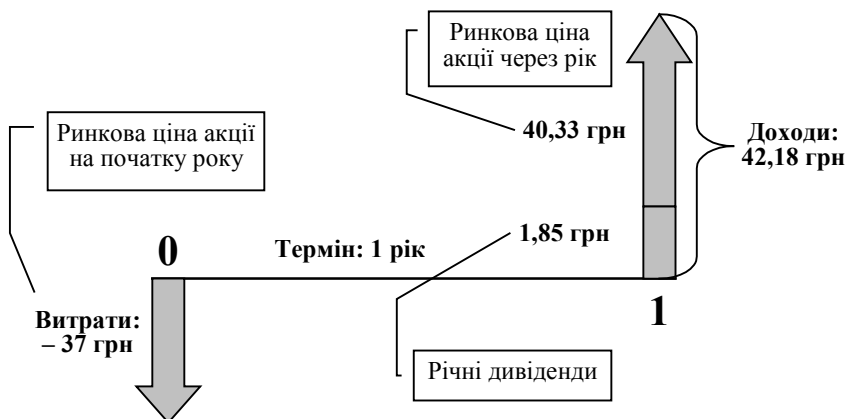


Рис. 6.1. Річні надходження та витрати за інвестування в акції

¹ Див. п. 3.2.

Використовуючи схему на рис. 6.1 та формулу (6.8), обчислимо норму річної дохідності інвестора від інвестування в акції:

$$Y_t = (42,18 - 37) / 37 = 0,14, \text{ або } 14 \% \text{ річних.}$$

Отже, повна дохідність інвестора за рік становить 14 % річних.

За необхідності структуру дохідності від інвестування в акції можна деталізувати за джерелами доходу. Для цього рівняння (6.8) можна переписати так:

$$Y_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} + \frac{d_t}{P_{t-1}}. \quad (6.8')$$

Перша складова формули (6.8') є **дохідністю від перепродажу** (купівля в минулому за ціною P_{t-1} та продаж за ціною P_t), а друга складова — **дивідендною дохідністю** (дохідністю дивідендів).

Приклад 6.5.

Повернемося до початкових умов прикладу 6.4. Нехай тепер нам потрібно визначити, яку частину у повній нормі річної дохідності становлять дивідендна та спекулятивна дохідність.

Користуючись схемою на рис. 6.1 та формулою (6.8'), проведемо необхідні обчислення.

Ставка дохідності дивідендів дорівнює: $1,85 / 37 = 0,05$, або 5 % річних.

Відповідно, ставка дохідності від перепродажу: $(40,33 - 37) / 37 = 0,09$, або 9 % річних.

Склавши ці дві ставки, отримаємо визначену раніше величину повної дохідності у 14 % річних.

Можна також розрахувати, що у структурі повної річної дохідності приблизно 64 % ($9 / 14$) становить спекулятивна дохідність та 36 % ($5/14$) — дивідендна дохідність.

У короткостроковому інтервалі другої складової повної дохідності з рівняння (6.8') — дивідендної дохідності взагалі може не бути, за рахунок відсутності дивідендів за цей період. Тобто інвестор, який здійснює короткострокові операції з акціями, сподівається на прибуток за рахунок перепродажу акції, а інвестор, який здійснює довгострокові операції, додатково розраховує ще й на дивіденди.

З другого боку, інвестор, який вкладає кошти на довгий строк (більший за рік), розраховує на отримання повної дохідності Y_0 , що обчислюється за формулою

$$Y_0 = \frac{P_T - P_0 + \sum_{t=0}^T d_t}{P_0}. \quad (6.9)$$

Основна відмінність рівняння (6.9) від вищенаведеного виразу (6.8) полягає у наявності декількох дивідендних виплат за часовий інтервал $[0; T]$.

Повну дохідність, отриману з рівняння (6.9), можна привести до річного виміру. Найпростіший спосіб — поділити цю ставку дохідності на кількість років T :

$$Y = \frac{P_T - P_0 + \sum_{t=0}^T d_t}{P_0 \cdot T}. \quad (6.10)$$

Ставку дохідності, що визначають за (6.10), називають *середньорічною*.

Обчислення дохідності за ставками (6.9)—(6.10) є дещо спрощеним, оскільки вони враховують лише початкову та кінцеву ринкові ціни акції. За умов високої *волатильності* (мінливості) ринкових курсів більш коректним є визначення дохідностей за субперіоди, а потім обчислення на їх основі середньозваженої дохідності. Коли субперіод дорівнює року, доцільно застосування формули (6.8). Якщо ж необхідно врахувати, наприклад, денні або місячні коливання, тобто оцінити денну або місячну дохідність, то за умов відсутності дивідендів у ці субперіоди вираз (6.8) спрощується так:

$$Y_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}. \quad (6.8'')$$

Визначивши дохідності за субперіоди за формулою (6.8) або (6.8''), далі розраховують їхню *середньоарифметичну* величину, яка залежно від довжини субперіоду матиме назву середньоденна, середньомісячна, середньорічна та ін. дохідність.

Таким чином, аналізуючи ефективність інвестування в акції, зазвичай мають справу із *середньозваженою (сподіваною) дохідністю*.

За наявності статистичних даних про дохідності акції за минулі періоди висувається гіпотеза, що сподівана (очікувана) дохідність є центральною тенденцією щодо поточної дохідності і дорівнює математичному сподіванню (середньому арифметичному) попередніх значень:

$$m = M(Y) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T Y_t, \quad (6.11)$$

де m — сподівана дохідність;

T — загальна кількість періодів спостережень за величиною дохідності у минулому;

Y_t — значення дохідності в t -му періоді.

Приклад 6.6.

Виходячи з ретроспективних статистичних даних про ринкову вартість та дивіденди за акцією (табл. 6.1), необхідно розрахувати дохідності акції за минулі періоди часу й оцінити сподівану дохідність.

Таблиця 6.1 (до прикладу 6.6)

Період t	Ціна акції P_t	Дивіденд d_t
0	50	—
1	55	4
2	52	5
3	48	6
4	56	3
5	54	3

За формулою (6.8) у першому періоді дохідність акції становить:

$$Y_1 = (55 - 50 + 4) / 50 = 0,18, \text{ або } 18 \, \%.$$

Аналогічно знаходимо дохідність акції в інших періодах часу:

$$Y_2 = 3,6 \, \% ; Y_3 = 3,8 \, \% ; Y_4 = 22,9 \, \% ; Y_5 = 1,8 \, \%.$$

Знайдемо сподівану дохідність як середню величину дохідності за п'ять періодів за формулою (6.11):

$$m = M(Y) \approx 10 \, \%.$$

Отже, у середньому інвестор може розраховувати на 10 % дохідності.

Якщо немає статистичних даних, здійснюють прогноз щодо можливих реалізацій певних значень дохідності з відповідними ймовірностями їх реалізації. У цьому випадку очікуваною середньою дохідністю є *центр групування* реалізацій випадкової величини дохідності акції.

Зазвичай його знаходять за формулою математичного сподівання:

$$m = M(Y) = \sum_{i=1}^n p_i Y_i, \quad (6.12)$$

де m — сподівана дохідність;

Y_i — i -те можливе значення дохідності з імовірністю появи цього значення p_i .

Зазначимо, що у разі асиметричного розподілу ймовірностей як центр групування дохідностей акції замість *математичного сподівання* доцільно використовувати *модальне значення*, тобто $m = M_o(Y)$.

Приклад 6.7.

Акції виду A та B залежно від стану економіки можуть мати різну дохідність. Експерти вказали на п'ять можливих станів економіки та оцінили ймовірності настання цих станів (табл. 6.2).

Таблиця 6.2 (до прикладу 6.7)

Стани економічного середовища	Імовірність, P	Дохідність акції, %	
		Y_A	Y_B
Значне піднесення	0,1	20	15
Незначне піднесення	0,3	14	9
Стагнація	0,3	8	7
Незначна рецесія	0,2	0	2
Значна рецесія	0,1	– 5	– 3

Обчислимо сподівану дохідність за кожною з акцій за формулою (6.12).

Маємо для акцій виду A : $m_A = 0,1 \cdot 20 + 0,3 \cdot 14 + 0,3 \cdot 8 + 0,2 \cdot 0 - 0,1 \cdot 5 = 8,1$ %.

Аналогічно знаходимо для акцій виду B : $m_B = 6,4$ %.

Отже, очікувана в середньому дохідність акцій виду A вища.

6.4. Фондові індекси як індикатори стану організованого ринку акцій

Інвестиційні властивості акції як інструменту фондового ринку значною мірою визначаються поточним станом ринку та загальноринковими трендами (домінуючими тенденціями). Причому, чим ефективнішим є певний ринок цінних паперів, тим більш чіткою є залежність між інвестиційними характеристиками акції та станом фондового ринку.

Отже, на розвиненому фондовому ринку з вільною активною торгівлею дохідність певного виду акцій оцінюється за допомогою відомої величини середньоринкової дохідності альтернативних варіантів інвестування¹. На організованому ринку цінних паперів для визначення середньоринкових тенденцій використовують так звані *ринкові (фондові) індекси*.

Згідно із затвердженою ДКЦПФР України «Методикою розрахунку інтегрального індексу фондового ринку» [2]:

Фондовий індекс — це відношення усередненого (за деякою групою підприємств) значення вартості акцій, проданих за поточний період, до усередненого значення вартості акцій, проданих за минулий період.

Роль фондових індексів у проведенні аналізу ринку акцій важко переоцінити. Фондові індекси — це спеціальні *відносні* індикатори, що надають інформацію про стан та загальні тенденції ринку, забезпечуючи можливість адекватного порівняння ефективності інвестування на різних ринках.

Підвищення фондового індексу вказує на те, що ринок на піднесенні і в середньому доходи вкладників акцій зростають за рахунок зростання капіталізації акцій. Зниження фондового індексу, навпаки, показує, що коли ринок на спаді, то в середньому доходи акціонерів скорочуються, оскільки їх акції втрачають у ціні.

Поширена помилка розуміння самого фондового індексу як певної середньої величини. Насправді індекс — це відносна, безрозмірна величина, яку отримують від ділення поточного середнього значення на базисне середнє значення цін акцій на ринку.

¹ Наприклад, на цьому принципі ґрунтується модель оцінки капітальних активів (див. п. 3.2.2).

Для правильного розрахунку індексу певного ринку акцій необхідно обумовити два основні аспекти:

— принципи формування та оновлення вибірки акцій, що входять до індексу;

— методика обчислень значень індексу.

Головний критерій відбору акцій для розрахунку індексу — **репрезентативність**. Зазвичай індекси розраховують не за всіма видами акцій, наявними на ринку, а за *репрезентативною вибіркою*. З офіційного лістингу акцій вибирають акції *надійних* компаній, що є *ліквідними* і мають досить тривалу історію регулярних активних торгів.

Структуру вибірки в будь-який момент часу можна переглянути. Наприклад, якщо компанія, акції якої входять до списку індексу, за своїми показниками вже не є характерним представником своєї галузі, то її можна вилучати з цієї вибірки і т. ін.

Залежно від того, які цінні папери складають вибірку, індекси можуть бути **загальними** (характеризують весь відповідний організований фондовий ринок) та **галузевими** (характеризують лише певну галузь, компанії якої представлені на фондовому ринку). Наприклад, до сім'ї **індексів Доу-Джонса** входять:

- *Dow Jones Industrial* — промисловий індекс Доу-Джонса;
- *Dow Jones Transportation* — транспортний індекс Доу-Джонса;
- *Dow Jones Utility* — комунальний індекс Доу-Джонса;
- *Dow Jones Composite* — композитний (агрегований, загальний) індекс.

Крім того, методика обчислень значень індексу акцій залежить від обраного *способу усереднення* і *зважування* поточних значень цін акцій та *базис порівняння*.

Залежно від **базис порівняння** існує два методи обчислень фондових індексів — **базисний** та **ланцюговий**.

Індекс є базисним, якщо ціни на акції у кожному періоді порівнюють відносно визначеного початкового періоду часу — **базисного періоду**.

Індекс є ланцюговим, якщо ціни акцій у кожному наступному періоді порівнюють з цінами попереднього періоду.

Обидва методи обчислення мають право на існування, хоча, на думку відомого українського економіста Ю. Кравченка [8], нині у світі базисні індекси більш поширені.

За **методом усереднення** індекси можна розраховувати за такими способами:

— середньої арифметичної простої;

- середньої арифметичної зваженої;
- середньої геометричної простої;
- середньої геометричної зваженої.

Прикладом геометричного методу усереднення є індекс *Financial Times Ordinary Share* (Великобританія), який розраховують за формулою:

$$INDEX_t = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \frac{P_{it}}{P_{ib}}} \cdot INDEX_b,$$

де $INDEX_b$ — початкове значення індексу;

P_{ib} — початкова ціна акцій i -ої компанії;

$INDEX_t$ — поточне значення індексу;

P_{it} — поточна ціна акцій i -ої компанії;

N — кількість акцій в індексі.

На динаміку цього індексу впливають однаково всі акції індексу.

За методами **зважування** індекси можуть бути **індексами з ціновим зважуванням** та **індексами, що зважені за ринковою капіталізацією**.

Наприклад, індексами з ціновим зважуванням є індекси Доу Джонса, а індексами зі зважуванням за капіталізацію — індекси *S&P* та *FTSE*.

Індекси **Доу Джонса** обчислюють за формулою:

$$DJIA_t = \sum_{i=1}^N P_{it} / \text{adj } D_t,$$

де $DJIA_t$ — значення індексу в момент t ;

P_{it} — вартість акції i в момент t ;

$\text{adj } D_t$ — корегуючий дільник у момент t (ураховує, наприклад, дроблення акцій, у результаті чого змінюється ринкова ціна);

N — кількість акцій в індексі (зараз $N = 30$), початково $N = \text{adj } D_t$.

На зміну таких індексів найбільше впливають акції з найбільшою ціною. Застосовується середня арифметична проста.

Інший загальновідомий індекс **S&P500** обчислюють так:

$$INDEX_t = \frac{\sum_i P_{it} \cdot Q_{it}}{\sum_i P_{ib} \cdot Q_{ib}} \cdot INDEX_b,$$

де $INDEX_b$ — початкове значення індексу;

P_{ib} — початкова ціна акції i -ї компанії;

Q_{ib} — початкова кількість акцій, випущених компанією;

$INDEX_t$ — поточне значення індексу;

P_{it} — ціна акції i -ої компанії;

Q_{it} — поточна кількість акцій, випущених компанією i . Застосовується метод середньої арифметичної зваженої. На динаміку індексу впливають акції компанії з найбільшою капіталізацією (ураховується розмір компанії).

В Україні на сьогодні найбільший обсяг торгів цінними паперами демонструє фондова біржа ПФТС¹, тому найбільш відомим українським фондовим індексом, визнаним не тільки в межах нашої держави, але й за кордоном, є індекс ПФТС.

Індекс ПФТС розраховується на базі цін найбільш ліквідних акцій ПФТС з 1 жовтня 1997 року.

Індекс ПФТС — ціновий індекс, зважений за обсягом емісії (*free float*), що реально доступна для широкого кола інвесторів. «Індексний кошик» ПФТС складається з акцій 20 емітентів. Перелік акцій для розрахунку індексу ПФТС формується Індексним комітетом ПФТС з цінних паперів, що входять до Списку ПФТС, на підставі даних про ринкову капіталізацію, обсяг торгів, кількість угод та інших факторів, що впливають на ліквідність акцій.

Індекс ПФТС розраховується на підставі *Правил розрахунку індексу ПФТС* та *Положення про індексний комітет ПФТС*.

Для розрахунку Індексу ПФТС використовується така формула:

$$Index_T = Index_{(T-1)} \cdot \frac{\sum_{i=1}^M P_{iT}^t \cdot Q_{iT} \cdot FF_{iT} \cdot W_{iT}}{\sum_{i=1}^M P_{i(T-1)} \cdot Q_{iT} \cdot FF_{iT} \cdot W_{iT}},$$

де $Index_{(T-1)}$ — останнє значення індексу, розраховане за попередній торговий день $(T-1)$;

P_{iT}^t — ціна i -ї акції, розрахована в момент часу t поточної доби (день T);

$P_{i(T-1)}$ — остання ціна i -ї акції, розрахована в день $T-1$;

Q_{iT} — обсяг акцій i -го емітента, що знаходяться в обігу, шт.;

¹ Докладну інформацію стосовно українського фондового ринку можна знайти на офіційному сайті ПФТС у мережі Інтернет за адресою: <http://www.pfts.com>

W_{iT} — ваговий коефіцієнт i -ї акції;

FF_{iT} — коефіцієнт *free-float* i -ї акції;

M — загальна кількість акцій, що входять до бази розрахунку індексу ($M = 20$).

Крім того, з 4 жовтня 2004 року ПФТС спільно з інформаційним агентством *Cbonds* розраховує індекси корпоративних облігацій «ПФТС-*Cbonds*» та «ПФТС-*Cbonds/TR*».

Індекси ПФТС-*Cbonds*:

— розраховуються на основі офіційних результатів торгових сесій ПФТС, а також наданої інформаційним ресурсом *Cbonds* інформації про емісії корпоративних облігацій, що перебувають в обігу на ПФТС;

— відповідають основним рекомендаціям з розроблення та розрахунку індексів облігацій Європейської комісії з облігацій (*European Bond Commission*) Європейської федерації фінансових аналітиків (*European Federation of Financial Analysts' Societies*);

— базуються на інформації про торгівлю найбільш ліквідними корпоративними облігаціями;

— розраховуються в режимі реального часу з оприлюдненням на момент закриття торгової сесії ПФТС;

— побудовані за методом зв'язаного ланцюга;

— побудовані на основі розрахункових цін облігацій. Розрахункова ціна облігації визначається як середнє значення кращих цін на купівлю і продаж.

Індекс «ПФТС-*Cbonds*» — індекс, який характеризує зміну цін корпоративних облігацій з терміном до погашення/найближчої офerti до одного року (без урахування накопиченого купонного доходу). Це індекс для аналітиків та портфельних інвесторів.

Індекс «ПФТС-*Cbonds/TR*» — індекс, який характеризує умовну вартість індексного портфеля, що складається з корпоративних облігацій з терміном до погашення/найближчої офerti до одного року, при цьому отримані процентні платежі одразу ж реінвестуються в той самий індексний портфель. Це індекс для стратегічного інвестора.

Фондові індекси, інформуючи про капіталізацію та дохідність фондового ринку в цілому, дають змогу оцінити ефективність конкретного варіанта інвестування шляхом порівняння дохідності останнього із середньоринковою дохідністю (дохідністю фондового індексу).

Основні терміни та поняття



Акція
Дивіденд
Прості та привілейовані акції
«Блакитні фішки»
«Ажіо» та «дизажіо»
Моделі дисконтування дивідендів
Дохідність дивідендів
Повна дохідність акції
Фондовий індекс
Базисні та ланцюгові фондові індекси

Питання для самоконтролю



1. Основні типи акцій відповідно до чинного українського законодавства.
2. Основні засади дивідендної політики.
3. Класи привілейованих акцій.
4. Класифікація видів акцій за їх інвестиційним потенціалом.
5. Основні види вартості акцій.
6. Визначення інвестиційної вартості акцій на підґрунті моделей дисконтування дивідендів. Основні припущення щодо розміру майбутніх дивідендів.
7. Оцінювання ринкової дохідності акцій. Наведіть формули та приклад розрахунків.
8. Використання фондових індексів на організованих ринках цінних паперів.
9. Класифікація фондових індексів. Наведіть приклади загальновідомих світових фондових індексів та поясніть принципи їх розрахунку.
10. Методика розрахунку індексу ПФТС в Україні.



Основна

1. Закон України «Про цінні папери та фондовий ринок» № 3480-IV від 23.02.2006 р.
2. Методика розрахунку інтегрального індексу фондового ринку. Затверджено рішенням ДКЦПФР від 20.12.2000 р. № 237.
3. Положення про порядок формування резерву під операції банків України з цінними паперами. Затверджено Постановою Правління НБУ від 02.02.2007 р. № 31.
4. *Долінський Л. Б.* Фінансові обчислення та аналіз цінних паперів : навч. посіб. — К.: Майстер-Клас, 2005. — 192 с.

Додаткова

5. *Бердникова Т. Б.* Оценка ценных бумаг : учебное пособие. — М. : ИНФРА-М, 2006. — 144 с. — (Высшее образование).
6. *Вітлінський В. В., Верченко П. І.* Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисципліни — К. : КНЕУ, 2000. — 292 с.
7. *Долінський Л. Б.* Фінансова математика : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 2009. — 265 с.
8. *Кравченко Ю. Я.* Ринок цінних паперів : навч. посіб. — К. : Дакор, КНТ, 2008. — 664 с.
9. *Мертенс А. В.* Инвестиции : Курс лекций по современной финансовой теории. — К. : Киев. инвестиц. агентство, 1997. — 416 с.
10. *Мозговий О. М.* Фондовый рынок : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 1999. — 316 с.
11. *Пересада А. А., Коваленко Ю. М.* Фінансові інвестиції. — К. : КНЕУ, 2006. — 728 с.
12. *Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж.* Инвестиции : пер. с англ. — М. : ИНФРА-М, 2003. — XII — 1028 с.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИВЕРСИФІКАЦІЇ. ТЕОРІЯ ПОРТФЕЛЯ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: теоретичні засади диверсифікації як способу зниження ризику; класичні підходи до побудови портфеля цінних паперів; неокласичні підходи та сучасний інструментарій побудови портфеля цінних паперів; методи управління портфелем цінних паперів;

— *уміти*: адекватно обирати методи управління та моделі формування портфеля цінних паперів відповідно до цілей інвестора, його ставлення до ризику, враховуючи всю наявну інформацію щодо ситуації на ринку.

7.1. Диверсифікація як спосіб зниження ступеня ризику

Менеджерам, переважній більшості економістів (промисловців, фінансистів) відомо, що чим більшою є спеціалізація підприємства, тим чіткіший ритм виробництва, вища його рентабельність, але при цьому гіршою є адаптивність цієї економічної системи, її еластичність, маневреність стосовно до змін зовнішнього, по відношенню до неї, економічного середовища (коливання попиту, цін на сировину, кінцеву продукцію тощо).

Необхідна певна різноманітність, диверсифікація вкладень. У протилежному разі інвестор приречений або на низьку ефективність (норму прибутку), або на надто високий ступінь ризику.

Саме тому досвідчений інвестор є власником не одного виду цінних паперів, а кількох. Сукупність цінних паперів у певного інвестора становить їхній портфель.

Під портфелем цінних паперів розуміють розподіл коштів у певного інвестора між різними активами (акції, облігації тощо) у найбільш вигідній та безпечній пропорції.

Такий розподіл інвестицій за різними «адресами» знижує ризик, забезпечує більшу стійкість доходів (прибутків) за будь-яких коливань дивідендів і ринкових цін на цінні папери.

Економіко-математичну модель задачі вибору оптимальної структури портфеля вперше запропонував Г. Марковіц. Інший відомий американський учений-економіст Д. Тобін узагальнив цю задачу, показавши, що оптимальна структура портфеля цінних паперів не залежить від схильності (несхильності) інвестора до ризику [20, 21]. Названі вище вчені були відзначені Нобелівськими преміями з економіки, що свідчить про важливість проблеми оптимального портфеля для економічної науки та практики в цілому.

Теорію «селекції портфеля цінних паперів» широко використовують банки під час підготовки фінансових операцій. На підприємствах за допомогою теорії портфеля менеджери (управлінські команди) створюють «портфель надійності» матеріальних запасів, визначають їх оптимальний обсяг, що забезпечує допустимий ступінь ризику. Вона [теорія портфеля] дає можливість здійснити багатостадійне планування, що забезпечує надійність і ефективність розподілу матеріальних запасів у системі виробництва (обсяг, терміни зберігання на складах і поставок безпосередньо в цехи) з урахуванням затрат на складування, постачання, транспортування тощо. Ця теорія дозволяє менеджерам, керівництву підприємств свідомо йти на певний (допустимий) ризик, прогнозувати кінцевий результат, знижувати собівартість продукції. На підставі економіко-математичних моделей і методів з використанням графіків і схем детально аналізують такі питання, як «портфель надійності» у системі забезпечення виробництва, співвідношення ризик — затрати, ефективні структури надійності. Теорія портфеля ґрунтується на принципах менеджменту ризику.

Погодження максимізації норми прибутку та мінімізації ризику не є простим, бо на досить ефективному ринку цінні папери з високою нормою прибутку характеризуються відповідно високим ступенем ризику. Розсудливий інвестор шукає такі можливості для розміщення капіталу, за яких із збільшенням норми прибутку одночасно зменшувався б ступінь ризику.

Розрізняють «наївну» диверсифікацію та «розсудливу». «Наївна» диверсифікація спирається на якомога більшу різноманіт-

ність залучених до портфеля різних видів цінних паперів без глибокого дослідження ступеня кореляції (зв'язку) між ними. Така диверсифікація, як правило, рідко призводить до значної редукції ризику.

Розсудлива диверсифікація спирається на відповідні математичні методи.

Загальним правилом інвестора стосовно диверсифікації є таке: необхідно прагнути розподілити вкладення між тими видами активів, які показали за минулі роки, по-перше, різну щільність зв'язку (кореляцію) із загальноринковими цінами (індексами) і, по-друге, протилежну фазу коливання норми прибутку між собою (цін) усередині портфеля.

Ідею принципу диверсифікації та підхід до побудови оптимальних портфелів цінних паперів продемонструємо на прикладі побудови портфеля простих акцій.

7.2. Класична теорія портфеля

Норма прибутку цінних паперів

Основною характеристикою кожного цінного папера (ЦП) є норма прибутку. Її обчислюють як відношення прибутку, що його приносить певний ЦП, до затрат, пов'язаних з купівлею цього ЦП. Якщо купівля ЦП здійснюється в період t_0 , то норма прибутку цього ЦП в період t обчислюється за формулою:

$$R(t) = \frac{C(t) - C(t_0) + D(t)}{C(t_0)} \cdot 100 \%,$$

де $C(t_0)$ — ціна купівлі ЦП в період t_0 ;

$C(t)$ — ціна (продажу) цього ЦП в t -й період;

$D(t)$ — дивіденди, нараховані до t -го періоду.

Норма прибутку є одним з основних критеріїв, якими керуються інвестори у прийнятті рішення щодо купівлі цінного папера.

Усі рішення про інвестування в цінні папери, є такими, що стосуються майбутнього, але цілком очевидно, що будь-яке значення величини норми прибутку пов'язане з невизначеністю. Іншими словами, рішення, які стосуються інвестування в цінні па-

пери, є рішеннями, що приймаються в умовах невизначеності та пов'язаного з цим ризику. Згідно з прийнятою раніше гіпотезою щодо норми прибутку (норма прибутку є випадковою величиною) це означає, що $R(t)$ у кожний момент часу t може набувати різних значень з різними ймовірностями. Ці ймовірності залежать від ситуації на ринку ЦП, котра, у свою чергу, залежить від багатьох чинників, зокрема, від загальної економічної ситуації.

Надалі будемо розглядати статичний портфель цінних паперів (ПЦП), тобто вважатимемо, що протягом досліджуваного періоду норма прибутку певного ЦП може набувати різних значень (залежно від стану економічного середовища), але при цьому не має місця тенденція зміни значення цієї норми прибутку (залежно від часу). Такий підхід до побудови ПЦП є спрощеним, але він має широке використання.

На практиці в оцінюванні сподіваної норми прибутку часто виходять з припущення, що поведінка ЦП у майбутньому великою мірою залежить від того, як формувалась його норма прибутку в минулому. Це означає, що для статичної моделі ПЦП (або для близької до неї) майбутня норма прибутку може бути наближено визначена за допомогою значень норм прибутку, що спостерігались у минулому.

Якщо позначити через T кількість періодів спостережень (роки, місяці, тижні), то у разі звичайної акції норма прибутку в t -му періоді визначається за формулою:

$$R(t) = \frac{C(t) - C(t-1) + D(t)}{C(t-1)} \cdot 100\%, \quad (7.1)$$

де $C(t)$ — ціна ЦП в t -ий період;

$D(t)$ — дивіденди, нараховані в t -му періоді.

Уведемо позначення:

$\Theta = \{\theta_1; \theta_2; \dots; \theta_n\}$ — множина станів економічного середовища;

$P = \{p_1; p_2; \dots; p_n\}$ — розподіл імовірностей станів економічного середовища;

$R_i = \{R_{i1}; R_{i2}; \dots; R_{in}\}$ — множина значень норми прибутку i -го ЦП залежно від станів економічного середовища.

Величина

$$m_i = M(R_i) = \sum_{j=1}^n p_j R_{ij} \quad (7.2)$$

має назву *сподіваної норми прибутку i -го ЦП*.

Наближене значення (статистичну оцінку) сподіваної норми прибутку i -ї акції можна обчислити за вибіркою спостережень протягом T періодів за формулою:

$$m_i \approx \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_i(t). \quad (7.3)$$

Ризик цінних паперів у абсолютному вираженні

Іншою важливою характеристикою цінного папера є його ризик. Що стосується системи кількісних оцінок міри ризику, то однією з них є *варіація (дисперсія) норми прибутку цінного папера*:

$$V_i = D(R_i) = \sum_{j=1}^n p_j (R_{ij} - m_i)^2. \quad (7.4)$$

Оскільки варіація (дисперсія) норми прибутку ЦП виражається у відсотках, піднесених до квадрата, то зручнішою з погляду інтерпретації результатів є інша характеристика ступеня ризику — *середньоквадратичне відхилення норми прибутку ЦП*:

$$\sigma_i = \sigma(R_i) = \sqrt{V_i}. \quad (7.5)$$

У разі якщо є інформація про норму прибутку i -го ЦП за минулі T періодів, наближене значення (статистичну оцінку) варіації можна обчислити за формулою

$$V_i = D(R_i) \approx \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_i(t) - m_i)^2. \quad (7.6)$$

Якщо інвестора цікавлять лише несприятливі відхилення норми прибутку ЦП, то як кількісну оцінку міри ризику варто використовувати *семіваріацію норми прибутку цінного папера*, яка обчислюється за формулою

$$SV_i = SV(R_i) = \sum_{j=1}^n \alpha_j p_j (R_{ij} - m_i)^2, \quad (7.7)$$

де α_j — індикатор несприятливих відхилень, який визначають за формулою:

$$\alpha_j = \begin{cases} 0, & \text{у разі сприятливого відхилення,} \\ 1, & \text{у разі несприятливого відхилення.} \end{cases}$$

Аналогічно до варіації норми прибутку ЦП семіваріація також виражається у відсотках, піднесених до квадрата, тому для практичного застосування зручнішою є інша оцінка міри ризику — *семіквадратичне відхилення норми прибутку ЦП*:

$$SSV_i = SSV(R_i) = \sqrt{SV_i}. \quad (7.8)$$

У разі наявної статистичної вибірки норм прибутку i -го ЦП за минулі T періодів, наближене значення (статистичну оцінку) семіваріації можна обчислити за формулою

$$SV_i = SV(R_i) \approx \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T \alpha_j (R_i(t) - m_i)^2. \quad (7.9)$$

Ризик цінних паперів у відносному вираженні

Розглянемо два цінних папери виду $A_1(m_1; \sigma_1)$ та $A_2(m_2; \sigma_2)$. Якщо виконуються співвідношення $m_1 > m_2$ та $\sigma_1 < \sigma_2$, то в цьому випадку можна вважати, що ЦП виду A_1 є кращим за ЦП виду A_2 . Якщо ж $m_1 > m_2$ і при цьому $\sigma_1 > \sigma_2$, то для порівняння ризику цих ЦП можна скористатись однією з відносних оцінок міри ризику:

- *коефіцієнт варіації*:

$$CV(R) = \frac{\sigma(R)}{M(R)}; \quad (7.10)$$

- *коефіцієнт семіваріації*:

$$CSV(R) = \frac{SSV(R)}{M(R)}; \quad (7.11)$$

- *модифікований коефіцієнт варіації*:

$$CV(R) = \frac{\sigma(R)}{M(R) - m_F}; \quad (7.12)$$

- *модифікований коефіцієнт семіваріації*:

$$CSV(R) = \frac{SSV(R)}{M(R) - m_F}, \quad (7.13)$$

де m_F — норма прибутку безризикових або майже безризикових ЦП (наприклад, державних короткострокових облігацій, ЦП «старих фірм» тощо).

Приклад 7.1.

Розглянемо дві умовні акції виду A_1 та A_2 , відносно яких маємо статистичну інформацію за останні 11 періодів (кварталів). Числові дані подано в табл. 7.1.

Таблиця 7.1

Період	Ціна акції, грн		Дивіденди, грн	
	A_1	A_2	A_1	A_2
t	$C_1(t)$	$C_2(t)$	$D_1(t)$	$D_2(t)$
0	1000	548		
1	1050	545	25	12
2	1073	543	40	15
3	1057	542	45	10
4	1048	544	30	8
5	1042	546	45	12
6	1060	550	50	16
7	1067	547	45	14
8	1075	553	30	15
9	1052	557	40	15
10	1070	554	35	12

Необхідно:

- 1) обчислити статистичну оцінку сподіваної норми прибутку для ЦП виду A_1 та A_2 ;
- 2) обчислити ризик в абсолютному вираженні для ЦП виду A_1 та A_2 і порівняти їх між собою;
- 3) обчислити ризик у відносному вираженні для ЦП виду A_1 та A_2 і порівняти їх між собою.

Розв'язання

1) У таблиці 7.2 наведено необхідні обчислення для норм прибутку акцій згідно з формулою (7.1) (для норм прибутку акцій матимемо спостереження за 10 періодів, тобто $T = 10$).

Таблиця 7.2

Період	Прибуток, грн		Норма прибутку, %	
	$C_1(t) - C_1(t-1) + D_1(t)$	$C_2(t) - C_2(t-1) + D_2(t)$	$R_1(t)$	$R_2(t)$
1	75	9	7,5	1,64
2	63	13	6	2,39
3	29	9	2,7	1,66
4	21	10	1,99	1,85
5	39	14	3,72	2,57
6	68	20	6,53	3,66
7	52	11	4,91	2
8	38	21	3,56	3,84
9	17	19	1,58	3,44
10	53	9	5,04	1,62

Статистичну оцінку сподіваної норми прибутку для акції виду A_1 позначимо через m_1 , для акції виду A_2 , відповідно, через m_2 . Згідно з формулою (7.3) дістаємо:

$$m_1 = \frac{1}{10} \left(7,5 + 6 + 2,7 + 1,99 + 3,72 + 6,53 + 4,91 + 3,56 + 1,58 + 5,04 \right) = 4,35(\%),$$

$$m_2 = \frac{1}{10} \left(1,64 + 2,39 + 1,66 + 1,85 + 2,57 + 3,66 + 2 + 3,84 + 3,44 + 1,62 \right) = 2,47(\%).$$

Як бачимо, акція виду A_1 характеризується вищою нормою прибутку, ніж акція виду A_2 , а тому, з погляду максимізації прибутку, інвесторами може бути обрана акція виду A_1 .

2) Як кількісні оцінки ризику в абсолютному вираженні розглянемо статистичні оцінки середньоквадратичного відхилення (σ) та семіквадратичного відхилення (SSV).

У таблиці 7.3 наведено необхідні обчислення для статистичних оцінок варіації (V) та семіваріації (SV) норм прибутку акцій згідно з формулами (7.6), (7.9)

Таблиця 7.3

Період	Варіація		Семіваріація	
t	$(R_1(t) - m_1)^2$	$(R_2(t) - m_2)^2$	$\alpha_{1t}(R_1(t) - m_1)^2$	$\alpha_{2t}(R_2(t) - m_2)^2$
1	9,91	0,68	0,00	0,68
2	2,71	0,01	0,00	0,01
3	2,72	0,65	2,72	0,65
4	5,60	0,39	5,60	0,39
5	0,40	0,01	0,40	0,00
6	4,72	1,43	0,00	0,00
7	0,31	0,22	0,00	0,22
8	0,63	1,89	0,63	0,00
9	7,68	0,94	7,68	0,00
10	0,47	0,72	0,00	0,72
Σ	35,14	6,93	17,02	2,66
$\frac{\Sigma}{T-1}$	3,90	0,77	1,89	0,30

Отже, маємо такі результати обчислень:

$$V_1 = 3,90; V_2 = 0,77; SV_1 = 1,89; SV_2 = 0,30.$$

Згідно з формулами (7.5), (7.8) обчислимо статистичні оцінки середньоквадратичного відхилення та семіквадратичного відхилення:

$$\sigma_1 = \sqrt{3,90} = 1,98 (\%); \sigma_2 = \sqrt{0,77} = 0,88 (\%);$$

$$SSV_1 = \sqrt{1,89} = 1,38 (\%); SSV_2 = \sqrt{0,30} = 0,54 (\%).$$

Як бачимо, ступінь ризику, пов'язаного з інвестуванням в акцію виду A_1 , яка характеризується вищою сподіваною нормою прибутку, в абсолютному вираженні є вищим, ніж ризик, яким обтяжене інвестування в акцію виду A_2 .

! Зауваження 7.1.

Для заданих акцій ми дістали, що $\sigma_1 > \sigma_2$ та $SSV_1 > SSV_2$. Тобто висновок щодо ризикованості акцій збігається за обома показниками оцінки ризику. Але в загальному випадку можливими є результати, коли $\sigma_1 > \sigma_2$ та $SSV_1 < SSV_2$ або $\sigma_1 < \sigma_2$ та $SSV_1 > SSV_2$. У таких випадках інвестор приймає рішення залежно від його цілей, ставлення до ризику тощо.

3) Отже, акція виду A_1 , приносячи більшу сподівану норму прибутку, обтяжена й більшим ризиком в абсолютному вираженні. А тому для порівняння ЦП виду A_1 та A_2 скористаємось відносними оцінками ризику, а саме — коефіцієнтом варіації (CV) та коефіцієнтом семіваріації (CSV).

Згідно з формулами (7.10), (7.11) обчислимо:

$$CV_1 = \sigma_1 / m_1 = 1,98 / 4,35 = 0,45;$$

$$CV_2 = \sigma_2 / m_2 = 0,88 / 2,47 = 0,36;$$

$$CSV_1 = SSV_1 / m_1 = 1,38 / 4,35 = 0,32;$$

$$CSV_2 = SSV_2 / m_2 = 0,54 / 2,47 = 0,22.$$

Перевага надається тим ЦП, яким відповідає менше значення коефіцієнта варіації (коефіцієнта семіваріації). Тому доходимо висновку, що з позиції цих мір ризику перевага надається акціям виду A_2 .

! Зауваження 7.2.

Ми дістали, що $CV_1 > CV_2$ та $CSV_1 > CSV_2$, тобто висновок щодо ризикованості акцій знову збігається за двома показниками оцінки ризику. У загальному випадку можливими є результати, коли $CV_1 > CV_2$ та $CSV_1 < CSV_2$ або $CV_1 < CV_2$ та $CSV_1 > CSV_2$. У таких випадках інвестор приймає рішення залежно від його цілей, ставлення до ризику тощо.

Кореляція цінних паперів та її застосування

Під час формування ПЦП істотну роль відіграє *кореляція ЦП*. Вона характеризує взаємозв'язок між нормами прибутку двох цінних паперів. Міру щільності цього взаємозв'язку вимірюють за допомогою коефіцієнта кореляції.

Коефіцієнт кореляції є показником того, наскільки зв'язок між нормами прибутку акцій двох видів близький до строгої лі-

нійної залежності. Якщо розглядаються дві звичайні акції виду A_1 та A_2 , то коефіцієнт кореляції норм прибутку цих акцій визначається за формулою:

$$\rho_{12} = \text{cov}(R_1, R_2) / \sigma_1 \sigma_2, \quad (7.14)$$

де ρ_{12} — коефіцієнт кореляції для акцій виду A_1 та A_2 ;

$\text{cov}(R_1, R_2)$ — коваріація випадкових величин R_1 та R_2 , яка обчислюється за формулою

$$\text{cov}(R_1, R_2) = \sum_{i=1}^n p_i (R_{1i} - m_1)(R_{2i} - m_2). \quad (7.15)$$

У разі наявної статистичної вибірки норм прибутку двох ЦП за минулі T періодів, наближене значення (статистичну оцінку) коваріації можна обчислити за формулою:

$$\text{cov}(R_1, R_2) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_1(t) - m_1)(R_2(t) - m_2). \quad (7.16)$$

Нагадаємо основні властивості коефіцієнта кореляції:

- коефіцієнт кореляції набуває значення в межах $[-1; 1]$;
- абсолютна величина коефіцієнта кореляції вказує на цілісність взаємозв'язку норм прибутку акцій: чим більшою (ближчою до одиниці) є абсолютна величина, тим тісніше пов'язані між собою норми прибутку цих акцій і чим меншою (ближчою до нуля) вона є, тим слабшим є зв'язок між нормами прибутку цих акцій;
- знак коефіцієнта кореляції вказує напрямом взаємозв'язку норм прибутку акцій. Якщо він додатний, то маємо додатну кореляцію, коли зростання (зниження) норми прибутку однієї акції відбувається одночасно із зростанням (зниженням) норми прибутку другої акції. Коли ж коефіцієнт кореляції є від'ємною величиною, то маємо коефіцієнт так званої від'ємної кореляції акцій, коли зростання (зниження) норми прибутку однієї акції відбувається одночасно із зниженням (зростанням) норми прибутку другої.

Приклад 7.2.

Розглянемо три умовні акції виду A_1, A_2, A_3 , стосовно до яких маємо статистичну інформацію щодо норм прибутку за останні 10 періодів (кварталів). Числові дані подано в табл. 7.4.

Таблиця 7.4

Період	Норма прибутку акцій, %		
	A_1	A_2	A_3
t	$R_1(t)$	$R_2(t)$	$R_3(t)$
1	7,5	1,64	8,67
2	6	1,39	7,42
3	3,7	1,66	4,39
4	2,99	1,85	3,93
5	2,72	2,57	2,49
6	6,53	3,66	5,13
7	6,91	2	5,9
8	4,56	3,84	4,73
9	1,58	3,44	2,79
10	4,04	3,62	4,55

Необхідно обчислити відповідні коефіцієнти кореляції.

Розв'язання

Після відповідних обчислень одержимо такі значення сподіваних норм прибутку та середньоквадратичних відхилень акцій:

$$m_1 = 4,65 \%, m_2 = 2,57\%, m_3 = 5 \%;$$

$$\sigma_1 = 1,99 \%, \sigma_2 = 0,98\%, \sigma_3 = 1,92 \%.$$

Знайдемо коваріацію між нормами прибутку для акцій A_1 та A_2 :

$$\begin{aligned} \text{cov}(R_1, R_2) = & \frac{1}{9} [(7,5 - 4,65)(1,64 - 2,57) + (6 - 4,65)(1,39 - 2,57) + \\ & (3,7 - 4,65)(1,66 - 2,57) + (2,99 - 4,65)(1,85 - 2,57) + \\ & + (2,72 - 4,65)(2,57 - 2,57) + (6,53 - 4,65)(3,66 - 2,57) + \\ & + (6,91 - 4,65)(2 - 2,57) + (4,56 - 4,65)(3,84 - 2,57) + \\ & + (1,58 - 4,65)(3,44 - 2,57) + (4,04 - 4,65)(3,62 - 2,57)] = -0,539. \end{aligned}$$

Аналогічно знаходимо коваріації між нормами прибутку акцій виду A_1 та A_3 , A_2 та A_3 :

$$\text{cov}(R_1, R_3) = 3,365; \text{cov}(R_2, R_3) = -0,895.$$

Знайдемо тепер відповідні коефіцієнти кореляції:

$$\rho_{12} = \text{cov}(R_1, R_2) / \sigma_1 \sigma_2 = -0,539 / (1,99 \cdot 0,98) = -0,277;$$

$$\rho_{13} = \text{cov}(R_1, R_3) / \sigma_1 \sigma_3 = 3,365 / (1,99 \cdot 1,92) = 0,88;$$

$$\rho_{23} = \text{cov}(R_2, R_3) / \sigma_2 \sigma_3 = -0,895 / (0,98 \cdot 1,92) = -0,477.$$

На практиці додатна кореляція трапляється значно частіше, ніж від'ємна. Це пов'язано з так званою силою прискорення ринку. Наприклад, дослідження, проведені на Нью-Йоркській біржі, довели, що переважна частина акцій має коефіцієнт кореляції в межах від 0,4 до 0,6.

Сутність управління портфелем цінних паперів

Управління портфелем цінних паперів (ПЦП) — це планування, аналіз і регулювання структури портфеля, діяльність щодо його формування та підтримки з метою досягнення поставлених цілей за дотримання необхідного рівня його ризику та мінімізації затрат, пов'язаних з ним.

Основними цілями інвестування у ЦП у класичному аналізі є:

- одержання прибутку;
- збереження капіталу;
- забезпечення приросту капіталу (на базі зростання курсової вартості цінних паперів).

Такі цілі можуть бути до певної міри альтернативними (суперечити одна одній) та відповідати різним типам ПЦП. Наприклад, якщо метою є одержання відсотка, то пріоритет надається «агресивним» портфелям, які складаються з низьколіквідних та високо-ризикованих ЦП молодих компаній, здатних, якщо цьому сприятимуть обставини, принести високі відсотки. І навпаки, якщо найважливішим для інвестора (менеджера) є збереження і приріст капіталу, то в портфель будуть залучені ЦП, що мають більшу ліквідність і які випущені відомими фірмами та державою, з невисоким рівнем ризику та заздалегідь очікуваними сподіваними (середніми), хоча й невеликими відсотковими виплатами.

Ризик ПЦП — це міра (ступінь) можливості того, що настануть обставини, за яких інвестор може понести збитки, спричинені інвестиціями в ПЦП, а також операціями, пов'язаними із залученням ресурсів до формування портфеля.

Портфельний ризик — агреговане поняття, яке, у свою чергу, включає багато видів конкретних ризиків: ліквідності, кредитний, капітальний, селекції тощо.

Найтиповішим управлінням портфелем є таке, кінцевою метою якого є прибутковість портфеля, тобто перевищення доходів від інвестицій в ЦП над затратами на залучення грошових ресурсів, необхідних для цих вкладень, за умови забезпечення певного ступеня ліквідності та ризику портфеля.

Портфель цінних паперів

Узгодження максимізації норми прибутку і мінімізації ризику не є простим, бо на досить ефективному ринку цінні папери з високою нормою прибутку характеризуються відповідно високим ступенем ризику. Розсудливий інвестор шукає такі можливості щодо розміщення капіталу, за яких із збільшенням норми прибутку одночасно зменшувався б і ступінь ризику. Такі можливості дає йому формування портфеля цінних паперів. Сукупність придбаних цінних паперів становить портфель. *Під структурою портфеля цінних паперів* розуміють співвідношення часток інвестицій у цінні папери різних видів.

Математична модель ПЦП, сформованого з N цінних паперів, будується так. Нехай R_k — норма прибутку k -го виду ЦП ($k = 1, \dots, N$), S_k — обсяг грошових активів, інвестованих у k -ий вид ЦП, S — обсяг усіх грошових активів, інвестованих у ПЦП. Нехай

$$x_k = S_k / S, k = 1, \dots, N,$$

тобто x_k — це частка інвестицій у ЦП k -го виду. Очевидно, що $x_k \geq 0$ і при цьому

$$\sum_{k=1}^N x_k = \sum_{k=1}^N \frac{S_k}{S} = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^N S_k = \frac{1}{S} \cdot S = 1.$$

Структуру ПЦП відображає вектор $X = \{x_1; \dots; x_N\}$.

Тоді *норма прибутку ПЦП*, складеного з N видів ЦП

$$R_{\Pi} = \sum_{k=1}^N x_k R_k.$$

Сподівана норма прибутку цього ПЦП

$$m_{\Pi} = M(R_{\Pi}) = M\left(\sum_{k=1}^N x_k R_k\right) = \sum_{k=1}^N x_k M(R_k) = \sum_{k=1}^N x_k m_k,$$

тобто

$$m_{\Pi} = \sum_{k=1}^N x_k m_k.$$

Ризик ПЦП згідно з класичним підходом обчислюється на основі дисперсії його норми прибутку:

$$V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) = \sigma^2(R_{\Pi}) = \sigma_{\Pi}^2 = M(R_{\Pi} - m_{\Pi})^2.$$

Легко показати [3], що

$$V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N x_k x_j \sigma_{kj},$$

де $\sigma_{kj} = \text{cov}(R_k, R_j) = \sigma_k \sigma_j \rho_{kj}$.

Особливим випадком портфеля є *однорідний* портфель, тобто такий, який містить лише один вид цінних паперів.

Тоді для цього ПЦП

$$R_{\Pi} = R_1; \quad m_{\Pi} = M(R_1) = m_1; \quad V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) = D(R_1) = \sigma_1^2.$$

Портфель з двох видів цінних паперів

Нехай x_1 та x_2 частки інвестицій у ЦП виду A_1 та A_2 , що становлять портфель. Тоді, урахувуючи що $N = 2$, дістаємо:

$$R_{\Pi} = x_1 R_1 + x_2 R_2;$$

$$m_{\Pi} = x_1 m_1 + x_2 m_2;$$

$$V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12};$$

$$x_1 + x_2 = 1;$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

З урахуванням того, що $x_2 = 1 - x_1$, дістаємо:

$$\begin{aligned} V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) &= x_1^2 \sigma_1^2 + (1 - x_1)^2 \sigma_2^2 + 2x_1(1 - x_1) \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} = \\ &= x_1^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12} \sigma_1 \sigma_2) - 2x_1 (\sigma_2^2 - \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2) + \sigma_2^2, \end{aligned} \quad (7.17)$$

тобто цільова функція V_{Π} є функцією однієї змінної x_1 , а саме — параболою 2-го порядку. Оскільки $x_1 \in [0; 1]$, то для всіх значень параметрів σ_1 , σ_2 і ρ_{12} ця парабола проходить через точки $A_1(1; \sigma_1^2)$ та $A_2(0; \sigma_2^2)$, які відповідають однорідним ПЦП, складеним, відповідно, з ЦП виду A_1 та виду A_2 .

Оскільки коефіцієнт кореляції ρ_{12} набуває значення з проміжку $[-1; 1]$, то величина $1 - \rho_{12} \geq 0$. А тому коефіцієнт при x_1^2 для функції V_{Π}

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2\sigma_1\sigma_2(1 - \rho_{12}) \geq (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \geq 0,$$

тобто парабола (7.17) є опуклою вниз і досягає свого мінімального значення у вершині $O^*(x_1^*, \sigma_2^*)$. Функція V_{Π} згідно зі своєю побудовою може набувати лише невід'ємних значень, а тому доходимо висновку, що в системі координат $(x_1; V_{\Pi})$ уся парабола (7.17) лежить над віссю абсцис (рис. 7.1).

Надалі для визначеності щодо акцій виду A_1 та A_2 вважатимемо, що мають місце співвідношення:

$$M(R_1) = m_1 > m_2 = M(R_2);$$

$$\sigma(R_1) = \sigma_1 > \sigma_2 = \sigma(R_2).$$

Координати вершини параболи $O^*(x_1^*, V_{\Pi}^*)$ обчислюються за формулами [5]:

$$x_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2} = \frac{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - \rho_{12}}{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 2\rho_{12}}; \quad (7.18)$$

$$V_{\Pi}^* = (\sigma_{\Pi}^*)^2 = \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2(1 - \rho_{12}^2)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}. \quad (7.19)$$

Згідно із системою рівнянь

$$\begin{cases} m_{\Pi} = x_1 m_1 + x_2 m_2 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

дістаємо

$$x_1 = \frac{m_{\Pi} - m_2}{m_1 - m_2}.$$

Тоді

$$\begin{aligned} V_{\Pi} = & \left(\frac{m_{\Pi} - m_2}{m_1 - m_2} \right)^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2) + \\ & + 2 \left(\frac{m_{\Pi} - m_2}{m_1 - m_2} \right) (\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2) + \sigma_2^2. \end{aligned} \quad (7.20)$$

Отже, зв'язок між ризиком ПЦП V_{Π} та його сподіваною нормою прибутку m_{Π} також описується параболою другого порядку, при цьому коефіцієнт при $(m_{\Pi})^2$ також набуває невід'ємного значення.

Легко перекоонатися, що графік функції (7.20) проходить через точки $A_1(m_1; \sigma_1^2)$ та $A_2(m_2; \sigma_2^2)$ (рис. 7.2).

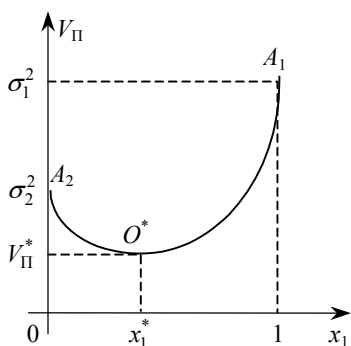


Рис. 7.1. Залежність ризику ПЦП від x_1 (частки акції першого виду в ПЦП)

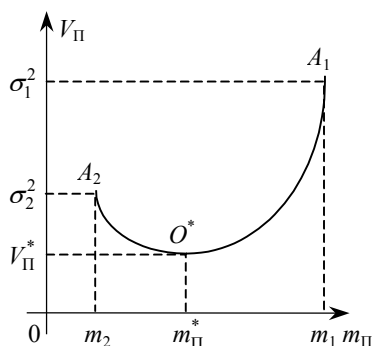


Рис. 7.2. Залежність ризику ПЦП від m_{Π} (сподіваної норми прибутку ПЦП)

Вершина параболи (7.20) має вершину $O^*(m_{\Pi}^*; V_{\Pi}^*)$, де

$$m_{\Pi}^* = m_1 x_1^* + m_2 x_2^* = m_1 \frac{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - \rho_{12}}{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 2\rho_{12}} + m_2 \frac{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \rho_{12}}{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 2\rho_{12}},$$

а значення V_{Π}^* обчислюється згідно з (7.7).

Сутність ефекту від диверсифікації під час побудови ПЦП полягає в тому, що збільшення сподіваної норми прибутку m_{Π} (починаючи з мінімально можливого допустимого значення) може привести (на певному етапі) до зменшення ризику V_{Π} цього портфеля.

Згідно з рис. 7.2. при збільшенні m_{Π} від значення m_2 до m_{Π}^* величина ризику ПЦП зменшується від σ_1^2 до $V_{\Pi}^* = (\sigma_{\Pi}^*)^2$. Подальше збільшення m_{Π} (від m_{Π}^* до m_1) призводить до збільшення величини ризику портфеля (від $(\sigma_{\Pi}^*)^2$ до σ_1^2). Отже, диверсифікація

буде ефективною лише в тому разі, коли абсциса m_{Π}^* вершини O^* параболи (7.20) буде належати проміжку $[m_2; m_1]$ і, відповідно, абсциса m_{Π}^* вершини O^* параболи (7.17) — проміжку $(0; 1)$.

Оскільки $x_1^* > 0$, то з (7.18) випливає, що

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - \rho_{12} > 0,$$

тобто що

$$\rho_{12} \in [-1; \sigma_2 / \sigma_1).$$

А тому можна зробити такий висновок: для ПЦП, складеного з двох видів ЦП, диверсифікація надає ефективний результат щодо зменшення величини ризику лише в тому разі, коли коефіцієнт кореляції для норм прибутку цих ЦП $\rho_{12} \in [-1; \rho')$, де

$$\rho' = \min\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}; \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right).$$

Приклад 7.3.

Сподівана норма прибутку акцій виду A_1 становить 60 %, ризик цих акцій (середньоквадратичне відхилення) — 20 %. Для акцій виду A_2 відповідно сподівана норма прибутку — 40 %, ризик — 15 %. Коефіцієнт кореляції для цих акцій $\rho_{12} = 0,35$. На основі цих акцій створюється ПЦП. Необхідно:

- 1) обчислити сподівану норму прибутку та ризик ПЦП, якщо акції виду A_1 становлять 20 % від вартості цього портфеля;
- 2) обчислити сподівану норму прибутку та ризик ПЦП, якщо акції виду A_1 становлять 80 % від вартості ПЦП;
- 3) створити оптимальний ПЦП (тобто такий, що має мінімальний ризик).

Розв'язання

1) Згідно з умовою частка акцій виду A_1 у ПЦП $x_1 = 0,20$, а тому частка акцій виду A_2 $x_2 = 0,80$. Тоді

$$m_{\Pi} = x_1 m_1 + x_2 m_2 = 0,20 \cdot 60 + 0,80 \cdot 40 = 44 (\%)$$

$$\sigma_{\Pi} = \sqrt{0,20^2 \cdot 20^2 + 0,80^2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 0,20 \cdot 0,80 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15} = 13,91 (\%).$$

2) Оскільки в цьому випадку $x_1 = 0,80$, $x_2 = 0,20$, то дістаємо:

$$m_{\Pi} = 0,8 \cdot 60 + 0,2 \cdot 40 = 56 (\%);$$

$$\sigma_{\Pi} = \sqrt{0,8^2 \cdot 20^2 + 0,2^2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15} = 17,28 (\%).$$

3) Оскільки $\rho_{12} = 0,35 < \frac{15}{20} = 0,75$, то

$$x_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2} = \frac{15^2 - 0,35 \cdot 20 \cdot 15}{20^2 + 15^2 - 2 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15} = 0,29;$$

$$x_2^* = 1 - x_1^* = 0,71;$$

$$m_{\Pi}^* = x_1^* m_1 + x_2^* m_2 = 45,8 (\%);$$

$$\sigma_{\Pi}^* = \frac{\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho_{12}^2}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}} = \frac{20 \cdot 15 \cdot \sqrt{1-0,35^2}}{\sqrt{20^2 + 15^2 - 2 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15}} = 13,79 (\%).$$

Приклад 7.4.

Виходячи з умови прикладу 7.3, знайти структуру ПЦП:

- а) сподівана норма прибутку якого становила би 50 %;
- б) ризик якого становив би 16 %.

Розв'язання

а) Скориставшись тим, що

$$\begin{cases} m_{\Pi} = x_1 m_1 + x_2 m_2 \\ x_1 + x_2 = 1, \end{cases}$$

одержуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 50 = 60x_1 + 40x_2 \\ x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, отримуємо, що $x_1 = 0,5$, $x_2 = 0,5$,

$$\sigma_{\Pi} = \sqrt{0,5^2 \cdot 20^2 + 0,5^2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15} = 14,45 (\%).$$

б) Скориставшись тим, що

$$\begin{cases} x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} = \sigma_{\Pi}^2, \\ x_1 + x_2 = 1, \end{cases}$$

одержуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} 400x_1^2 + 225x_2^2 + 210x_1 x_2 = 256 \\ x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$$

Ця система рівнянь зводиться до квадратного рівняння:

$$415 x_1^2 - 240 x_1 - 31 = 0,$$

яке має корені $x' = -0,109$ та $x'' = 0,687$. Оскільки $x' < 0$, то в ПЦП частка ЦП виду A_1 становить $x_1 = x'' = 0,687$, виду $A_2 - x_2 = 1 - x'' = 0,313$.

Сподівана норма прибутку отриманого ПЦП становить

$$m_{\Pi} = x_1 m_1 + x_2 m_2 = 0,69 \cdot 60 = 0,31 \cdot 40 = 53,84(\%).$$

Портфель з багатьох видів цінних паперів

Перейдемо тепер до загального випадку, коли до складу ПЦП залучено N ($N > 2$) різних акцій.

Розглянемо, наприклад, три акції, що мають норми прибутку відповідно 15 %, 10 %, 5 %, середньоквадратичні відхилення — 10 %, 7 %, 3 % і коефіцієнти кореляції $\rho_{23} = -0,2$; $\rho_{12} = -0,4$; $\rho_{13} = +0,6$. У системі координат $m_{\Pi} - \sigma_{\Pi}$ (норма прибутку — ризик, рис. 7.3) побудуємо точки A_1, A_2, A_3 , що відповідають однорідним ПЦП, сформованим з відповідних акцій. На цьому самому рисунку побудуємо лінії (дуги), що відповідають ПЦП, сформованому із двох видів акцій ($\cup A_3 A_1$; $\cup A_3 A_2$; $\cup A_2 A_1$).

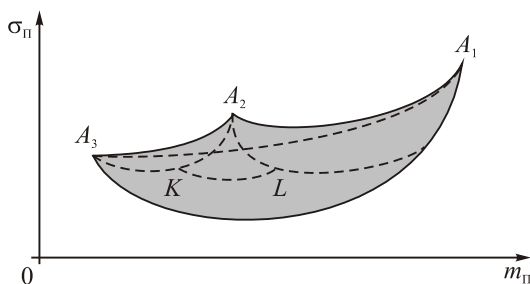


Рис. 7.3. Множина допустимих портфельів цінних паперів

Точкам $K \in \cup A_3 A_2$ та $L \in \cup A_2 A_1$ відповідають певні ПЦП, сформовані з двох (відповідно A_3, A_2 та A_2, A_1) видів акцій. Для цих портфельів можна розрахувати норми прибутку і ризики. Вважатимемо тепер, що кожний з цих портфельів є певного виду «цінним папером», відповідно K та L . А тому, своєю чергою, можна сформувати новий ПЦП для ЦП K та L . Такі ПЦП вже будуть включати по три акції (A_1, A_2, A_3) і їм відповідає дуга $\cup KL$.

Міркуючи таким чином, доходимо висновку, що кожна точка, яка належить до заштрихованої області (рис. 7.3), відповідає деякому ПЦП, сформованому із трьох видів акцій.

Допустимою множиною ПЦП називається область, точки якої характеризують ступінь ризику та норму прибутку портфеля за всіх можливих часток окремих акцій у портфелі (на рис. 7.3 — це область, обмежена жирною лінією).

Особливістю дуги $\cup O^*A_1$, яка належить допустимій множині, є те, що для будь-якої точки цієї дуги не можна вказати іншої точки допустимої області, для якої ПЦП був би кращим.

Ефективною множиною ПЦП називаються ті портфелі, що відповідають точкам дуги $\cup O^*A_1$. Тобто ефективним портфелем вважається такий, для якого в допустимій множині ПЦП не можна вказати іншого портфеля:

- з тим же значенням величини сподіваної норми прибутку і меншим ступенем ризику;
- з тим же значенням величини ризику і більшим значенням сподіваної норми прибутку.

Очевидно, що для ПЦП, складених із двох акцій, допустима множина збігається з множиною ефективних портфелів, і вони складають дугу $\cup O^*A_1$ (рис. 7.2).

Розглянемо тепер загальний випадок побудови ПЦП, сформованого з N ЦП. Як і раніше, позначимо через R_k , $m_k = M(R_k)$, σ_k — відповідно норму прибутку, сподівану норму прибутку та ризик k -го ЦП, $k = 1, \dots, N$; через ρ_{kj} — коефіцієнт кореляції між k -им та j -им видом ЦП.

Задача збереження капіталу

Сутність її полягає у виборі такої структури ПЦП, щоб ризик цього портфеля був мінімальним. Формальна постановка цієї задачі така:

$$V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) \rightarrow \min_{x_1, \dots, x_N};$$

$$x_1 + \dots + x_N = 1;$$

$$x_k \geq 0, \quad k=1, \dots, N.$$

Розв'язку задачі відповідає точка O^* на рис. 7.4. Метод знаходження структури ПЦП, що задовольняє умову поставленої задачі, ґрунтується на побудові та знаходженні точки мінімуму відповідної функції Лагранжа, яке, у свою чергу, зводиться до розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь [5].

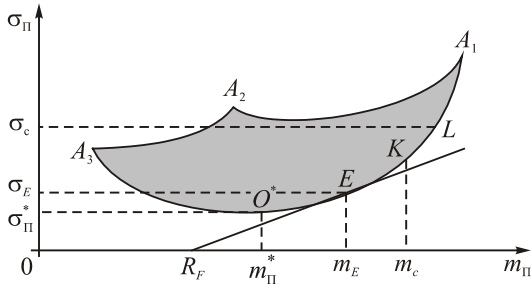


Рис. 7.4. Геометрична інтерпретація задач щодо формування різних видів ПЦП

Задача одержання бажаного (фіксованого) прибутку

Сутність задачі полягає у виборі такої структури ПЦП, щоб сподівана норма прибутку даного портфеля була не меншою від зафіксованого рівня m_c ($m_c = \text{const}$) і його ризик при цьому був мінімальним. Формально цю задачу запишемо у вигляді таких співвідношень:

$$\begin{aligned} V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) &\rightarrow \min_{x_1, \dots, x_N}; \\ m_{\Pi} = M(R_{\Pi}) &\geq m_c; \\ x_1 + x_2 + \dots + x_N &= 1; \\ x_k &\geq 0, \quad k = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

Розв'язку задачі одержання прибутку відповідає точка «K» на рис. 7.4. Для знаходження структури ПЦП, що задовольняє умовам поставленої задачі, також можна скористатись методом Лагранжа, який зводиться до знаходження розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь [5].

Задача забезпечення приросту капіталу

Сутність її полягає у виборі такої структури ПЦП, щоб його ризик не перевищував заданого фіксованого рівня σ_c ($\sigma_c = \text{const}$) і при цьому досягалась максимальна за величиною сподівана норма прибутку. Формальна постановка задачі така:

$$\begin{aligned}
m_{\Pi} &= M(R_{\Pi}) \rightarrow \max_{x_1, \dots, x_N} \\
v_{\Pi} &= D(R_{\Pi}) \leq \sigma_c^2 \\
x_1 + x_2 + \dots + x_N &= 1 \\
x_k &\geq 0, \quad k=1, \dots, N
\end{aligned}$$

Розв'язку задачі забезпечення приросту капіталу відповідає точка «L» на рис. 7.4. Для знаходження структури ПЦП, що задовольняє умовам поставленої задачі, можна скористатись методом Лагранжа, який зводиться до розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь [5].

Для розв'язання розглянутих вище задач побудови портфелів цінних паперів можна скористатись відповідними програмними засобами.

Включення до портфеля безризикових цінних паперів

Розв'язання задачі формування оптимального ПЦП набуває нових особливостей, якщо врахувати факт існування на ринку як ризикових, так і безризикових ЦП (або майже безризикових) типу державних зобов'язань з фіксованою нормою прибутку.

А тому постає задача правильного розподілу капіталу між безризиковими та ризиковими вкладеннями.

Нехай x — частка капіталу, що її інвестор розмістив у вигляді портфеля $E(m_E; \sigma_E)$, сформованого на основі ризикових вкладень. Тоді $(1 - x)$ — частка засобів, розміщена під фіксований відсоток R_F у безризикові ЦП. Норму прибутку від такого розміщення капіталу становитиме:

$$R_{\Pi} = (1 - x) R_F + x R_E,$$

а сподівана норма прибутку —

$$m_{\Pi} = (1 - x) R_F + x m_E.$$

Ризик такого розміщення характеризується величиною

$$\sigma_{\Pi} = \sqrt{(1 - x)^2 \sigma_F^2 + x^2 \sigma_E^2 + 2x(1 - x) \sigma_{EF}}.$$

Оскільки для безризикових ЦП $\sigma_F = 0$, $\sigma_{EF} = 0$, то

$$\sigma_{\Pi} = \sqrt{(1 - x)^2 \cdot 0 + x^2 \sigma_E^2 + 2x(1 - x) \cdot 0} = x \sigma_E,$$

тобто величина частки x задовольняє співвідношення:

$$x = \sigma_{\Pi} / \sigma_E.$$

Тоді

$$m_{\Pi} = \left(1 - \frac{\sigma_{\Pi}}{\sigma_E}\right) R_F + \frac{\sigma_{\Pi}}{\sigma_E} m_E = R_F + \frac{m_E - R_F}{\sigma_E} \cdot \sigma_{\Pi}.$$

Рівняння

$$m_{\Pi} = \frac{m_E - R_F}{\sigma_E} \cdot \sigma_{\Pi} + R_F,$$

або ж

$$\sigma_{\Pi} = \frac{\sigma_E}{m_E - R_F} \cdot m_{\Pi} + \frac{R_F \sigma_E}{m_E - R_F} \quad (7.21)$$

є рівняннями прямої у двовимірному просторі $(m - \sigma)$. Ця пряма називається *лінією ринку капіталів* і характеризує ПЦП, що складаються як з безризикових ЦП, так і з ЦП, обтяжених ризиком.

Якщо $E(m_E; \sigma_E)$ є точкою дотику лінії ринку капіталів до множини ефективних портфельів (рис. 7.5), то цю точку називають *ринковим (ефективним) портфелем*.

На рис. 7.5 пряма RFN (лінія ринку капіталів) являє собою множину оптимальних розв'язків, що характеризуються пропорційним (сталим) співвідношенням приросту норми прибутку до зростання ступеня ризику.

Якщо $x = 0$, то це означає, що весь капітал інвестор вкладає у безризикові ЦП. Якщо ж $x = 1$, то це означає, що весь капітал вкладається у ринковий портфель $E(m_E; \sigma_E)$.

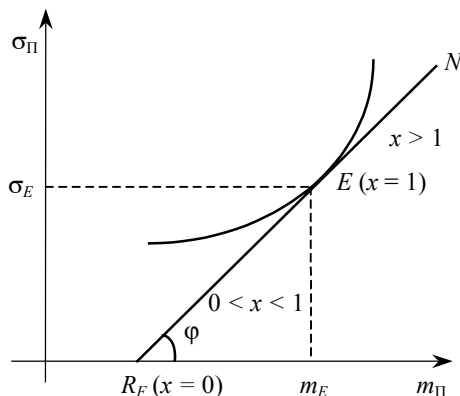


Рис. 7.5. Урахування в ПЦП безризикових цінних паперів

Величина $x > 1$ у випадку, коли інвестор може скористатись позичкою та інвестувати у ринковий портфель $E(m_E; \sigma_E)$, більша, ніж величина його власного початкового капіталу (*одержання кредиту*).

Запишемо рівняння (7.21) у вигляді:

$$\frac{\sigma_{\Pi}}{m_{\Pi} - R_F} = \frac{\sigma_E}{m_E - R_F}.$$

$$CV_{EF}^{-} = tg\varphi = \frac{\sigma_E}{m_F - R_F} \rightarrow \min_x, \quad (7.22)$$

де

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_N); \sum_{k=1}^N x_k = 1; x_k \geq 0; k = 1, \dots, N. \quad (7.23)$$

Розв'язання поставленої задачі зводиться [9] до розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

[illegible]

де $y_i = \lambda \cdot x_i, i = 1, \dots, N$. Ураховуючи, що

$$\sum_{k=1}^N y_k = \sum_{k=1}^N \lambda \cdot x_k = \lambda \sum_{k=1}^N x_k = \lambda \cdot 1 = \lambda,$$

дістаємо:

$$x_i^* = \frac{y_i}{\lambda} = \frac{y_i}{\sum_{k=1}^N y_k}, \quad i = 1, \dots, N.$$

Величини x_i^* визначають оптимальну структуру портфеля при заданому наборі цінних паперів.

Але може так статися, що в результаті розв'язку системи (7.24) частина коефіцієнтів x_i^* набере від'ємні значення. Від'ємне значення будь-якого з x_i^* означає, що відповідні цінні папери необхідно продати на термін без покриття, тобто продати за їхньої відсутності у продавця на час продажу.

Якщо ж ми розв'язуємо задачу знаходження мінімуму (7.22) за умов (7.23), можна скористатись одним із методів квадратичного програмування. Це пов'язано з тим, що цільова функція (7.22), яку необхідно мінімізувати, — нелінійна. Рішення легко знаходиться за наявності відповідного програмного засобу.

Задача Д. Тобіна

Суть задачі Д. Тобіна полягає у виборі такої структури ПЦП, щоб за мінімального ризику грошові ресурси були розподілені між ризиковими та безризиковими ЦП і щоби сподівана норма прибутку була не меншою від фіксованого рівня (m_C).

Формальна постановка цієї задачі має такий вигляд:

$$\begin{aligned} V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) &\rightarrow \min_{x_1, \dots, x_N}, \\ M(R_{\Pi}) &= \sum_{k=1}^N x_k m_k + x_{N+1} R_F \geq m_C, \\ x_1 + x_2 + \dots + x_{N+1} &= 1, \\ x_k &\geq 0, \quad k = 1, \dots, N+1. \end{aligned}$$

(тут x_{N+1} — частка вкладень з гарантованою нормою прибутку).

Очевидно, що задачу Д. Тобіна можна розглядати як задачу одержання бажаного прибутку.

З урахуванням того, що для безризикових ЦП виду $A_{N+1}(m_{N+1}, \sigma_{N+1})$ сподівана норма прибутку $m_{N+1} = R_F$, величина ризику $\sigma_{N+1} = 0$, значення коваріацій $\sigma_{1, N+1} = \sigma_{2, N+1} = \dots = \sigma_{N, N+1} = 0$ і

при цьому $\lambda_1 = -\lambda_2 R_F$, розв'язання цієї задачі зводиться до такої системи лінійних алгебраїчних рівнянь [5]:

$$\left\{ \begin{array}{cccccc} 2\sigma_{11}x_1 + & 2\sigma_{12}x_2 + & \cdots & + 2\sigma_{1N}x_N & + (m_1 - R_F)\lambda_2 & = 0 \\ 2\sigma_{21}x_1 + & 2\sigma_{22}x_2 + & \cdots & + 2\sigma_{2N}x_N & + (m_2 - R_F)\lambda_2 & = 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 2\sigma_{N1}x_1 + & 2\sigma_{N2}x_2 + & \cdots & + 2\sigma_{NN}x_N & + (m_N - R_F)\lambda_2 & = 0 \\ (m_1 - R_F)x_1 + & (m_2 - R_F)x_2 + & \cdots & + (m_N - R_F)x_N & & = m_C - R_F \\ x_1 + & x_2 + & \cdots & + x_N & + x_{N+1} & = 1. \end{array} \right. \quad (7.25)$$

Розглянемо перших N рівнянь системи (7.25). Якщо покласти $y_i = -2x_i/\lambda_2$, $i=1, \dots, N$, то прийдемо до системи рівнянь (7.24) щодо знаходження структури ринкового портфеля $E(m_E; \sigma_E)$. Позначимо розв'язок системи (7.24) через $y_E = (y_1, y_2, \dots, y_N)$, суму компонент розв'язку y_E — через λ (тобто $\lambda = \sum_{i=1}^N y_i$), структуру ринкового ПЦП — через $x_E = (x_1^E, x_2^E, \dots, x_N^E)$, $\sum_{i=1}^N x_i^E = 1$, а перші N компонент розв'язку системи (7.25) — через $x_\Pi = (x_1^\Pi, x_2^\Pi, \dots, x_N^\Pi)$.

Згідно з результатом попереднього пункту $y_E = \lambda x_E$, а тому

$$x_\Pi = -\frac{\lambda_2}{2} y_E = -\frac{\lambda_2 \lambda}{2} x_E.$$

З урахуванням одержаного, для лівої частини $(N+1)$ -го рівняння системи (7.25) має місце співвідношення:

$$\sum_{k=1}^N (m_k - R_F) x_k^\Pi = -\frac{\lambda_2 \lambda}{2} \sum_{k=1}^N (m_k - R_F) x_k^E = -\frac{\lambda_2 \lambda}{2} (m_E - R_F),$$

а з урахуванням правої частини цього рівняння отримуємо, що

$$-\frac{\lambda_2 \lambda}{2} = \frac{m_C - R_F}{m_E - R_F}.$$

Тоді

$$x_{N+1} = 1 - \sum_{i=1}^N x_i^\Pi = 1 + \frac{\lambda_2 \lambda}{2} \sum_{i=1}^N x_i^E = 1 + \frac{\lambda_2 \lambda}{2},$$

тобто

$$x_{N+1} = 1 - \frac{m_C - R_F}{m_E - R_F}.$$

Якщо покласти $m_C = R_F$, то $x_{N+1} = 1$, тобто інвестор весь свій капітал розмістив у ЦП, необтяжений ризиком. Якщо ж $m_C = m_E$, то $x_{N+1} = 0$, тобто весь капітал інвестується у ринковий портфель.

Виходячи з отриманих результатів, легко встановити, що

$$m_{\Pi} = m_C; \sigma_{\Pi} = \left| \frac{m_C - R_F}{m_E - R_F} \right| \cdot \sigma_E; x_{\Pi} = \frac{m_C - R_F}{m_E - R_F} \cdot x_E.$$

Коефіцієнт чутливості бета. Фондові індекси

Одним з основних показників, що використовуються під час аналізу фінансових ризиків, є *показник систематичного ризику*, або *коефіцієнт чутливості бета* (β).

Систематичний ризик пов'язаний з подіями, що впливають на весь фондовий ринок у цілому, а отже, його неможливо уникнути шляхом диверсифікації портфеля цінних паперів.

Показник β характеризує змінюваність доходів щодо певної акції відносно доходів повністю диверсифікованого портфеля, яким в ідеальному випадку є весь ринок ЦП.

Вважається, що *показник систематичного ризику* для «ринкової» акції, динаміка доходів за якою збігається з динамікою ринку ЦП у цілому (вимірюється за будь-яким фондовим індексом), дорівнює одиниці ($\beta = 1$).

Величина β_j — *коефіцієнт систематичного ризику j -го активу* — характеризує ступінь зв'язку між біржовим курсом акцій j -ої компанії та загальним станом ринку і визначається за формулою:

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma^2(R_M)} = \frac{\rho(R_j, R_M) \sigma(R_j)}{\sigma(R_M)},$$

де R_j — норма прибутку j -го капітального активу (акції);

R_M — загальноринковий середній рівень норми прибутку;

$\sigma(R_j)$, $\sigma(R_M)$ — середньоквадратичні відхилення цих випадкових величин;

$\text{cov}(R_j, R_M)$ — їх коваріація;

$\rho(R_j, R_M)$ — їх коефіцієнт кореляції.

Показник β регулярно публікується у західній фінансовій періодиці. Він широко використовується для аналізу якості інвестиційних проектів, зокрема, для оцінки того, наскільки сподіваний дохід компенсує ризикованість вкладів у певний вид цінних паперів.

Індекс Доу-Джонса (за назвою фірми, що випускає основну фінансову газету «Wall Street Journal») — це сума цін акцій 30 провідних корпорацій, яка ділиться на деяке число (divisor). Цей індекс є «барометром», що дає змогу передбачити поведінку всіх акцій на ринку ЦП. Він має найпоширеніше використання.

Детальніше (порівняно з індексом Доу-Джонса) реальне становище ринку ЦП відображає *зведений SP 500 Index* (Standard and Poor's Index). Він є найважливішим для фінансових аналітиків і являє собою суму курсів 500 найважливіших видів ЦП, зважених з урахуванням акціонерного капіталу кожної корпорації.

Найдетальнішим у США є *Wilshire Index*, який урахує 5000 видів ЦП компаній (на ринку ЦП США).

Розрахунком показників ризику та індексів займаються консалтингові інвестиційні компанії.

Приклад 7.5.

Показник β для акцій компанії Apple Computer становить 1,35. Фондовий індекс Доу-Джонса підвищився на 20 пунктів. На скільки пунктів зросте індекс Доу-Джонса для акцій компанії?

Розв'язання

Оскільки показник β для акцій компанії становить 1,35, то це свідчить про те, що ризикованість вкладень у акції Apple Computer вища від ризикованості фондового ринку загалом на 35 %. Нестійкість цих акцій становить 1,35 щодо нестійкості «середньої» акції фондового ринку.

Якщо ж фондовий індекс підвищився на 20 пунктів, то для акцій Apple Computer індекс Доу-Джонса зросте на 27 пунктів ($20 \cdot \beta = 20 \cdot 1,35 = 27$).

Спрощена класична модель формування портфеля (модель Шарпа)

Найпростішою і широко використовуваною на практиці математичною моделлю для наближених розрахунків є запропонована Вільямом Шарпом *однофакторна модель*.

Ця модель ґрунтується на багаторічних спостереженнях і виявленні того факту, що норми прибутків більшості акцій в основному залежать від одного чинника, який називають чинником ринку (біржі). На більшості бірж спостерігається, що із зростанням ринкових індексів зростають пропорційно і ціни більшості акцій, і навпаки. Ці спостереження дозволили висунути гіпотезу, згідно з якою *норми прибутку акцій цілком корельовані відносно*

загальнобіржового індексу доходів (середньому по біржі в цілому).

Цей індекс можна трактувати як гіпотетичний цінний папір (акцію), ціна якого весь час коливається і для якого, зокрема, можна визначити сподівану норму прибутку і варіацію. Цей гіпотетичний ЦП можна прийняти за портфель ринку.

Кореляційну залежність норми прибутку звичайної акції від норми прибутку, що її вказує ринковий індекс, можна подати за допомогою лінійної економетричної моделі (моделі Шарпа):

$$R_j = \alpha_j + \beta_j R_M + e_j. \quad (7.26)$$

У моделі (7.26) величина R_j — норма прибутку j -ї акції — пояснюється нормою прибутку ринкового портфеля — R_M . Але оскільки на норму прибутку акції впливає також низка інших чинників, крім загальної ситуації на біржі (що відображає R_M), то дію інших (неврахованих) чинників відображає випадкова складова e_j . Власне, уведення цієї випадкової величини дозволяє поставити знак рівності між лівою і правою частинами розглянутої моделі.

Коефіцієнт β_j при величині R_M у моделі Шарпа називають коефіцієнтом бета для j -ї акції. Він відіграє дуже важливу роль в економічній науці та практиці й може використовуватись як міра ринкового ризику певної акції.

Йому можна дати таку інтерпретацію: коефіцієнт β звичайної акції вказує, на скільки відсотків наближено зросте (знизиться) норма прибутку акції, якщо норма прибутку ринку зросте (знизиться) на 1 %. Тобто це означає, що коефіцієнт β певної акції показує, якою мірою норма прибутку акції реагує на зміни, що відбуваються на ринку в цілому.

Наведемо кілька простих прикладів.

1. Коефіцієнт β дорівнює нулю ($\beta_j = 0$). Це означає, що норма прибутку даного цінного папера ніяк не реагує на зміни на ринку. Тобто цей цінний папір необтяжений ринковим ризиком. Таким папером може бути, зокрема, державна облігація, для якої норма прибутку майже позбавлена ризику.

2. Величина коефіцієнта β така, що $0 < \beta_j < 1$. Це означає, що норма прибутку даної акції досить помірковано реагує на зміни, які відбуваються на ринку цінних паперів. Таку акцію називають *дефенсивною (захищеною) акцією*.

3. Коефіцієнт β дорівнює одиниці ($\beta_j = 1$). Це означає, що норма прибутку даної акції змінюється такою самою мірою, як і но-

рма прибутку ринку. Слід мати на увазі, що ринковий портфель має коефіцієнт $\beta = 1$.

4. *Величина коефіцієнта β більша від одиниці ($\beta_j > 1$).* Це означає, що норма прибутку даної акції значною мірою залежить від змін, що відбуваються на ринку. Таку акцію називають *агресивною*.

В Україні останнім часом у періодичних виданнях почали публікуватися дані щодо цього, але досить нерегулярно. У країнах з розвинутою ринковою економікою ряд солідних часописів систематично публікують коефіцієнт β для багатьох акцій. Більшість акцій Нью-Йоркської біржі мають коефіцієнт β , який знаходиться в інтервалі від 0,5 до 1,5.

Приклад 7.6.

Маємо акцію виду A_j , норма прибутку якої пов'язана з нормою прибутку ринкового портфеля таким рівнянням:

$$R_j = 3,1 + 1,3 R_M + e_j.$$

Наведене рівняння показує, що зміна ринкового (біржового) показника на 1 % викликає зміну норми прибутку даної акції (в середньому) приблизно на 1,3 %. Тобто, ця акція значною мірою реагує на зміни на ринку цінних паперів.

Для оцінки параметрів α_j та β_j моделі Шарпа можна скористатись одним з методів економетрії, наприклад, методом найменших квадратів. На основі знайдених оцінок α_j та β_j відповідних параметрів будуюмо рівняння регресії:

$$\hat{m}_j = \hat{\alpha}_j + \hat{\beta}_j \cdot \hat{m}_M, \quad (7.27)$$

$$\text{де } \hat{m}_M = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{Mt};$$

$$\hat{m}_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{jt};$$

R_{Mt} — норма прибутку ринкового портфеля в період t ;

R_{jt} — норма прибутку j -ї акції в період t , $t = 1, \dots, T$;

T — кількість періодів.

Рівняння (7.27) у системі координат m_M — m_j задає *характеристичну (ринкову) лінію акції*. Графічну ілюстрацію рівняння (7.27) подано на рис. 7.6.

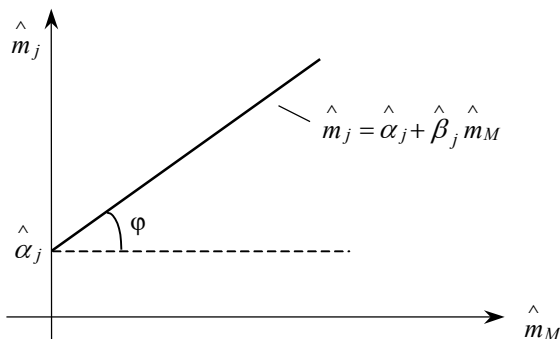


Рис. 7.6. Ринкова лінія акцій

Коефіцієнт $\hat{\beta}_j$ відповідає тангенсу кута ϕ_j нахилу характеристичної лінії акції до осі абсцис. А тому чим більшу величину має $\hat{\beta}_j$ акції, тим більшим є кут нахилу характеристичної лінії. Збільшення коефіцієнта β означає збільшення ступеня реагування норми прибутку акції на зміни норми прибутку ринкового показника.

Для того щоб оцінки $\hat{\alpha}_j$ та $\hat{\beta}_j$ параметрів моделі Шарпа, обчислені за допомогою методу найменших квадратів, були незміщеними, обґрунтованими й ефективними, на випадкові величини R_M , R_j та e_j накладається ряд умов, серед яких:

$$\begin{aligned} M(e_j \cdot e_i) &= M(e_j) \cdot M(e_i); i \neq j; M(e_j) = 0; \\ M(R_M \cdot e_j) &= M(R_M) \cdot M(e_j) = 0; \\ D(R_M) &= \sigma_M^2 = \text{const}; D(e_j) = \sigma_{e_j}^2 = \text{const}. \end{aligned} \quad (7.28)$$

Тоді коефіцієнти α_j та β_j моделі (7.26) можна обчислити за формулами:

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma_M^2}; \alpha_j = m_j - \beta_j m_M.$$

На практиці замість точних значень α_j та β_j (які є невідомими) використовують їх незміщені оцінки:

$$\beta_j \approx \hat{\beta}_j = \frac{\sum_{t=1}^T \left(R_{Mt} - \hat{m}_M \right) \left(R_{jt} - \hat{m}_j \right)}{\sum_{t=1}^T \left(R_{Mt} - \hat{m}_M \right)^2};$$

$$\alpha_j \approx \hat{\alpha}_j = \hat{m}_j - \hat{\beta}_j \hat{m}_M.$$

Систематичний та несистематичний ризики

Виходячи з моделі Шарпа (7.26) та використовуючи умови (7.28), приходимо до таких залежностей:

$$m_j = \alpha_j + \beta_j m_M; \quad (7.29)$$

$$\sigma_j^2 = \beta_j^2 \sigma_M^2 + \sigma_{e_j}^2; \quad (7.30)$$

$$\rho_{ij} = \beta_i \beta_j \cdot \frac{\sigma_M^2}{\sigma_i \sigma_j}, \quad (7.31)$$

де $\sigma_j^2 = D(R_j)$ — дисперсія (варіація) акції j -го виду;

$\sigma_M^2 = D(R_M)$ — дисперсія (варіація) показника ринку;

$\sigma_{e_j}^2 = D(e_j)$ — дисперсія (варіація) випадкової складової, що відповідає акції j -го виду;

ρ_{ij} — коефіцієнт кореляції i -ої та j -ої акцій.

Формула (7.31) указує на те, що варіація норми прибутку акції, тобто ризик, яким вона обтяжена, представляється у вигляді суми двох складових: $\beta_j^2 \sigma_M^2$ та $\sigma_{e_j}^2$. Перша складова, що залежить від варіації показника ринку, відображає ризик ринку, відомий як *систематичний ризик*. Друга складова, будучи варіацією випадкової складової, відображає *несистематичний (або специфічний) ризик*, пов'язаний з цією акцією.

Частку систематичного ризику в загальному ризику j -ої акції можна подати за допомогою коефіцієнта z_j , що обчислюється за формулою

$$z_j = \frac{\beta_j^2 \sigma_M^2}{\sigma_j^2}. \quad (7.32)$$

Велика частка систематичного ризику в загальному ризику певної акції вказує, зокрема, на те, що поведінка ринку ЦП має

великий вплив на ризик, яким обтяжена ця акція. І навпаки, мала частка свідчить про те, що лінійна регресійна залежність між нормами доходу певної акції та ринку недостатньо характеризує цю залежність тощо.

Частку несистематичного (специфічного) ризику в загальному ризику акції j -го виду можна обчислити за такою формулою:

$$u_j = 1 - z_j = \frac{\sigma_{e_j}^2}{\sigma_j^2}.$$

На практиці під час обчислення часток z_j та u_j замість σ_M^2 та $\sigma_{e_j}^2$ використовують їх наближені оцінки:

$$\sigma_M^2 \approx \hat{\sigma}_M^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T \left(R_{Mt} - \hat{m}_M \right)^2;$$

$$\sigma_{e_j}^2 \approx \hat{\sigma}_{e_j}^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T e_{jt}^2,$$

де $\hat{e}_{jt} = R_{jt} - \hat{R}_{jt} = R_{jt} - \hat{\alpha}_j - \hat{\beta}_j R_{Mt}$.

Приклад 7.7.

Нехай на базі даних за минулі періоди для акцій двох видів, позначених номерами 1 і 2, обчислені такі величини:

$$\alpha_1 = 4,5; \beta_1 = 0,5; \alpha_2 = 2,5; \beta_2 = 1,2; m_M = 10 \%;$$

$$\sigma_M^2 = 0,6; \sigma_{e_1}^2 = 0,2; \sigma_{e_2}^2 = 0,3.$$

Необхідно обчислити норму прибутку, ризик обох акцій та коефіцієнт кореляції.

Розв'язання

Сподівані норми прибутку дістаємо, застосовуючи формулу (7.29):

$$m_1 = 4,5 \% + 0,5 \cdot 10 \% = 9,5 \%,$$

$$m_2 = 2,5 \% + 1,2 \cdot 10 \% = 14,5 \%.$$

Використовуючи формулу (7.30), одержимо:

$$\sigma_1^2 = 0,5^2 \cdot 0,6 + 0,2 = 0,35,$$

$$\sigma_2^2 = 1,2^2 \cdot 0,6 + 0,3 = 1,164.$$

Середньоквадратичні відхилення, тобто ризик кожної з цих акцій, будуть: $\sigma_1 = 0,592$, $\sigma_2 = 1,079$.

Коефіцієнт кореляції акцій, обчислений за формулою (7.31), дорівнюватиме:

$$\rho_{12} = (0,5 \cdot 1,2 \cdot 0,6) / (0,592 \cdot 1,079) = 0,639.$$

Частка систематичного ризику в загальному ризику кожної з акцій згідно із формулою (7.32) становить:

$$z_1 = 0,5^2 \cdot 0,6 / 0,35 = 0,428,$$

$$z_2 = 1,2^2 \cdot 0,6 / 1,164 = 0,742.$$

Як бачимо, $z_2 > z_1$, тобто акція 2 значно більше залежна з погляду ризику від ринку.

Поняття систематичного і несистематичного (специфічного) ризику мають безпосередній зв'язок з диверсифікацією, із формуванням ПЦП. *Уміла методика формування — (диверсифікація) портфеля дає змогу істотно знизити несистематичний (специфічний) ризик, яким він обтяжений.* Однак залишається ще систематичний ризик ринку, який може мати певний (більший чи менший) ступінь у складі всіх акцій, залучених до портфеля, вилучити котрий не вдається шляхом диверсифікації. Як міра систематичного ризику використовується коефіцієнт β .

Викладені вище засади класичної моделі мають широке застосування. У фірмах під час прийняття рішень коефіцієнти β використовують для обчислення ціни необхідного капіталу для інвестиційних проєктів.

Якщо частки акцій у ПЦП становлять відповідно $x_j, j = 1, \dots, n$, а також відомі коефіцієнти $\beta_j, j = 1, \dots, n$, то можна показати, що коефіцієнт β портфеля (β_{Π}) обчислюється за формулою

$$\beta_{\Pi} = \sum_{i=1}^n x_i \beta_i. \quad (7.33)$$

Приклад 7.8.

Нехай інвестор сформував портфель, 40 % якого становлять державні (майже безризикові) акції, 25 % капіталу він вклав у акції виду A_1 , для яких коефіцієнт $\beta_1 = 0,5$, решту 35 % вклав у акції виду A_2 , для яких $\beta_2 = 1,2$. Необхідно обчислити коефіцієнт β портфеля.

Розв'язання

Використовуючи формулу (7.33), одержимо:

$$\beta_{\Pi} = 0,4 \cdot 0 + 0,25 \cdot 0,5 + 0,35 \cdot 1,2 = 0,545.$$

Отже, портфель інвестора характеризується низьким ступенем ризику ринку. Це досягнуто за рахунок того, що в структурі портфеля велику частку мають державні акції.

Тактика фінансового менеджера

Виокремлюють дві тактики: пасивну та активну.

Пасивна тактика характеризується тим, що менеджер орієнтується на пропорції ринку, довіряє відображуваній ринком «громадській думці» про реальну вартість різних ЦП. Аналітик надає менеджеру інформацію про поточну структуру ринку, менеджер залежно від пріоритетів (та асигнованих ресурсів) робить свій вибір, орієнтуючись при цьому на меншу кількість позицій (типів ЦП) або дотримується рекомендацій, наданих йому аналітиком (security selection).

При цьому можлива як суто пасивна тактика, за якої прийняте рішення про структуру ПЦП не змінюється протягом тривалого часу, так і тактика, за якої прийняте рішення періодично переглядається, здійснюється корекція ПЦП з урахуванням коливань структури (market timing). Зазвичай подібна корекція здійснюється лише на верхньому рівні розміщення вкладів, тобто шляхом періодичного перегляду часток вкладів у акції, бони та безризикові ЦП без зміни структури кожного портфеля (частки відповідають часткам тих самих типів на поточному ринку або прогнозу цих часток).

Активна тактика характеризується тим, що менеджер не довіряє «громадській думці» і вважає, що маючи більш повну інформацію, він зможе забезпечити ефективнішу структуру вкладів. Саме за активної тактики можуть повністю використовуватись можливості фінансового аналізу.

Отримавши рекомендації аналітиків щодо структури оптимального ПЦП, менеджер може переконатись, що вона не відповідає структурі ринку. Тоді він може зайняти «активну позицію», намагаючись досягти повної або хоча б часткової відповідності оптимальному портфелю, збільшує чи зменшує (порівняно з ринком) вклади в різні ЦП. Ці збільшення чи зменшення, як правило, називають bets, що можна перекласти як «ставки у грі», оскільки це справді ставки в намаганні «переграти ринок», досягти більшої вигоди, хоча, можливо, і з більшим ризиком.

Тактика пасивного стеження за ринком (market timing), а тим більше активна тактика, передбачають ревізію, перебудову структури ПЦП шляхом купівлі одних видів ЦП і продажу інших.

Досить делікатним є питання про те, як часто слід змінювати структуру ПЦП. Варто було би проводити такі зміни неперервно, як тільки розрахунки виявлять оптимальний у нових умовах портфель. Насправді ж, будь-яка операція щодо перебудови ПЦП пов'язана з додатковими витратами. За кожну операцію доводиться платити податки та комісійні брокеру. Більше того, продавши пакет акцій за 1000 гривень, його не можна відразу ж придбати за таку саму ціну, оскільки існує bid-ask spread — різниця між ціною купівлі та продажу. Тож операція, пов'язана з перебудовою ПЦП, є виправданою лише в тому разі, коли приріст ефективності перекриє витрати, пов'язані зі змінами у структурі портфеля.

Про ефективність роботи фінансового менеджера та аналітика

Торгівля на фінансовому ринку, операції з ЦП, незважаючи на всі тонкощі фінансового аналізу, є все ж таки одним із видів азартних ігор. Ступінь азарту, роль випадковості тут, звичайно, значно нижчі, ніж у грі на гроші в покер, рулетку чи лотерею, але завжди присутні.

Хоч усі, граючи в рулетку, наперед знають, що «стіл» завжди залишиться у вигрaші, якщо гра продовжується тривалий час, це не заважає виникненню ситуації, коли гравець, поставивши гроші на номер, вибраний випадково, раптом заволодіє великим багатством.

Так само й недосвідчений вкладник може за незначну ціну придбати пакет акцій нікому не відомої компанії, які через рік стануть вдвічі дорожчими (хоча на біржі це буває вкрай рідко).

Однак практично важко відрізнити вигрaш, одержаний як результат випадкового везіння, від вигрaшу за рахунок мистецтва управління. Для оцінки рівня цього мистецтва, у свою чергу, потрібні тривалі спостереження за діяльністю інвестиційного фонду і порівняння результатів цієї діяльності з роботою аналогічних організацій.

Разом з тим останніми роками у США та інших розвинутих країнах спостерігається тенденція до використання наукових методів фінансового аналізу та потужної комп'ютерної бази порівняно з використанням інтуїтивних оцінок та діями навмання.

7.3. Математичні методи та моделі неокласичної теорії портфеля

У рамках класичної теорії портфеля спираються, зокрема, на статистичну (вибіркову) сукупність даних, які характеризують динаміку відповідних економічних показників ефективності (наприклад, норми доходу, прибутку). Класичний підхід, як видно з викладеного, ґрунтується на гіпотезі стаціонарності норми доходу. Тобто вважають, що випадкова величина, якою є норма доходу (прибуток чи інший базовий показник), має незмінне в часі математичне сподівання, а також що коливання норми доходу відносно сподіваної величини теж є стаціонарною величиною.

Проте ці гіпотези в загальному випадку далеко не завжди є правомірними, про це йдеться в ряді праць, зокрема у [7, 9, 14, 19, 22, 24]. Рівень часового ряду постійно змінюється, змінними в часі є дисперсія, коваріація. Крім того, використовується в класичній теорії портфеля гіпотеза, що коливання норми доходу портфеля в обидві сторони від сподіваної величини однаково небажані, теж не є незаперечною.

Цілком слушною є, зокрема, така раціональна гіпотеза, згідно з якою власника портфеля цінних паперів не влаштовує лише зниження норми доходу стосовно до сподіваної величини (чи відносно іншої величини, обраної за базу). І, власне, це є одним із видів ризику, яким обтяжений інвестор. У літературі пропонується низка альтернативних оцінок (мір) ризику, деякі з них запропоновані у [3, 7, 8].

Якщо, зокрема, за міру ризику i -го цінного папера обирається семіквадратичне відхилення SSV_i , яке обчислюється за формулою

$$SSV_i = \frac{1}{T-1} \left[\sum_{t=1}^T d_{it}^2 \right]^{\frac{1}{2}}, i=1, \dots, n, \quad (7.33)$$

де

$$d_{it} = \begin{cases} 0, R_{it} \geq m_i, \\ R_{it} - m_i, R_{it} < m_i, \end{cases} \quad i=1, \dots, n; t=1, \dots, T.$$

$$m_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it}, i=1, \dots, n, \quad (7.34)$$

то оптимальну структуру портфеля можна обчислити, максимізуючи функцію

$$\varphi_1 = (m_{\Pi} - R_F) / SSV_{\Pi}, \quad (7.35)$$

при виконанні обмежень (7.23), де m_{Π} — сподівана величина норми доходу портфеля, R_F — норма доходу цінних паперів з фіксованим відсотком, SSV_{Π} — семіквадратичне відхилення норми доходу портфеля.

Оптимізувати структуру портфеля можна, мінімізуючи також показник W , пов'язаний з асиметрією (a), який обчислюється за формулою

$$W = l/m \quad (7.36)$$

на базі величини l , де l обчислюється за формулою

$$l = \begin{cases} 1/(a+1), a \geq 0, \\ 1-a, a < 0. \end{cases}$$

Використовується також середня геометрична RG_i норми доходу i -го цінного папера [7, 8]. А оптимальну структуру портфеля в цьому разі можна обчислити, максимізуючи функцію

$$\varphi_2 = \frac{(RG_{\Pi} - R_F)}{SSRG_{\Pi}}, \quad (7.37)$$

при врахуванні обмежень (7.23), де RG_{Π} — середня геометрична норми доходу портфеля, $SSRG_{\Pi}$ — семіквадратичне відхилення норми доходу портфеля відносно середньгеометричної.

У [14] запропоновано кілька альтернативних підходів. Ризик пропонується оцінювати показником, що виражається квадратним коренем із середнього квадрата сукупної (загальної) вартості (цінності) портфеля. Цей показник об'єктивніше характеризує нестаціонарні коливання норми доходу портфеля, ніж середньквадратичне відхилення від сподіваного значення, що притаманно для класичного підходу.

Середній квадрат різниці сусідніх у часі значень норми доходу портфеля W_{Π}^2 можна подати за формулою:

$$\begin{aligned}
W_{\Pi}^2 &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{\Pi,t} - R_{\Pi,t-1})^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^n x_i (R_{it} - R_{i,t-1})^2 \right] = \\
&= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 (\Delta R_{it})^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \Delta R_{it} \Delta R_{jt} \right] = \\
&= \sum_{i=1}^n x_i^2 \bar{\Delta R}_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \bar{\Delta R}_i \cdot \bar{\Delta R}_j,
\end{aligned} \tag{7.38}$$

де T — кількість минулих періодів (роки, місяці, дні);

R_{it} — норма доходу від i -го виду цінних паперів, що мала місце у t -му періоді,

$$\Delta R_{it} = R_{it} - R_{i,t-1},$$

а ризика зверху означає усереднення за часом.

Функція, яку в [14] пропонується максимізувати, має вигляд:

$$\varphi_3 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (\bar{R}_i - R_F)}{\sum_{i=1}^n x_i^2 \bar{\Delta R}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \bar{\Delta R}_i \bar{\Delta R}_j)^{0,5}}, \tag{7.39}$$

де $x_i (i = 1, \dots, n)$ — шукані параметри щодо структури оптимального портфеля. Функція φ_3^{-1} аналогічна за своєю структурою до функції (7.22) і пошук оптимальної структури портфеля (ендогенних змінних $x_i, i = 1, \dots, n$) здійснюється аналогічно.

Показник ризику портфеля W_{Π}^2 , який обчислюється за формулою (7.38), не пов'язаний з математичним сподіванням норми доходу, але він спирається на операцію усереднення за часом. Слід зазначити, що в ряді випадків немає даних щодо стійкості (стаціонарності) середніх величин з полином часу.

Якщо усереднення квадратів приростів норми доходу та їхніх попарних добутків відбувається на певному часовому інтервалі, то при переміщенні по часовій осі цей інтервал можна зсувати, відкидаючи найстарші (найвіддаленіші в часі) значення, залишаючи його ширину (вікно) постійною. Відтак, буде логічним, якщо поступово та невпинно знижувати питому вагу даних з урахуванням їхнього старіння, дисконтуючи їх. Величина, обчислювана за формулою

$$\tilde{R}_{it}(\alpha) = \alpha \sum_{m=0}^{t-1} \beta^m R_{i,t-m}, \quad (7.40)$$

є середньозваженою норми доходу i -го цінного папера на момент t . Тут приймається, що $0 < \alpha < 1$, $\alpha = 1 - \beta$.

Експоненційну середню можна обчислити за формулою [17]:

$$\tilde{R}_{it}(\alpha) = \beta \tilde{R}_{i,t-1}(\alpha) + \alpha R_{it}. \quad (7.41)$$

За міру ризику портфеля пропонується також обирати корінь квадратний з експоненційної середньої квадратів приростів норми доходу на момент i , яка обчислюється за формулою

$$W_t^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \Delta \tilde{R}_{it}^2(\alpha_1) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \Delta \tilde{R}_{it}(\alpha_1) \Delta \tilde{R}_{jt}(\alpha_1), \quad (7.42)$$

де $0 < \alpha_1 < 1$.

Параметр α , який фігурує у (7.40) та (7.41), і параметр α_1 , що фігурує в (7.42), пов'язують між собою таким співвідношенням:

$$(1 - \alpha_1) = (1 - \alpha)^2. \quad (7.43)$$

Функція, яку необхідно максимізувати при оптимізації структури портфеля, має вигляд:

$$\varphi_t(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (\tilde{R}_{it}(\alpha) - R_F)}{\left[\sum_{i=1}^n x_i^2 \Delta \tilde{R}_{it}^2(\alpha_1) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \Delta \tilde{R}_{it}(\alpha_1) \Delta \tilde{R}_{jt}(\alpha_1) \right]^{0.5}}. \quad (7.44)$$

Якщо параметр адаптації (коефіцієнт дисконтування) α задано, то функція (7.44) залежить лише від коефіцієнтів x_i ($i = 1, \dots, n$).

На відміну від попереднього, позитивним у (7.44) є те, що експоненційні середні можна коригувати (оновлювати) при кожному збільшенні t на одиницю і цільова функція (7.44) оновлюється на кожному кроці під час просування по осі часу (наявності нових даних) [14]. Відповідно модифікуються і оцінки структурних параметрів x_i . Розглянуту процедуру можна назвати адаптивною оптимізацією структури портфеля.

Залишається проблема з вибором параметра дисконтування α . Англійський учений Р. Г. Браун пропонує як задовільний для

практичних цілей компроміс, пропонує обирати α число, що набуває значення на відрізку $0,1 \leq \alpha \leq 0,3$ [17].

Вважаємо за доцільне обирати низку значень α із цього відрізка і, надаючи їм відповідні вагові коефіцієнти на підставі «м'якої» (експертної) інформації (або, коли це має сенс, приймаючи їхні вагові коефіцієнти однаковими), обчислювати сподіване значення відповідних структурних параметрів $x_i (i = 1, \dots, n)$. Обираючи низку значень α на відрізку $0,1 \leq \alpha \leq 0,3$, можна застосувати ігровий розпливчастий метод аналізу ієрархій (IPMAI) [8], використовуючи при цьому різні доречні критерії, і таким способом обчислювати раціональну структуру портфеля, оптимізуючи ступінь ризику, яким цей портфель обтяжений.

Критерії оцінки вибору оптимального портфеля можуть вибиратися, виходячи з інших раціональних систем гіпотез.

Як уже зазначалось у 7.2, основними цілями інвестування в цінні папери в класичному економічному аналізі є:

- 1) одержання прибутку;
- 2) збереження капіталу;
- 3) забезпечення приросту капіталу (на підставі зростання курсової вартості цінних паперів).

За умов сучасного економічного стану в Україні, що характеризується дефіцитною інфляційною економікою зі спадаючими обсягами виробництва, процесом зміни структури власності, який поглиблюється, система цілей портфеля може бути іншою. Зокрема, такою [18]:

- 1) збереження та приріст капіталу (цінних паперів зі зростаючою курсовою вартістю);
- 2) придбання цінних паперів, які за умовами обертання можуть замінити готівку;
- 3) доступ через придбання цінних паперів до дефіцитної продукції (сировини) та послуг, майнових і немайнових справ;
- 4) розширення сфери впливу та перерозподіл власності, створення холдингових та ланцюгових структур;
- 5) спекулятивна гра на коливаннях курсів в умовах нестабільного, ненасиченого ринку цінних паперів;
- 6) похідні цілі (зондування ринку, страхування від надлишкових ризиків тощо).

Як зазначається в ряді праць, зокрема в [9], однією з перших ознак збільшення ступеня ризику та руху до банкрутства є зниження прибутковості підприємства (компанії), яка стає нижчою від вартості його (її) капіталу. Може виникнути криза ліквідності, і компанія ввійде у стан «технічної неплатоспроможності». Цей

рівень спаду може розглядатись як банкрутство. Зниження норми доходу, яка стає нижчою від суми зобов'язань перед кредиторами, означає, що акціонерний капітал зникає. Може статися, що ліквідація компанії стане доцільнішою, ніж її експлуатація. Отже, рух, який починається з відносного зниження норми доходу, може призвести певну компанію до банкрутства.

Динаміка рядів економічних показників у загальному випадку складається з чотирьох компонентів:

- тенденції, яка характеризує довготривалу основну закономірність і яку можна подати у вигляді певної функції часу $f(t)$, — тренду;
- періодичного компонента, пов'язаного з впливом сезонності розвитку досліджуваних об'єктів (проектів, процесів);
- циклічного компонента, котрий характеризує циклічні коливання, що притаманні багатьом економічним процесам (об'єктам);
- випадкового компонента — наслідку впливу множини випадкових чинників.

Тенденцію норми доходу від i -го виду цінних паперів (діяльності) можна подати у вигляді функції $f_i(t)$, навколо якої розкидані фактичні значення норми доходу R_{it} . Існує ряд методів перевірки гіпотези щодо існування тенденції, найбільш відомий серед них — метод, розроблений Ф. Фостером і А. Стюартом [17].

Запропоновано також низку способів, які дають змогу обрати криву, досить добре апроксимуючу дійсний розвиток. Це — поліноми різних степенів, експоненційні криві тощо.

Формуючи портфель, доречно розглядати його норму доходу в контексті майбутнього. Існує цілий ряд методів прогнозування. Одним із найбільш розповсюджених методів прогнозування економічних показників (процесів) є екстраполяція, тобто поширення на майбутнє минулих і теперішніх закономірностей розвитку, зв'язків і співвідношень.

Екстраполяцію норми доходу можна подати у вигляді функції

$$R_{t+L} = f(R_j, L, a_k), \quad (7.45)$$

де R_{t+L} — значення ряду динаміки, яке прогнозується;

L — період випередження;

R_j — рівень ряду, взятий за базу екстраполяції;

a_k — параметр рівняння тренду.

Найбільш ефективними, на нашу думку, є адаптивні методи прогнозування, в яких значущість рівнів динаміки спадає в міру

їхнього віддалення від сьогодення. Послугуючись наведеними вище міркуваннями, можна обчислити відповідні параметри й одержати модель прогнозу, тобто аналітичний вираз функції (7.45), на підставі якого, власне, здійснюється прогнозування. Як міру відхилення від середнього значення прогнозованих величин використовують довірче значення δ відхилень від середнього прогнозованого (тренду)

$$\delta = +k_v(\gamma)\sqrt{V}, \quad (7.46)$$

де V — вибіркова варіація (дисперсія); $k_v(\gamma)$ — значення коефіцієнта, пов'язане з критерієм Стьюдента (обирається з відповідних таблиць), котре залежить від кількості ступенів свободи ν , визначається обсягом вибірки, величиною періоду випередження, а також відповідно до апріорно заданих рівнів ризику $(1-\gamma)$ (довірчої ймовірності). Як правило, γ вибирають рівним 0,9 або 0,95, або 0,99, зважаючи на міру неохочності суб'єктів прийняття рішень до ризику тощо.

Відтак, для кожного i -го виду цінних паперів, який може бути залучений до портфеля, визначаються згладжене значення теперішньої величини норми доходу $\tilde{R}_{iT}$ та прогнозоване значення (норми доходу) $\tilde{R}_{i,T+L}, i=1, \dots, n$, на L періодів (кроків) уперед, а також відповідні нижні та верхні довірчі інтервали. Тут γ виступає одним із коефіцієнтів ризику (ризик, що пов'язаний з межами довірчого інтервалу).

Далі можна діяти, послугуючись кількома способами. Наприклад, як поданими у [7], користуючись обраним рівнянням тренду та довірчими інтервалами, можна обчислити песимістичні теоретичні (згладжені та прогнозовані) значення норм доходу цінних паперів $\tilde{R}_{iT}, \tilde{R}_{i,T+L}, i=1, \dots, n$.

У двовимірному просторі (рис. 7.4), де по осі абсцис відкладається час, а на осі ординат відкладаються песимістичні (згладжені) та спрогнозовані значення норми доходу $\tilde{R}_{iT}, \tilde{R}_{i,T+L}$, слушно розглядати величину $\text{tg}\alpha_i$, приймаючи довжину періоду прогнозування рівною L (L років, місяців, діб):

$$\text{tg}\alpha_i = (\tilde{R}_{i,T+L} - \tilde{R}_{iT})/L, i=1, \dots, n, \quad (7.47)$$

де α_i — кут нахилу градієнта між сусідніми в часі прогнозованими та згладженими (теоретичними) значеннями норми доходу i -го виду цінних паперів.

Очевидно, що компанія (фірма) прагнучиме (див. рис. 7.7), щоб для сформованого портфеля кут нахилу градієнта α_{Π} був би не меншим, ніж α_0 (задане значення). Тобто, щоб виконувалась умова:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{\Pi} &= \sum_{i=1}^n x_i \operatorname{tg} \alpha_i = \sum_{i=1}^n x_i (\tilde{R}_{i,T+L} - \tilde{R}_{iT}) / L = \\ &= \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n (x_i \tilde{R}_{i,T+L} - x_i \tilde{R}_{iT}) = (\tilde{R}_{p,T+L} - \tilde{R}_{pT}) / L \geq \operatorname{tg} \alpha_0. \end{aligned} \quad (7.48)$$

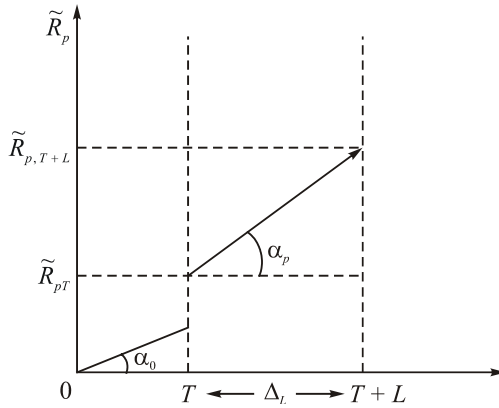


Рис. 7.7. Кут нахилу градієнта між сусідніми в часі нормами доходу портфеля

Далі, вилучаючи значення тренду з відповідних вибірових значень, можна розглядати лише несприятливі відхилення d_{it} від згладжених значень:

$$d_{it} = \begin{cases} 0, R_{it} \geq \tilde{R}_{it}, & i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, T. \\ \tilde{R}_{it} - R_{it}, R_{it} < \tilde{R}_{it}, & \end{cases}$$

За міру ризику можна обрати одну з величин, поданих у 7.2, для кожного i -го виду цінних паперів, наприклад, семіквадратичне відхилення від згладжених значень (SSV_i):

$$SSV_i = \frac{1}{T-1} \left[\sum_{t=1}^T d_{it}^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Оптимальну (раціональну) структуру портфеля в цьому випадку можна знайти, максимізуючи функцію

$$\varphi_V = (R_{\Pi} - R_F) / SSV_{\Pi}, \quad (7.49)$$

за виконання умов (7.23) та (7.48).

Можуть застосовуватися й інші показники ступеня ризику [5].

Формування структури портфеля цінних паперів можна моделювати також на підставі раціональної системи гіпотез, застосовуючи спектральний аналіз часових рядів, розкладаючи величини $(\tilde{R}_{it} - R_{it})$ в ряд Фур'є. Тут додатково ще враховується циклічний компонент тощо.

Раціональну структуру портфеля доцільно обирати, використовуючи сценарний аналіз щодо станів зовнішнього економічного середовища (його параметрів), при врахуванні кількох критеріїв оптимальності та коли частково відсутня необхідна числова інформація, але є можливість використовувати «м'яку» (вербальну) інформацію, використовуючи нечіткі (розпливчасті) оцінки [2, 7, 8].

Це можна здійснити, використовуючи, зокрема, подану нижче багатокрокову процедуру [7].

Крок 1. Відбір (залучення) до портфеля тих видів цінних паперів, для яких:

$$q_i > \bar{q}, i = 1, \dots, n, \quad (7.50)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_i \geq \operatorname{tg} \alpha_0, i = 1, \dots, n, \quad (7.51)$$

де

$$q_i = (m_i - R_F) / \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Delta R_{it} \right), i = 1, \dots, n \quad (7.52)$$

$$\Delta R_{it} = R_{it} - R_{i,t-1}, i = 1, \dots, n, t = 1, \dots, T. \quad (7.53)$$

Тут: $\bar{q}$ — гранична величина (поріг), вибір якої здійснюється на підставі вербальних оцінок; $\operatorname{tg} \alpha_i, i = 1, \dots, n$ обчислюються за формулою (7.47); α_0 — задане значення кута нахилу, вибір якого теж здійснюється на підставі вербальних (евристичних) правил.

Крок 2. Побудова множини ефективних портфелів за допомогою однієї з наведених вище моделей і критеріїв (без урахування безризикових паперів R_F).

Крок 3. Розподіл множини ефективних портфелів на кілька підмножин (типів) [18]. Тут слушно застосувати один із методів

багатовимірної класифікації, описаних, зокрема, у [17], а також запропонований у [8] ігровий розпливчастий метод аналізу ієрархій (IPMAI).

Крок 4. Вибір кількох портфелів (на підставі відповідних критеріїв, зокрема, подібних до тих, що застосовуються на кроці 1), з вибраних на попередньому кроці підмножин ефективних портфелів.

Крок 5. Вибір оптимальної (раціональної) структури портфеля цінних паперів (видів діяльності, товарів) із множини альтернативних варіантів, одержаних на попередньому кроці, за допомогою відповідно побудованої ієрархічної структури критеріїв, застосовуючи методологію та алгоритм, запропоновані у [8].

Необхідно зазначити, що існує широке поле для подальшої розбудови неокласичної теорії портфеля та її використання в різних сферах фінансово-економічної діяльності.

7.4. Теоретико-ігрова концепція вибору портфеля

Як уже зазначалось, у класичній теорії портфеля приймається гіпотеза щодо стаціонарності (тобто незмінності з плином часу) таких характеристик активів, як сподівана норма прибутку, дисперсія тощо. Але, як показують дослідження, це допущення часто порушується, тобто характеристики активів є функціями часу і при цьому залежність одних від часу є суттєвою, інших — виявляється дещо меншою мірою.

Крім того, прийняття гіпотези щодо стаціонарності норм прибутків активів не дозволяє скористатись усією наявною інформацією, особливо у разі великої кількості нестаціонарних станів ринку. У багатьох випадках одержані, на основі достовірної інформації, оцінки числових показників, обраних для інвестування активів (сподівані норми прибутку, дисперсії, коваріації норм прибутку тощо) неадекватно характеризують відповідні випадкові величини та їх сукупність.

У подальших викладках пропонуються деякі модифікації моделі Марковіца для різних інформаційних ситуацій [12]. Для кожної з них визначається сутність такого поняття, як ефективні портфелі, розглядаються різні підходи до постановки задачі про

вибір портфеля з наперед заданими характеристиками та обґрунтовується можливість використання теоретико-ігрової концепції для розв'язання цієї задачі. Суттєвою перевагою теоретико-ігрових методів пошуку ефективного портфеля є їх конструктивність щодо реалізації. Зазначимо, що базою для реалізації теоретико-ігрових моделей є методи математичного програмування. Відповідні пакети прикладних програм входять у математичне забезпечення сучасної комп'ютерної техніки.

Одним з основних та найбільш придатних для використання підходів до оцінювання параметрів ймовірнісної моделі ринку та числових характеристик активів є використання ретроспективних даних. Але при цьому варто пам'ятати, що одержані оцінки не є абсолютно надійними, що вони не є точним прогнозом майбутніх значень відповідних показників. Аналогічно, не можна вважати, що оцінки, одержані на основі інших підходів (методів), є адекватним відображенням дійсності, тобто, що є істинними значення ймовірностей сценаріїв, можливі значення норм прибутків активів для відповідних станів ринку, усіх числових характеристик активів та портфелів, що обчислюються на їх основі.

Запропоновані модифікації моделі Марковіца дозволяють урахувати фінансові умови, що можуть задаватись у конкретних задачах, і тим самим обмежувати вибір типу портфеля.

Теоретико-ігрова модель вибору структури портфеля за заданого розподілу ймовірності

Будемо вважати, що N — кількість різних видів активів, обтяжених ризиком, n — кількість станів (сценаріїв) економічного середовища (ринку), q_j — ймовірність настання j -го стану ($j = 1, \dots, n$), r_{ij} — норма прибутку активу i -го виду за наявності j -го стану економічного середовища ($i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n$), $R = (r_{ij}, i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$ — матриця, елементами якої є можливі значення норм прибутку активів. Якщо через R_i позначити i -й рядок матриці R , то відповідно до введених раніше позначень R_i — це дискретна випадкова величина, що описує норму прибутку i -го активу. У свою чергу, стовпчики матриці R характеризують стани економічного середовища (ринку), а саме j -ий стовпчик утворюється із значень норм прибутку всіх активів, що відповідають стану $\theta_j \in \Theta$ ($j = 1, \dots, n$). А тому ймовірність настання

j -го можливого значення дискретної випадкової величини R_i збігається з імовірністю стану θ_j , тобто

$$P(R_i = r_{ij}) = P(\Theta = \theta_j) = q_j, \quad j = 1, \dots, n.$$

Згідно з класифікацією перша інформаційна ситуація I_1 характеризується відомим розподілом щодо станів економічного середовища. А тому в полі I_1 стає можливим обчислення для i -го активу сподіваної норми прибутку m_i , дисперсії σ_i^2 ($i = 1, \dots, N$), а також коваріації $\sigma_{il} = \text{cov}(R_i, R_l)$ для кожної пари випадкових величин R_i та R_l ($i, l = 1, \dots, N, \quad i \neq l$) за формулами

$$m_i = M(R_i) = \sum_{j=1}^n q_j r_{ij}, \quad i = 1, \dots, N; \quad (7.54)$$

$$\sigma_i^2 = D(R_i) = \sum_{j=1}^n q_j (r_{ij} - m_i)^2 = \sum_{j=1}^n q_j r_{ij}^2 - m_i^2, \quad i = 1, \dots, N; \quad (7.55)$$

$$\sigma_{il} = \text{cov}(R_i, R_l) = \sum_{j=1}^n q_j r_{ij} r_{lj} - m_i m_l, \quad i = 1, \dots, N; l = 1, \dots, N. \quad (7.56)$$

Визначивши ці числові характеристики активів, можна визначити, відповідно, сподівану норму прибутку та дисперсію (ступінь ризику) портфеля, що має структуру $X = (x_1; \dots; x_N)$:

$$m_{\Pi} = \sum_{k=1}^N x_k m_k; \quad V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N x_k x_j \sigma_{kj}, \quad \text{де } \sigma_{kj} = \text{cov}(R_k, R_j) = \sigma_k \sigma_j \rho_{kj}.$$

Компонента x_i вектора X є часткою початкового капіталу, що інвестується в актив i -го виду ($i = 1, \dots, N$). Ці компоненти повинні задовольняти основному обмеженню $\sum_{k=1}^N x_k = 1$ та вимозі щодо невід'ємності $x_k \geq 0; \quad k = 1, \dots, N$.

Формально економіко-математичну модель класичної моделі Марковіца можна подати у вигляді такої двокритеріальної задачі вибору оптимального рішення:

$$m_{\Pi} = M(R_{\Pi}) = \sum_{i=1}^N x_i m_i \rightarrow \max; \quad (7.57)$$

$$\sigma_{\Pi}^2 = D(R_{\Pi}) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N x_i x_l \sigma_{il} \rightarrow \min; \quad (7.58)$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1; \quad (7.59)$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, N. \quad (7.60)$$

Згідно з [12] портфель зі структурою $X^* = (x_1^*, \dots, x_N^*)$ називається ефективним у моделі Марковіца, якщо X^* є вектором Паретто задачі (7.57)—(7.60) і при цьому множина структур усіх ефективних портфелів збігається із множиною Паретто задачі (7.57)—(7.60). Іншими словами, згідно з моделлю Марковіца мета інвестора полягає у визначенні таких значень часток x_i , які б задавали для задачі (7.57)—(7.60) вектор $X = (x_1; \dots; x_N)$, оптимальний за Парето. Цей вектор прийнято називати *структурою ефективного портфеля*.

Серед усіх ефективних портфелів виділимо портфель із структурою $X^* = (x_1^*, \dots, x_N^*)$, який є розв'язком задачі мінімізації ризику портфеля на множині всіх допустимих портфелів (так звану задачу збереження капіталу). Формально ця однокритеріальна задача задається співвідношеннями:

$$\sigma_{\Pi}^2 = D(R_{\Pi}) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N x_i x_l \sigma_{il} \rightarrow \min; \quad (7.61)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1; \quad (7.62)$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, N. \quad (7.63)$$

Визначивши структуру портфеля з мінімальним ступенем ризику, обчислюють його дисперсію $(\sigma_{\Pi}^*)^2$ та сподівану норму m_{Π}^* прибутку згідно з такими формулами:

$$(\sigma_{\Pi}^*)^2 = D(R_{\Pi}^*) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N x_i^* x_l^* \sigma_{il}; \quad (7.64)$$

$$m_{\Pi}^* = M(R_{\Pi}^*) = \sum_{i=1}^N x_i^* m_i; \quad (7.65)$$

$$R_{\Pi}^* = \sum_{i=1}^N x_i^* R_i. \quad (7.66)$$

Проаналізуємо випадки, коли розв'язок задачі теорії гри і структура X^* портфеля збігаються. Як зазначалось раніше, норма прибутку портфеля із структурою $X = (x_1; \dots; x_N)$ є випадковою величиною $R = \sum_{i=1}^N x_i R_i$. Тоді випадкова величина $R_{\Pi}^* = \sum_{i=1}^N x_i^* R_i$ є нормою прибутку портфеля з мінімальним ступенем ризику. Очевидно, що $M(R_{\Pi}^*) = m_{\Pi}^*$, $D(R_{\Pi}^*) = (\sigma_{\Pi}^*)^2$.

Розглянемо задачу створення портфеля активів як парну гру з нульовою сумою, що визначається матрицею $R = (r_{ij} : i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$, і нехай ця гра не має сідлової точки. Позначимо оптимальну змішану стратегію першого гравця через Π_p^* (їй відповідає розподіл $P^* = (p_1^*; \dots; p_N^*)$), оптимальну змішану стратегію другого гравця через θ_Q^* (їй відповідає розподіл $Q^* = (q_1^*; \dots; q_n^*)$), через V^* — ціну гри. Виявляється, що у випадку, коли усі компоненти вектора $Q^* = (q_1^*; \dots; q_n^*)$ строго більші від нуля ($q_j^* > 0$, $j = 1, \dots, n$), вектор P^* , що визначає оптимальну змішану стратегію першого гравця, збігається з вектором X^* , тобто виконується рівність $P^* = X^*$ (або ж $p_i^* = x_i^*$, $i = 1, \dots, N$) і при цьому $(\sigma_{\Pi}^*)^2 = D(R_{\Pi}^*) = 0$, де $R_{\Pi}^* = \sum_{i=1}^N (p_i^* R_i)$

Зауважимо, що у розрізі зазначених умов з урахуванням того, що $\sigma_{\Pi}^* = 0$, існує можливість створення портфеля Π_p^* (який і є оптимальною змішаною стратегією першого гравця) з нульовим ступенем ризику, тобто існує можливість уникнення ризику портфеля.

Розглянемо тепер задачу створення портфеля активів як парну гру з нульовою сумою, що задається матрицею $C = (\sigma_{il} : i = 1, \dots, N; l = 1, \dots, N)$ де $\sigma_{il} = \text{cov}(R_i, R_l)$, і нехай ця гра не має сідлової точки, а розподіли, що визначають оптимальні змішані стратегії Π_p^* та Π_Q^* відповідно першого та другого гравців, задаються векторами $P^* = (p_1^*; \dots; p_N^*)$, $Q^* = (q_1^*; \dots; q_N^*)$, V^* — ціна гри. Виявляється, що за умови, коли усі компоненти векторів P^* та Q^* строго більші від нуля ($p_i^* > 0$, $i = 1, \dots, N$, $q_l^* > 0$, $l = 1, \dots, N$), вектори P^* , Q^* та X^* збігаються, тобто $P^* = Q^* = X^*$ (або ж $p_i^* = q_i^* = x_i^*$, $i = 1, \dots, N$) і при

цьому портфель зі структурою X^* має мінімальний ступінь ризику, рівний за величиною ціні гри: $(\sigma_{\Pi}^*)^2 = V^*$.

Теоретико-ігрова модель вибору структури портфеля за невідомого розподілу ймовірності

У випадку, коли розподіл ймовірностей станів економічного середовища невідомий, при побудові класифікатора інформаційних ситуацій [12] виділяють кілька інформаційних ситуацій. У полі четвертої (I_4) розподіл ймовірності станів економічного середовища невідомий, тобто компоненти вектора $Q = (q_1; \dots; q_n)$ є невідомими, але при цьому задовольняють умовам:

$$\sum_{j=1}^n q_j = 1; \quad (7.67)$$

$$q_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (7.68)$$

У полі третьої інформаційної ситуації (I_3), крім умов (7.67)—(7.68) невідомі значення компонент вектора Q задовольняють ще певній системі обмежень.

У випадку другої інформаційної ситуації I_2 , крім (7.67)—(7.68), необхідно враховувати, що невідомі значення компонентів вектора Q є функціями від певної сукупності параметрів, тобто що $q_j = q_j(\omega)$, $\omega \in \Omega$, $j = 1, \dots, n$, де Ω — множина допустимих значень вектора параметрів $\omega = (\omega_1; \dots; \omega_l)$. А тому, визначивши значення норм прибутку r_{ij} , $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, n$, співвідношення (7.54), (7.55) та (7.56) можна розглядати як залежності відповідно сподіваних норм прибутку m_i , дисперсій σ_i^2 та коваріацій σ_{il} ($i, l = 1, \dots, N$) від змінних $q_1, \dots, q_n$ (ймовірностей станів економічного середовища). Ураховуючи, що $q_j \in [0; 1]$, $j = 1, \dots, n$, доходимо висновку, що можливі значення кількісних показників m_i , σ_i та σ_{il} належать певним скінченним проміжкам. Так, наприклад, сподівані норми прибутку належать відрізкам, що визначаються нерівностями

$$\min_{j=1, \dots, n} r_{ij} \leq m_i \leq \max_{j=1, \dots, n} r_{ij}, \quad i = 1, \dots, N,$$

середньоквадратичні відхилення — відрізкам

$$\min_{Q \in \Delta_Q} \sigma_i \leq \sigma_i \leq \max_{Q \in \Delta_Q} \sigma_i, \quad i = 1, \dots, N,$$

$$\text{де } \Delta_Q = \left\{ Q = (q_1, \dots, q_n) : \sum_{j=1}^n q_j = 1; q_j \geq 0; j = 1, \dots, n \right\}.$$

З урахуванням наведених вище міркувань такі кількісні показники портфеля активів, зі структурою $X = (x_1; \dots; x_N)$, як сподівана норма прибутку m_Π та ступінь ризику (дисперсія) σ_Π^2 , можна розглядати як функції, що залежать від $n + m$ змінних, які для зручності об'єднаємо у вектор $(Q; X) = (q_1; \dots; q_n; x_1; \dots; x_N)$. Принагідно нагадуємо, що компоненти вектора $(Q; X)$ задовольняють умовам (7.67)—(7.68) та (7.59)—(7.60).

Розглядаючи як іще один критерій принцип максимальної невизначеності Гіббса-Джейнса, у полі четвертої інформаційної ситуації (I_4) модель задачі щодо вибору структури портфеля може бути задана у вигляді такої оптимізаційної задачі:

$$m_\Pi = M(R_\Pi) = \sum_{i=1}^N (x_i m_i) \rightarrow \max; \quad X \in \Delta_X \quad (7.69)$$

$$\sigma_\Pi^2 = D(R_\Pi) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N (x_i x_l \sigma_{il}) \rightarrow \min; \quad X \in \Delta_X \quad (7.70)$$

$$H(Q) = - \sum_{j=1}^n (q_j \ln q_j) \rightarrow \max_{Q \in \Delta_Q} \quad (7.71)$$

за виконання обмежень

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1; \quad (7.72)$$

$$\sum_{j=1}^n q_j = 1; \quad (7.73)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N; \quad q_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (7.74)$$

де m_i , σ_i , σ_{il} , у свою чергу, є функціями величин $q_1, \dots, q_n$.

Під час розв'язання багатокритеріальних задач (задача (7.69) — (7.74) є трикритеріальною) [12] слід відмовитись від пошуку рішення, яке було б найкращим одночасно за всіма критеріями, оскільки його просто може й не існувати. А це означає, що пошук прийняттого (компромісного) рішення слід здійснювати серед

ефективних портфелів, для яких будь-яке інше рішення, що є кращим відповідно до одного критерію, обов'язково буде гіршим з позиції інших (принаймні хоча б одного з них).

Уведемо поняття ефективного портфеля, що є характерним для I_4 .

Портфель зі структурою $X^* = (x_1^*; \dots; x_N^*)$ будемо називати ефективним згідно з концепцією Марковіца для інформаційної ситуації I_4 , якщо існує хоча б один вектор Парето задачі (7.69)—(7.74) вигляду

$$(Q^*; X^*) = (q_1^*; \dots; q_n^*; x_1^*; \dots; x_N^*)$$

Згідно з даним означенням множина Парето будуватиметься за фіксованого розподілу $Q = (q_1; \dots; q_n)$. Скориставшись цією методикою і зафіксувавши певне значення вектора $Q \in \Delta_Q$ [тим самим зафіксувавши певний рівень критерію (7.58)], розв'яжемо відповідну двокритеріальну задачу, тобто дістанемо множину векторів Парето

$$X^*(Q) = (x_1^*(Q); \dots; x_N^*(Q)). \quad (7.75)$$

Множина критеріальних оцінок $\{m_\Pi(Q, X^*(Q)); \sigma_\Pi(Q, X^*(Q)); H(Q)\}$ у тривимірному критеріальному просторі буде утворювати плоску криву, що знаходиться у площині $Z = H(Q)$ (тут значення m_Π відкладають по осі абсцис (Ox), значення σ_Π — по осі ординат (Oy), значення $H(Q)$ — по осі аплікват (Oz)).

У свою чергу, для усіх $Q \in \Delta_Q$ відповідні критеріальні оцінки у тривимірному просторі будуть утворювати певну поверхню. Очевидно, що саме цій поверхні й буде належати критеріальна оцінка $(m_\Pi^*; \sigma_\Pi^*; H(Q^*))$, що відповідає вектору Парето задачі (7.69)—(7.74).

Отже, як бачимо, процес побудови множини ефективних портфелів пов'язаний із суттєвими труднощами, а тому безпосереднє використання даного означення не завжди може бути конструктивним. Спрощення у цьому плані можна досягнути введенням до розгляду портфелів, що визначаються, на основі наступної дефініції.

Портфель зі структурою $X^* = (x_1^*; \dots; x_N^*)$ будемо називати ефективним згідно з концепцією Марковіца для будь-якого розподілу ймовірності $Q = (q_1, \dots, q_n)$, якщо усі допустимі вектори вигляду

$(Q; X^*) = (q_1; \dots; q_n; x_1^*; \dots; x_N^*)$ є оптимальними за Парето для задач (7.69)–(7.74).

Вимоги, наведені в цьому означенні, є досить жорсткими, але можна вказати випадок, коли існує портфель, що є ефективним згідно з концепцією Марковіца для будь-якого розподілу ймовірності, а визначення його структури зводиться до парної гри з нульовою сумою.

Розглянемо задачу побудови портфеля активів як парну гру з нульовою сумою, що визначається матрицею $R = (r_{ij}, i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$, і нехай ця гра не має сідлової точки. Позначимо через $P^* = (p_1^*, \dots, p_N^*)$ та $Q^* = (q_1^*; \dots; q_n^*)$ вектори, що відповідають оптимальним змішаним стратегіям гравців, V^* — ціна гри. Виявляється, що у випадку, коли мають місце строгі оцінки $q_1^* > 0, j = 1, \dots, n$, портфель зі структурою $X^* = P^*$ (тобто $x_i^* = p_i^*, i = 1, \dots, N$) є ефективним згідно з концепцією Марковіца для будь-якого розподілу ймовірності $Q \in \Delta_Q$.

Зауваження. Звертаємо увагу на те, що строгі нерівності $q_j > 0, j = 1, \dots, n$, можуть виконуватись тільки в тому випадку, коли кількість активів є не меншою за кількість станів економічного середовища, тобто коли $N \geq n$.

Пошук портфеля, що є ефективним згідно з концепцією Марковіца в полі інформаційної ситуації I_4 , доцільно починати з оцінки апріорних імовірностей q_j станів економічного середовища ($j = 1, \dots, n$). Ентропія Шеннона, що визначається формулою

$$H(Q) = - \sum_{j=1}^n q_j \ln q_j$$

досягає свого максимального значення при $\hat{q}_1^* = \dots = \hat{q}_n^* = \frac{1}{n}$, тобто

$$\max_{Q \in \Delta_Q} H(Q) = H\left(\hat{Q}\right) = \ln n. \quad (7.76)$$

Використовуючи знайдену точкову оцінку розподілу ймовірності станів економічного середовища $\hat{Q}$ в полі I_4 , одержуємо точкові оцінки сподіваних норм прибутків активів

$$m_i \approx \hat{m}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{ij}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (7.77)$$

їх дисперсій

$$\sigma_i^2 \approx \hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(r_{ij} - \hat{m}_i \right)^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{ij}^2 - \hat{m}_i^2, \quad i = 1, \dots, N, \quad (7.78)$$

а також коваріацій між нормами прибутків активів

$$\text{cov}(R_i, R_l) = \sigma_{il} \approx \hat{\sigma}_{il} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (r_{ij} r_{lj}) - \hat{m}_i \hat{m}_l; \quad i, l = 1, \dots, N. \quad (7.79)$$

Очевидно, що оцінки коваріацій $\hat{\sigma}_{il}$ мають властивості, аналогічні коваріаціям σ_{il} , а саме:

$$\hat{\sigma}_{ii} = \hat{\sigma}_i^2; \quad \hat{\sigma}_{il} = \hat{\sigma}_{li}; \quad i = 1, \dots, N; \quad l = 1, \dots, N.$$

Використовуючи оцінки (7.77)—(7.79) для пошуку ефективного портфеля, приходимо до наступної двокритеріальної оптимізаційної задачі $\left(\hat{R}_\Pi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N R_i \right)$:

$$m_\Pi = \sum_{i=1}^N \left(x_i \hat{m}_i \right) \rightarrow \max; \quad X \in \Delta_X \quad (7.80)$$

$$\hat{\sigma}_\Pi^2 = D \left(\hat{R}_\Pi \right) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N \left(x_i x_l \hat{\sigma}_{il} \right) \rightarrow \min; \quad X \in \Delta_X \quad (7.81)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1; \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (7.82)$$

Розглянемо задачу створення портфеля активів у полі I_4 як парну гру з нульовою сумою, що не має сідлової точки, і нехай вектор $X^* = (x_1^*; \dots; x_N^*)$ задає структуру ефективного портфеля в моделі Марковіца (7.80)—(7.82). Виявляється, що вектор $\left(\hat{Q}; X^* \right)$, де $\hat{Q} = \left(\frac{1}{n}; \dots; \frac{1}{n} \right)$, є оптимальним за Парето для задачі (7.69)—(7.71).

У полі третьої інформаційної ситуації (I_3) у випадку, коли для станів економічного середовища побудований ряд пріоритету $RI = \{\theta_{i_1}; \theta_{i_2}; \dots; \theta_{i_n}\}$ і мають місце обмеження

$$q_{i_1} > q_{i_2} > \dots > q_{i_n}, \quad (7.83)$$

або

$$\begin{cases} q_{i_1} \geq q_{i_2} + \dots + q_{i_n}, \\ q_{i_2} \geq q_{i_3} + \dots + q_{i_n}, \\ \dots\dots\dots \\ q_{i_{n-1}} \geq q_{i_n}, \end{cases} \quad (7.84)$$

або ж

$$a_j \leq q_j \leq \beta_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (7.85)$$

для розрахунку точкової оцінки вектора розподілу Q можуть використовуватись відповідні формули Фішберна [12]. Точкову оцінку вектора Q можна одержати також шляхом відшукування максимуму функції (7.71) при обмеженнях (7.73)—(7.74), до яких додаються обмеження (7.83), або ж (7.84), чи (7.85).

У полі I_2 оцінка вектора Q визначається згідно з критерієм

$$H\left(\hat{Q}\right) = \max_{w \in \Omega} H(Q)$$

за виконання умов (7.83)—(7.84), тобто здійснюється максимізація критерію (7.71) за сукупністю параметрів $w = (w_1, \dots, w_L)$, якими характеризується заданий відомий закон розподілу ймовірності станів економічного середовища.

Трикритеріальну оптимізаційну задачу (7.69)—(7.74) можна звести до однокритеріальної, якщо при виконанні обмежень (7.72)—(7.74) ввести до розгляду критерій

$$\Phi(Q; X) = u_1 m_{\Pi}^H(Q; X) + u_2 \sigma_{\Pi}^H(Q; H) + u_3 H^H(Q) \rightarrow \max_{Q, X},$$

де $m_{\Pi}^H(Q; X)$, $\sigma_{\Pi}^H(Q; X)$, $H^H(Q)$ — нормалізовані критерії; (7.69), (7.70) та (7.71), відповідно u_1, u_2, u_3 , — вагові коефіцієнти пріоритету цих критеріїв, що задовольняють умовам

$$u_1 + u_2 + u_3 = 1; \quad u_i \geq 0; \quad i = 1, 2, 3.$$

Теоретико-ігрова модель вибору структури портфеля у разі протидії економічного середовища

П'ята інформаційна ситуація (I_5) характеризується антагоністичними інтересами економічного середовища щодо суб'єкта керування (інвестора) у процесі прийняття ним своїх рішень. Цей «антагонізм» досягається шляхом вибору економічним середовищем таких своїх станів, які зводять до мінімуму ефективність інвестора. А тому основною стратегією для суб'єкта керування (інвестора) є забезпечення собі гарантованих рівнів економічних показників. Аналіз процесу прийняття рішень тут аналогічний основним правилам та елементам теорії антагоністичних ігор. З урахуванням цього математична модель вибору структури портфеля при виконанні обмежень (7.72)—(7.74) має такий вигляд:

$$m_{\Pi} = \sum_{i=1}^N (x_i m_i) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (x_i q_i r_{ij}) \rightarrow \max_{X \in \Delta_X}; \quad (7.86)$$

$$m_{\Pi} = \sum_{i=1}^N (x_i m_i) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (x_i q_i r_{ij}) \rightarrow \min_{Q \in \Delta_Q}; \quad (7.87)$$

$$\sigma_{\Pi}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^n (x_i x_l \sigma_{il}) \rightarrow \min_{X \in \Delta_X}, \quad (7.88)$$

де величини m_i , σ_i , σ_{il} є функціями змінних $q_1, \dots, q_n$ і визначаються співвідношеннями (7.54), (7.55) та (7.56) відповідно.

Особливістю задачі вибору структури портфеля з критеріями (7.86)—(7.88), за виконання умов (7.72)—(7.74), є те, що вона може мати єдиний «найкращий» розв'язок за всіма критеріями. А тому й виникає питання щодо умов існування цього (єдиного) розв'язку.

Розглянемо задачу формування портфеля активів у полі I_5 як парну гру з нульовою сумою, що визначається платіжною матрицею $R = (r_{ij} : i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$, і нехай ця гра не має сідової точки. Виявляється, що у випадку, коли ця гра має єдиний розв'язок, множина G^* усіх ефективних векторів задачі (7.86)—(7.88), за умов (7.72)—(7.74), має єдиний елемент

$$(P^*; Q^*) = (p_1^*; \dots; p_N^*; q_1^*; \dots; q_n^*)$$

де $P^* = (p_1^*; \dots; p_N^*)$, $Q^* = (q_1^*; \dots; q_n^*)$ — розподіли, що відповідають оптимальним змішаним стратегіям гравців.

Нехай у парній грі з нульовою сумою, що визначається матрицею $R = (r_{ij}, i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$, відсутня сідлова точка. Тоді, якщо ця гра має єдиний розв'язок, оптимальну змішану стратегію першого гравця, якій відповідає вектор $P^* = (p_1^*; \dots; p_N^*)$, будемо називати *ефективним портфелем згідно з концепцією Марковіца для п'ятої інформаційної ситуації (I_5)*, а вектор, який визначає оптимальну змішану стратегію другого гравця, будемо називати *найбільш характерним розподілом імовірності щодо станів економічного середовища для I_5* .

Вибираючи як точкові оцінки апіорних імовірностей настання станів економічного середовища відповідні компоненти q_j^* вектора Q^* , що відповідає оптимальній змішаній стратегії другого гравця, одержуємо оцінки:

$$m_i^* = M(R_i) = \sum_{j=1}^n q_j^* r_{ij}, \quad i = 1, \dots, N; \quad (7.89)$$

$$(\sigma_i^*)^2 = \sum_{j=1}^n (q_j^* r_{ij}^2) - (m_i^*)^2, \quad i = 1, \dots, N; \quad (7.90)$$

$$\sigma_{il}^* = \text{cov}(R_i, R_l) = \sum_{j=1}^n (q_j^* r_{ij} r_{lj}) - m_i^* m_l^*, \quad i, l = 1, \dots, N. \quad (7.91)$$

Якщо $P = (p_1; \dots; p_N) \in \Delta_X$ — структура допустимого портфеля, то одержуємо, що

$$m_{\Pi}(P; Q^*) = M(R_{\Pi}) = M\left(\sum_{i=1}^N (p_i R_i)\right) = \sum_{i=1}^N (p_i M(R_i)) = \sum_{i=1}^N (p_i m_i^*); \quad (7.92)$$

$$\sigma_{\Pi}^2(P; Q^*) = D(R_{\Pi}) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N (p_i p_l \sigma_{il}^*). \quad (7.93)$$

Якщо утворити портфель зі структурою $P^* = (p_1^*; \dots; p_N^*)$, то згідно з (7.92)—(7.93) одержуємо:

$$m_{\Pi}^* = m_{\Pi}(P^*; Q^*) = M(R_{\Pi}^*) = \sum_{i=1}^N (p_i^* m_i^*) = V^*;$$

$$(\sigma_{\Pi}^*)^2 = D(R_{\Pi}^*) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N (p_i^* p_l^* \sigma_{il}^*),$$

де $V^* = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (p_i^* q_j^* r_{ij})$ — ціна гри, $R_{\Pi}^* = \sum_{i=1}^N (p_i^* R_i)$ — дискретна випадкова величина, що характеризує норму прибутку ефективного портфеля згідно з концепцією Марковіца для ситуації I_5 .

Нехай у парній грі з нульовою сумою, що визначається платіжною матрицею $R = (r_{ij}, i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$, відсутня сідлова точка, і вона має декілька розв'язків. Тоді множина пар оптимальних змішаних стратегій гравців є нескінченною і при цьому для будь-якого елемента $(P^*; Q^*)$ цієї множини ціна гри залишається незмінною, тобто

$$V^* = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (p_i^* q_j^* r_{ij}) = \text{const.}$$

У цьому випадку як ефективний портфель згідно з концепцією Марковіца, для ситуації I_5 , можна використати будь-яку оптимальну змішану стратегію першого гравця (для вказаної гри) з вектором $P^* = (p_1^*; \dots; p_N^*)$.

Зазначимо, що коли множина ефективних портфелів у моделі Марковіца, у полі I_5 , має декілька елементів, тобто множина G^* складається більше ніж з одного вектора, вибір портфеля, який найбільшою мірою задовольнив би інвестора, здійснюється згідно з критерієм (7.93). А саме, вибирається той портфель, структура якого $P^* = (p_1^*; \dots; p_N^*)$ мінімізує дисперсію $\sigma_{\Pi}^2(P; Q^*)$ (для фіксованого розподілу станів економічного середовища Q^*).

Розглянемо задачу створення портфеля активів у полі I_5 як парну гру з нульовою сумою, що визначається платіжною матрицею $R = (r_{ij} : i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$, і нехай ця гра не має сідлової точки. Виявляється, що у випадку, коли усі компоненти вектора $Q^* = (q_1^*, \dots, q_n^*)$ є строго більшими від нуля ($q_j^* > 0, j = 1, \dots, n$), портфель, який визначається вектором $X^* = P^* = (p_1^*, \dots, p_N^*)$, є ефективним згідно з концепцією Марковіца для інформаційної ситуації I_5 .

7.5. Оптимізація структури портфеля цінних паперів з використанням семіваріації як міри ризику

У підґрунті даного підходу лежить твердження, що інвестор, бажаючи вкласти вільні грошові ресурси в корпоративні цінні папери, має три альтернативні варіанти вкладання коштів:

- 1) вкласти кошти в акції найбільш надійних емітентів;
- 2) інвестувати в найбільш прибуткові акції;
- 3) вибрати проміжну позицію між надійністю та прибутковістю акцій.

Існують різні методики, дотримання яких сприяють вирішенню поставлених цілей та завдань. Але найпоширенішою та найчастіше використовуваною у практичній діяльності і теоретичних дослідженнях є модель, запропонована Гаррі Марковіцем. У своїх дослідженнях як основний економічний показник, що характеризує динаміку зміни ціни (котирування) акції, він використовував норму прибутку акції, яка у дискретному випадку обчислюється за формулою

$$R_k(t) = \frac{C_k(t) - C_k(0) + D_k(t)}{C_k(t)} \cdot 100\%, \quad (7.94)$$

де $R_k(t)$ — норма прибутку акції k -го виду в момент часу t ; $C_k(0), C_k(t)$ — ціна акції k -го виду відповідно у початковий момент ($t = 0$) та на кінець t -го періоду часу; $D_k(t)$ — дивіденди, виплачені на кінець t -го періоду; $k = 1, \dots, N$, N — кількість акцій, за якими здійснюються спостереження і які прогнозуються щодо включення їх у портфель цінних паперів (ПЦП); $t = 1, \dots, T$, T — кількість періодів, упродовж яких здійснювалися спостереження за цінами (котируванням) акцій. Для визначення структури портфеля акцій, оптимального з погляду інвестора, Марковіц скористався дещо спрощеним підходом. По-перше, він дотримувався концепції, що норми прибутку акції k -го виду ($k = 1, \dots, N$) є стаціонарним випадковим процесом, більше того — упродовж $T + \tau$ періодів випадкові величини $R_k(t; \omega)$, $t = 1, \dots, T$, $\omega = \Omega$ (Ω — множина елементарних подій) мають одну й ту саму функцію розподілу ймовірності щодо значень цих випадкових величин (ця функція не залежить від часу). А тому спостереження за випад-

ковими величинами $R_k(t; \omega)$ у момент часу $t = 1, \dots, T$ можна розглядати як реалізації випадкової величини $R_k(\omega)$.

У своїй моделі Марковіц використовував такі кількісні (детерміновані) характеристики випадкових величин $R_k(\omega)$ ($k = 1, \dots, N$), як сподівана норма прибутку $m_k = MR_k(\omega)$, дисперсія $\sigma_k^2 = D(R_k(\omega)) = M((R_k(\omega) - m_k)^2)$, середньоквадратичне відхилення $\sigma_k = \sqrt{D(R_k(\omega))}$, коваріація $\sigma_{kj} = \text{cov}(R_k(\omega); R_j(\omega)) = M((R_k(\omega) - m_k)(R_j(\omega) - m_j))$, де $k = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N$.

По-друге, Марковіц вважав, що будь-які відхилення норми прибутку акції від її сподіваного значення відображають дію чинників ризику щодо цієї акції і є однаково небажаними для інвестора. А тому як вимірювач величини ризику, що пов'язаний з придбанням цієї акції, він використовував величину дисперсії чи середньоквадратичне відхилення.

Сутність розглядуваної концепції полягає в тому, що трактування відхилень норми прибутку від її сподіваного значення (чи певного фіксованого порогового значення) у бік перевищення (сприятливі відхилення) як джерела ризику нічим не виправдане, оскільки протягом відповідних періодів акції можуть забезпечити прибуток, обсяг якого є не меншим від запланованого рівня. На нашу думку, лише відхилення норми прибутку в бік зменшення (несприятливі відхилення) відносно сподіваної норми прибутку можна розглядати як джерело ризику акції.

Оцінкою величини ризику k -ї акції, що базується на зазначеній основі, є семиваріаційна характеристика:

$$SV_c^-(R_k(\omega)) = P(R_k(\omega) < c) \cdot D_c(R_k(\omega) \mid R_k(\omega) < c), \quad (7.95)$$

де величина $D_c(R_k(\omega) \mid R_k(\omega) < c)$ є умовною дисперсійною характеристикою випадкової величини $R_k(\omega)$ відносно наперед заданого порогового значення c^1 ($c > 0$), та враховуються лише несприятливі для суб'єкта ризику (інвестора) відхилення, тобто що $R_k(\omega) < c$. Ця умовна дисперсійна характеристика обчислюється за формулою:

¹ Порогове значення, яке кожен інвестор підбирає індивідуально. Пропонується як c використовувати середню норму прибутку індексних фондів. Дане порогове значення можна також розглядати як суму безризикової ставки ринку, в якості якої виступає облікова ставка національного банку, та премії за ризик відповідно до вибраної інвестором стратегії (агресивна чи пасивна стратегія).

$$D_c(R_k(\omega) \mid R_k(\omega) < c) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-c)^2 dF_k(x \mid R_k(\omega) < c), \quad (7.96)$$

де

$$F_k(x \mid R_k(\omega) < c) = \frac{P(\{R_k(\omega) < x\} \cap \{R_k(\omega) < c\})}{P(R_k(\omega) < c)} =$$

$$= \begin{cases} \frac{F_k(x)}{F_k(c)}, & \text{якщо } x \leq c \\ 1, & \text{якщо } x > c \end{cases}.$$

Тут: $F_k(x)$ — функція розподілу, $F_k(x \mid R_k(\omega) < c)$ — умовна функція розподілу випадкової величини $R_k(\omega)$.

Надалі для зручності введемо позначення щодо подій:

$$A_k^- = \{R_k(\omega) \mid R_k(\omega) < c\},$$

$$A_k^+ = \{R_k(\omega) \mid R_k(\omega) \geq c\}.$$

Очевидно, що події A_k^- та A_k^+ утворюють повну групу, а тому повну дисперсійну характеристику випадкової величини $R_k(\omega)$ відносно порогового значення c можна обчислити за такою формулою:

$$D_c(R_k(\omega)) = P(A_k^-) \cdot D_c(R_k(\omega) \mid A_k^-) + P(A_k^+) \cdot D_c(R_k(\omega) \mid A_k^+) =$$

$$= SV_c^-(R_k(\omega)) + SV_c^+(R_k(\omega)). \quad (7.97)$$

Якщо для фіксації несприятливих відхилень щодо випадкової величини $R_k(\omega)$ скористатись випадковою величиною (індикатором несприятливих відхилень):

$$\alpha_k^-(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } R_k(\omega) \geq c \\ 1, & \text{якщо } R_k(\omega) < c, \end{cases}$$

а для фіксації сприятливих явищ — випадковою величиною (індикатором сприятливих відхилень)

$$\beta_k^+(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } R_k(\omega) \geq c \\ 0, & \text{якщо } R_k(\omega) < c, \end{cases}$$

то

$$A_k^- = \{\beta_k^-(\omega) \cdot R_k(\omega)\}; A_k^+ = \{\beta_k^+(\omega) \cdot R_k(\omega)\}.$$

Розглянемо тепер випадкову величину, що відображає норму прибутку портфеля акцій:

$$R_{\Pi}(\omega X) = \sum_{k=1}^N x_k R_k(\omega), \quad (7.98)$$

де x_k — частка акцій k -го виду в портфелі ($x_k \in [0; 1]$); $X = (x_1; \dots; x_N)$ — вектор, що задає структуру портфеля, $X \in \Delta_x = \left\{ (x_1; \dots; x_N) \left| \sum_{k=1}^N x_k = 1; x_k \geq 0, k = 1, \dots, N \right. \right\}$.

Якщо ввести до розгляду індикатор несприятливих відхилень

$$\alpha_{\Pi}^{-}(\omega; X) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } R_{\Pi}(\omega; X) \geq c \\ 1, & \text{якщо } R_{\Pi}(\omega; X) < c \end{cases}$$

та індикатор сприятливих відхилень

$$\beta_{\Pi}^{+}(\omega; X) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } R_{\Pi}(\omega; X) \geq c \\ 1, & \text{якщо } R_{\Pi}(\omega; X) < c, \end{cases}$$

то випадкова величина, що описує несприятливі відхилення норми прибутку портфеля відносно порогового значення c , визначається співвідношенням

$$\Delta R_{\Pi}^{-}(\omega; X) = \alpha_{\Pi}^{-}(\omega; X) \cdot (R_{\Pi}(\omega; X) - c), \quad (7.99)$$

а сприятливі відхилення — співвідношенням

$$\Delta R_{\Pi}^{+}(\omega; X) = \beta_{\Pi}^{+}(\omega; X) \cdot (R_{\Pi}(\omega; X) - c), \quad (7.100)$$

Зафіксуємо структуру $\tilde{X} = (\tilde{x}_1; \dots; \tilde{x}_N)$ портфеля акцій. Тоді з урахуванням структури випадкової величини $R_{\Pi}(\omega; X)$ одержуємо

$$\Delta R_{\Pi}(\omega; \tilde{X}) = \sum_{k=1}^N \tilde{x}_k (R_k(\omega) - c). \quad (7.101)$$

Розглянемо множину $\Omega' \in \Omega$, для усіх елементів ω' якої ($\omega' \in \Omega'$) має місце оцінка:

$$\Delta R_{\Pi}(\omega'; \tilde{X}) = \sum_{k=1}^N \tilde{x}_k (R_k(\omega) - c) \geq 0. \quad (7.102)$$

Але невід'ємні значення, що їх набуває випадкова величина $\Delta R_{\Pi}(\omega'; \tilde{X})$, не заперечують можливості одночасного співіснуван-

ня під знаком суми у правій частині (7.102) як додатних, так і від'ємних доданків для усіх ω'' , що належать деякій підмножині $\Omega'' \subset \Omega' \subset \Omega$. При цьому наявність від'ємних доданків гарантує існування не пустої підмножини $\Delta'_x \subset \Delta_x$ такої, що для усіх $X' \in \Delta'_x$ та $\omega'' \in \Omega''$ буде мати місце оцінка:

$$\Delta R_{\Pi}(\omega''; X') < 0. \quad (7.103)$$

Співвідношення (7.103) указує на те, що наявність несприятливих відхилень щодо акцій (хоча б на обмеженій множині Ω'') слід розглядати як потенціальне джерело ризику портфеля акцій. А тому, оцінюючи ризик портфеля акцій, необхідно враховувати усі можливі несприятливі відхилення стосовно кожного виду акцій, що є його складовими, незалежно від структури, навіть у разі сприятливих відхилень норми прибутку цього портфеля.

Як уже зазначалось, випадкова величина

$$\Delta R_{\Pi}^+(\omega; X) = \beta_{\Pi}^+(\omega; X) \sum_{k=1}^N x_k (R_{\Pi}(\omega) - c), \quad (7.104)$$

описує сприятливі відхилення стосовно норми прибутку портфеля. До складу сприятливих входять і безризикові ситуації, характерною ознакою яких є те, що $\Delta R_{\Pi}^+(\omega; X) \geq 0$ незалежно від структури $X \in \Delta_x$ портфеля. Це можливо тільки у випадку, коли одночасно для усіх $k = 1, \dots, N$ мають місце оцінки $\Delta R_k(\omega) \geq c$ і тоді

$$\Delta R_{\Pi}^+(\omega; X) = \sum_{k=1}^N x_k \beta_k^+(\omega) (R_{\Pi}(\omega) - c). \quad (7.105)$$

Якщо розглянути подію

$$A_{\Pi}^+ = A_1^+ \cdot \dots \cdot A_N^+,$$

то безризикова ситуація буде мати місце у тому разі, коли вектор

$$(R_1(\omega); \dots; R_N(\omega)) \in A_{\Pi}^+.$$

Усі інші допустимі комбінації щодо норм прибутків акцій обтяжені ризиком (відхилення норми прибутку хоча б однієї акції є несприятливим). Позначивши через A_{Π}^- подію, що їх охоплює, і враховуючи, що A_{Π}^+ та A_{Π}^- утворюють повну групу подій, одержуємо:

$$\begin{aligned} D_c(R_{\Pi}(\omega; X)) &= P(A_{\Pi}^-) \cdot D_c(R_{\Pi}(\omega; X) \mid A_{\Pi}^-) + \\ &+ P(A_{\Pi}^+) \cdot D_c(R_{\Pi}(\omega; X) \mid A_{\Pi}^+) = SV_c^-(R_{\Pi}(\omega; X)) + SV_c^+(R_{\Pi}(\omega; X)). \end{aligned} \quad (7.106)$$

Наведені міркування вказують на те, що як міру ризику портфеля цінних паперів доцільно використовувати величину

$$SV_c^-(R_\Pi(\omega; X)) = D_c(R_\Pi(\omega; X)) - SV_c^+(R_\Pi(\omega; X)). \quad (7.107)$$

Ураховуючи, що

$$\begin{aligned} SV_c^+(R_\Pi(\omega; X)) &= P(A_\Pi^+) \cdot D_c(R_\Pi(\omega; X)) \Big| A_\Pi^+ = \\ &= P(A_\Pi^+) \cdot M((R_\Pi(\omega; X) - c)^2 \Big| A_\Pi^+) = \\ &= P(A_\Pi^+) \cdot \frac{1}{P(A_\Pi^+)} \cdot M\left(\sum_{k=1}^N x_k \beta_k^+(\omega) \cdot (R_k(\omega) - c)^2\right) = \\ &= \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N x_k x_j M(\beta_k^+(\omega) \beta_j^+(\omega) \cdot (R_k(\omega) - c)(R_j(\omega) - c)) = \\ &= \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N x_k x_j SCOV_c^+(R_k(\omega); R_j(\omega)) \end{aligned} \quad (7.108)$$

одержуємо формулу для обчислення міри ризику портфеля згідно із зазначеною концепцією:

$$\begin{aligned} SV_c^-(R_\Pi(\omega; X)) &= \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N x_k x_j (COV_c(R_k(\omega); R_j(\omega)) - \\ &\quad - SCOV_c^+(R_k(\omega); R_j(\omega))). \end{aligned} \quad (7.109)$$

У формулі (7.109): $SCOV_c^+(R_k(\omega); R_j(\omega))$ — семіковаріаційна характеристика випадкових величин $R_k(\omega)$ та $R_j(\omega)$, що обчислюється за формулою

$$SCOV_c^+(R_k(\omega); R_j(\omega)) = M(\beta_k^+(\omega) \beta_j^+(\omega) (R_k(\omega) - c)(R_j(\omega) - c)); \quad (7.110)$$

$COV_c(R_k(\omega); R_j(\omega))$ — коваріаційна характеристика випадкових величин $R_k(\omega)$ та $R_j(\omega)$, що обчислюється за формулою

$$\begin{aligned} COV_c(R_k(\omega); R_j(\omega)) &= M(R_k(\omega) - c)(R_j(\omega) - c) = \\ &= COV(R_k(\omega); R_j(\omega)) + (m_k - c)(m_j - c), \end{aligned} \quad (7.111)$$

де m_k, m_j — середньозважені (сподівані) норми прибутку відповідно k -го та j -го видів цінних паперів на момент часу t , тобто

$$m_k = M(R_k(\omega)), \quad m_j = M(R_j(\omega)), \quad k, j = 1, \dots, N.$$

Якщо як цільову використати функцію (7.106), то структура портфеля, що має мінімальний ризик згідно із зазначеною концепцією, є розв'язком оптимізаційної задачі:

$$SV_c^-(R_\Pi(\omega; X)) \rightarrow \min_{X \in \Delta_x} \quad (7.112)$$

Якщо для оцінки ризику щодо несприятливих відхилень використовувати семіваріацію (коли як пороговий рівень у визначенні несприятливих відхилень використовувати не наперед задану константу c , а середньозважені (сподівані) значення відповідних норм прибутків акцій чи портфеля), критерій (7.109) набуває вигляду:

$$SV^-(R_\Pi(\omega; X)) = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N x_k x_j (COV(R_k(\omega); R_j(\omega)) - SCOV^+(R_k(\omega); R_j(\omega))) \quad (7.113)$$

У формулі (7.113): $SCOV^+(R_k(\omega); R_j(\omega))$ — семіковаріація випадкових величин $R_k(\omega)$ та $R_j(\omega)$, що обчислюється за формулою

$$SCOV^+(R_k(\omega); R_j(\omega)) = M(\beta_k^+(\omega)\beta_j^+(\omega))(R_k(\omega) - m_k)(R_j(\omega) - m_j), \quad (7.114)$$

множина сприятливих відхилень норми прибутку портфеля цінних паперів

$$A_\Pi^+ = \{R_\Pi(\omega) \mid R_\Pi(\omega) \geq m_\Pi\},$$

де m_Π — середньозважена (сподівана) норма прибутку портфеля, вона обчислюється за формулою

$$m_\Pi = \sum_{k=1}^N x_k m_k. \quad (7.115)$$

Якщо як цільовий використати критерій (7.96), то оптимальна структура портфеля цінних паперів буде розв'язком оптимізаційної задачі:

$$SV^-(R_\Pi(\omega; X)) \rightarrow \min_{X \in \Delta_x} \quad (7.116)$$

$$m_\Pi = \sum_{k=1}^N x_k m_k \geq c. \quad (7.117)$$

За наявності статистичних даних для наближеного обчислення величин, наведених у формулах (7.109) та (7.113), використовують їх оцінки. Так, структура портфеля з мінімальним ризиком є розв'язком оптимізаційної задачі (7.112), але при цьому у формулі (7.111) використовуються оцінки сподіваних значень відповідних норм прибутку, дисперсії та відповідних коваріацій.

Зазначимо, що при цьому оцінка $SCOV_c^+(R_k(\omega); R_j(\omega))$ здійснюється за формулою

$$SCOV_c^+(R_k(\omega); R_j(\omega)) \approx \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T-1} \beta_{kt}^+(\omega) \beta_{jt}^+(\omega) (R_{kt}(\omega) - c)(R_{jt}(\omega) - c). \quad (7.118)$$

Використання зазначеної концепції в практичній діяльності дає позитивні результати. Зменшення ризикованості портфеля цінних паперів унаслідок відкидання безризикових ситуацій дозволить побудувати портфель з більшою нормою дохідності, ніж отриманий з використанням методу Г. Марковіца.

Основні терміни та поняття



Акція:

- агресивна;
- дефенсивна (захищена).

Диверсифікація.

Індекс:

- Доу-Джонса;

- SP 500 (зведений);

- W 5000 (Wilshire Index).

Коваріація цінних паперів.

Коефіцієнт кореляції цінних паперів.

Коефіцієнт чутливості бета.

Лінія ринку капіталів.

Множина:

- допустимих портфелів цінних паперів;

- ефективних портфелів цінних паперів.

Модель Шарпа однофакторна.

Модифікований коефіцієнт:
варіації;
семіваріації.
Норма прибутку:
портфеля цінних паперів;
цінних паперів.
Портфель цінних паперів.
Ризик:
несистематичний;
портфеля цінних паперів;
систематичний;
цінного папера.
Ринковий портфель цінних паперів.
Сподівана норма прибутку:
портфеля цінних паперів;
цінного папера.
Структура портфеля цінних паперів.
Теоретико-ігрова концепція.
Тактика фінансового менеджера:
активна;
пасивна.
Управління портфелем цінних паперів.
Фондовий індекс.
Характеристична (ринкова) лінія акції.
Цінний папір.

Питання для самоконтролю



1. У чому полягає суть поняття диверсифікації? З якою метою, де і за яких умов її доцільно використовувати?
2. Як кількісно оцінити ризик звичайних акцій? Як його обчислюють, які дані для цього необхідно мати?
3. Суть поняття коефіцієнта кореляції двох цінних паперів. Як його обчислити?
4. Перелічіть найбільш відомі критерії щодо формування портфеля та управління портфелем цінних паперів.
5. Для розв'язання яких проблем та в яких сферах економіки можна застосовувати теорію портфеля?
6. У чому полягає суть поняття структури ПЦП?

7. Як, за якими формулами можна обчислити сподівану норму прибутку портфеля та ризик портфеля за двома звичайними акціями?

8. Як можна обчислити оптимальну структуру портфеля, що складається з двох звичайних акцій? Які дані для цього необхідно мати?

9. Що означає поняття «множина допустимих портфелів»? Як впливає на формування допустимої множини величина коефіцієнта кореляції?

10. Як обчислити структуру портфеля з двох цінних паперів, якщо міру його допустимого ризику задано?

11. У чому полягає суть поняття множини ефективних портфелів з багатьох ЦП.

12. У чому полягає суть економіко-математичної моделі щодо знаходження оптимального портфеля, до якого залучено ряд ЦП.

13. У чому полягає концепція спрощеної класичної моделі формування портфеля? Які основні гіпотези при цьому приймаються?

14. Як обчислити систематичний ризик портфеля ЦП? Які дані для цього необхідно мати?

15. У чому полягає суть поняття «систематичний ризик» та «специфічний ризик» цінного папера.

16. Що краще, коли коефіцієнт бета вищий, чи коли він нижчий?

17. Формується ПЦП з акцій двох видів $A_1(m_1; \sigma_1)$ та $A_2(m_2; \sigma_2)$ з метою збереження капіталу (ПЦП з мінімальним ризиком). Нехай $m_1 > m_2$; $\sigma_1 > \sigma_2$. У якому випадку цей ПЦП буде однорідним? У якому випадку ризик цього ПЦП може бути рівним нулю?

18. Як і в попередньому питанні, ПЦП створюється з метою збереження капіталу. Виведіть формули для обчислення сподіваної норми прибутку та ризику цього ПЦП у разі, якщо:

а) $\rho_{12} = 0$; б) $\rho_{12} = -1$; в) $\rho_{12} = +1$.

19. У якому випадку ПЦП, створений з метою збереження капіталу, буде мати однакову частку акцій виду A_1 та A_2 ?

20. Після відповідних обчислень виявилось, що $\sigma_n = x_1\sigma_1 + x_2\sigma_2$. За якої умови це могло статись?

21. Формування ПЦП на основі використання семіваріації.

22. Формування ПЦП на основі використання коефіцієнтів варіації та семіваріації.

23. Формування ПЦП на основі використання коефіцієнта асиметрії та похідних від нього оцінок ризику.

24. Формування ПЦП на основі використання коефіцієнта ексцесу та похідних від нього оцінок ризику.

25. Арбітражна теорія портфеля.
26. Сутність теоретико-ігрової концепції вибору портфеля.
27. Сутність теоретико-ігрової моделі вибору структури портфеля за заданого розподілу ймовірності.
28. Сутність теоретико-ігрової моделі вибору структури портфеля за невідомого розподілу ймовірності.
29. Сутність теоретико-ігрової моделі вибору структури портфеля у разі протидії економічного середовища.

Література для поглибленого вивчення



1. Вітлінський В. В. Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику / В. В. Вітлінський. — К. : Деміур, 1996. — 212 с.
2. Вітлінський В. В. Алгоритм підтримки процесів прийняття рішень на базі нечітких оцінок / В. В. Вітлінський // Машинна обробка інформації. — 1995. — Вип. — 56. — С. 99—106.
3. Вітлінський В. В. Аналіз та моделювання ризику проектів / В. В. Вітлінський. — К. : КДЕУ, 1995; Деп. в ДНТБ України 13. 12. 95, №2659 — Ук95. — 17 с.
4. Вітлінський В. В. Ризикологія в економіці та підприємництві : монографія / В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. — К. : КНЕУ, 2004. — 480 с.
5. Вітлінський В. В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц. / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко. — К. : КНЕУ, 2000. — 292 с.
6. Вітлінський В. В. Аналіз зваженого середньгеометричного як функції корисності в проблемах прийняття рішень, обтяжених ризиком / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко, О. С. Компаніченко // Вчені записки КНЕУ. — 1998. — Вип. 1. — С. 184—189.
7. Вітлінський В. В. Моделювання раціональної структури портфеля // Машинна обробка інформації. — 1996. — Вип. 58. — С. 71—83.
8. Вітлінський В. В. Моделювання та оптимізація ризику в стратегічному менеджменті // Машинна обробка інформації. — 1995. — Вип. 57. — С. 91—102.
9. Вітлінський В. В. Наконечний С.І. Ризик у менеджменті / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний. — К.: Борисфен-М, 1996. — 336 с.
10. Вітлінський В. В. Економічний ризик і методи його вимірювання : підруч. / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний, О. Д. Шарапов. — К. : ІЗМН, 1996. — 400 с.

11. Грабовый П. Г. Петрова С.Н., Полтавцев С.И. и др. Риски в современном бизнесе / П. Г. Грабовый, С. Н. Петрова, С. И. Полтавцев и др. — М. : Аланс, 1994. — 200 с.
12. Економічний ризик: ігрові моделі : навч. посіб. / [В. В. Вітлінський, П. І. Верченко, А. В. Сігал, Я. С. Наконечний]; за ред. д-ра екон. наук, проф. В. В. Вітлінського. — К. : КНЕУ, 2002. — 446 с.
13. Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р. Л. Кини, Х. Райфа. — М.: Наука, 1981. — 560 с.
14. Лукашин Ю. П. Оптимизация структуры портфеля ценных бумаг / Ю. П. Лукашин // Экономика и математические методы. — 1995. — Т. 31. — Вып. 1 — С. 138—150.
15. Мирзоахмедов Ф. М. Математическая модель и методы управления производством с учетом случайных факторов. — К. : Наукова думка, 1991. — 224 с.
16. Первозванский А. А. Финансовый рынок: расчет и риск / А. А. Первозванский, Т. Н. Первозванская. — М. : Инфра-М, 1994. — 192 с.
17. Статистическое моделирование и прогнозирование : учебн. пособие / [Г. М. Гамбаров, Н. М. Журавель, Н. М. Королёв и др.] ; под ред. А. Г. Гранберга. — М. : Финансы и статистика, 1990. — 382 с.
18. Финансовый менеджмент / под ред. Е. С. Стояновой. — М. : Перспектива, 1993. — 268 с.
19. Elton E. J. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis / E. J. Elton, M. J. Gruber // John Wiley and Sons. — 1987. — № 4.
20. Markowitz H. Portfolio Selekcion // J. of Finances. — 1952. — V. 7. — № 1. — P. 77—91.
21. Markowitz H. Portfolio Selekcion. Efficient Diversification of Investments. — New York : John Wiley and Sons, 1959.
22. Ruan T. M. Theory of portfolio selection. — Macmillan : London, 1978. — 279 p.
23. Sharpe W. F. Investments. — New York : Prentice-Hall, 1985 (3-nd edit).
24. Vince R. Portfolio management formulas. — New York : Wiliy, 1991.

ХЕДЖУВАННЯ РИЗИКІВ ЦІНОВИХ КОЛИВАНЬ ТА ПРИНЦИПИ ВИКОРИСТАННЯ ФОНДОВИХ ДЕРИВАТИВІВ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: поняття строкового ринку та строкових контрактів, поняття похідних цінних паперів (деривативів), історію розвитку ринку похідних інструментів, класифікацію похідних цінних паперів, поняття спотової та ф'ючерсної ціни, поняття базису, поняття довгої та короткої позиції, базові опціони стратегії, принципи хеджування та його види;

— *вміти*: оцінити вартість ф'ючерсного контракту, опціона, варанта, визначити часову та внутрішню премію за опціоном, розрахувати базис виходячи з витрат на зберігання та інших витрат, застосовувати хеджування для зниження ризику цінних коливань, користуватися моделлю Блека-Скоулза для оцінювання вартості опціона.

8.1. Економіко-правові властивості фондових деривативів

Питання хеджування ринкових ризиків нерозривно пов'язане зі становленням *строкової торгівлі* — торгівлі біржовими контрактами на строк.

Ф'ючерсна (строкова) торгівля виникла з біржової торгівлі реальним товаром у середині 19-го століття. Поява та розвиток строкової торгівлі зумовлені тим, що вона дозволила знизити фінансові ризики несприятливих цінних коливань, зменшити розміри резервного капіталу, прискорити повернення у грошовій формі авансованого капіталу, зменшити витрати обігу та загалом сприятливо впливати на розвиток торгівлі й ринкових відносин.

З розвитком торгових відносин на біржах почали укладати оптові товарні угоди не лише з негайною поставкою товару (*сно-*

това, або **готівкова**, **касова** торгівля), а й з поставкою товару через певний строк (як правило, через декілька місяців) у майбутньому (**строкова**, або **ф'ючерсна** торгівля). В останньому випадку досить часто угоди укладалися на товар, який іще навіть не був вироблений.

Торгівля з поставкою товарів через деякий строк у майбутньому вимагала більш чіткої стандартизації та надійних механізмів гарантування виконання угод. Цей фактор сприяв розробленню стандартизованих, уніфікованих біржових строкових контрактів (спочатку ф'ючерсних, а потім і опціонних) та подальшому їх обігу як самостійних об'єктів біржової торгівлі.

Таким чином, як свідчить світова практика, магістральним шляхом розвитку глобальної оптової ринкової торгівлі є організована біржова торгівля **строковими контрактами**.

Сучасний **строковий контракт** — це контракт із встановленими стандартними параметрами на купівлю або продаж певного базового активу в майбутньому, за ціною, погодженою у момент укладання контракту.

В Україні чинна нормативно-правова база не містить визначення строкового контракту. Замість цього введено англomовний термін «*дериватив*» (*derivative*). **Дериватив** — це стандартний документ, що засвідчує право та / або зобов'язання придбати або продати цінні папери, матеріальні або нематеріальні активи, а також кошти на визначених ним умовах у майбутньому.

Отже, в основі строкового контракту (деривативу) можуть бути різні базові активи (реальні товари, цінні папери, валютні цінності, індекси тощо). Відповідно до виду цінностей деривативи поділяють на:

- **фондові** деривативи (в основі контракту — цінні папери);
- **валютні** деривативи (в основі — валютні цінності);
- **товарні** деривативи (в основі — реальний біржовий товар: зернові, м'ясо, метали, харчові продукти та волокна, енергоносії, деревина тощо).

Стандартизований біржовий строковий контракт, базовим активом якого є цінні папери, відносно них стає **похідним цінним папером**.

Похідні цінні папери (фондові деривативи) — це особливі цінні папери, оскільки вони лише фіксують проміжні права контрагентів у процесі укладання угоди. Вони не надають їх власнику права власності на цінні папери, які є базою контракту, проте засвідчують його право та / або обов'язок на купівлю чи продаж цих активів у *майбутньому* за встановленою у *теперішній* час ціні.

Зазначимо, що Закон України «Про цінні папери і фондовий ринок» [2] отожднює поняття «похідні цінні папери» з поняттям «деривативу», хоча, на нашу думку, коректніше вважати, що паперами синонімів є: «*похідний фінансовий інструмент — дериватив*» та «*похідний цінний папір — фондовий дериватив*».

Нагадаємо, що у цьому Законі міститься таке означення: *похідні цінні папери* — цінні папери, механізм випуску та обігу яких пов'язаний із правом на придбання чи продаж протягом строку, встановленого договором, цінних паперів, інших фінансових та/або товарних ресурсів.

Вимоги до стандартної (типової) форми деривативів затверджено однойменною *Постановою Кабміну* [3]. Випуск та обіг фондових деривативів регламентується відповідними *Правилами ДКЦПФРУ* [4], а валютних деривативів — *Правилами НБУ* [5]. Також існує Рішення ДКЦПФРУ «Про впорядкування випуску та обігу деривативів» [6].

Варто наголосити, що в Україні, на жаль, ще не встановилася єдина, загальноприйнята термінологія щодо строкової торгівлі, більшість дефініцій у законодавчих та нормативних документах є калькованими англомовними термінами та містять суперечливі, а подекуди й сумнівні визначення. На наш погляд, основною причиною цього є неповнота, неузгодженість та неврегульованість українського законодавства у цій сфері. Роз'яснення наявних суперечностей української термінології та інші проблеми становлення вітчизняного ринку деривативів описано у праці автора [7].

Економічну сутність (загальну теорію) похідних фінансових інструментів широко висвітлено у спеціалізованих виданнях (див. наприклад [11—17]). У межах цього посібника зосередимося насамперед на питаннях оцінювання вартості деривативів та аналізу ефективності строкових операцій в аспекті хеджування ринкових ризиків.

Відповідно до чинного українського законодавства до деривативів належать *ф'ючерси, опціони та варанти*.

Усі ці різні типи строкових контрактів об'єднує те, що вони передбачають поставку товарів лише через *визначений строк у майбутньому*, проте, укладаючи такий контракт, його сторони обговорюють усі умови договору *в момент його укладання*¹. Тобто строкові угоди відрізняються від спотових тим, що у них розі-

¹ Укладання строкового контракту називають *відкриттям позиції*. Закриття позиції за строковим контрактом здійснюється або шляхом виконання зобов'язання з купівлі чи продажу базового активу контракту, або шляхом виконання спеціальної *офсетної* (оберненої) угоди.

рвані в часі момент укладення угоди та момент виконання зобов'язань.

Отже, аналіз похідних фінансових інструментів має враховувати існування двох типів цін: **спотових** (реальних) та **ф'ючерсних** цін.

Спотова ціна — це ціна, за якою фактичний товар продається та купується на ринку в теперішній час.

Спотові ціни відповідають існуючому балансу попиту та пропозиції на фактичний товар.

Ф'ючерсна ціна — це ціна виконання строкового контракту.

Ф'ючерсні ціни безпосередньо залежать від спотових. Найбільшому впливу з боку спотових цін піддані ф'ючерсні ціни з найближчим строком виконання контракту, оскільки вони незабаром стануть спотовими цінами. Більш віддалені в часі ф'ючерсні ціни є менш чутливими до теперішніх. Отже, ф'ючерсні ціни не лише реагують на зміни спотової ціни, але й включають у себе очікування учасників ринку.

Таким чином, вартість похідних фінансових інструментів тісно взаємопов'язана із цінами на відповідні базові активи. Причому ф'ючерсна ціна є лише прогнозом учасників ринку щодо реальної (спотової) ціни, яка встановиться в майбутньому. У момент виконання строкового контракту *ф'ючерсна* (контрактна) ціна стає *спотовою* (ціною реального ринку).

Крім того, спільним для всіх типів строкових контрактів є те, що однією з основних цілей їх укладання є страхування (*хеджування*) від ризику непередбачуваних несприятливих цінових коливань (*ринкового ризику*).

8.2. Сутність хеджування та його використання в управлінні ризиком

Унікальність похідних цінних паперів полягає в особливих цілях їх використання. *Боргові* цінні папери застосовують як засіб комерційного кредиту, *пайові* цінні папери — як інструмент, що підтверджує права власності. *Похідні* цінні папери (деривативи) історично виникли та використовуються з метою **хеджування**,

що вважається одним з основних способів **зниження ступеня ризику** фінансової операції¹.

Хеджування (*hedging*) — це біржове страхування від несприятливих цінових коливань, що базується на різниці в динаміці цін реальних товарів і цін строкових контрактів на цей самий біржовий товар. Іншими словами, хеджування — це процес збалансування ринкових позицій учасників торгівлі з метою уникнення або мінімізації фінансових втрат.

Хедж — це строкова позиція, приблизно рівна позиції, котру буде мати хеджер на спотовому ринку. Також його можна визначити, як строкову угоду, що передуює більш пізній спотовій угоді.

Загалом, у строковій торгівлі виокремлюють два типи операцій — **хеджування** та **спекуляція**, що доповнюють одна одну.

Біржова спекуляція — це спосіб отримання прибутку в процесі біржової строкової торгівлі, що базується на різниці в динаміці цін строкових контрактів у часі, просторі та на різні види товарів.

Таким чином, відповідно до цілей, з якими учасники строкової торгівлі прийшли на ринок, їх можна поділити на **хеджерів** та **спекулянтів**.

Строкова торгівля створює унікальний механізм перенесення фінансових ризиків з хеджерів на спекулянтів.

Хеджери — це особи або компанії, котрі володіють або планують володіти реальним товаром та хочуть знизити ризик коливань вартості цього товару, а спекулянти, навпаки, не пов'язані з ринком реального товару, їх метою є отримання прибутку на ф'ючерсному ринку.

У той же час **спекулянт**, що виступає протилежною стороною за строковим контрактом, навпаки, не пов'язаний з ринком реального товару. Він добровільно приймає на себе цей ризик, оскільки сподівається отримати прибуток саме на строковому ринку за рахунок правильного прогнозу відповідних цінових коливань. Потенційна можливість отримати **спекулятивні** доходи (курсову різницю) приваблює багатьох учасників ринку, що, у свою чергу, підвищує ліквідність похідних фінансових інструментів та створює умови для стабілізації строкового ринку.

Таким чином, небажаний для **хеджера** ризик стає привабливою можливістю заробітку для **спекулянта**. Нормальне функціонування механізму хеджування вимагає обов'язкової присутності ринку обох типів учасників строкової торгівлі.

¹ Способи оптимізації ступеня ризику в процесі управління ризиком фінансової операції ілюструє рис. 3.2.

На строковому ринку спекулятивні угоди становлять домінуючу частину біржового обігу. Залежно від характеру біржових угод спекуляцію поділяють на такі види:

- *спекуляція на підвищенні цін* (таких спекулянтів називають «**биками**») — скупка біржових контрактів з метою їх подальшого перепродажу;

- *спекуляція на зниженні цін* (таких спекулянтів називають «**ведмедами**») — продаж біржових контрактів з метою їх подальшого відкупу;

- *спекуляція на співвідношенні цін (арбітражні операції)* на різних ринках одного товару, чи цін на товар з різними строками поставки.

Існує два основних типи хеджування:

- *хеджування купівлею* (довге хеджування), коли фірма купує строкові контракти;

- *хеджування продажем* (коротке хеджування), коли фірма продає строкові контракти.

Довге хеджування застосовується, наприклад, суб'єктами господарювання, котрі переробляють та споживають сировину, для гарантування прийнятних закупівельних цін та мінімізувати збитки за можливого підвищення цін.

Коротке хеджування використовується, наприклад, виробниками певної продукції, щоб гарантувати прийнятні ціни продажу та мінімізувати збитки у разі можливого падіння цін.

У спеціальній літературі (див. наприклад [11, 13]) виокремлюють іще багато видів хеджування: чисте, арбітражне, селективне, випереджувальне, перехресне, пропорційне тощо. Їх розгляд виходить за межі даного навчального посібника.

На організованому ринку хеджування може відбуватися за допомогою двох типів строкових контрактів: **ф'ючерсів** та **опціонів**.

8.3. Моделі оцінки ф'ючерсних контрактів

Згідно із «*Правилами випуску та обігу фондових деривативів*» [4] **ф'ючерсний контракт (ф'ючерс)** — стандартний документ, укладений як стандартизований контракт, який засвідчує **зобов'язання** продати (придбати) відповідну кількість базового активу у визначений час у майбутньому з фіксацією ціни базового активу під час укладання контракту.

Ф'ючерс є **твердою** угодою, оскільки він обов'язковий до виконання для обох сторін за контрактом.

Залежно від виду базового активу ф'ючерси поділяють на:

— *товарні* (базуються на купівлі-продажу реальних біржових товарів);

— *фінансові* (базою контракту є різноманітні фінансові інструменти).

Фінансові ф'ючерси, у свою чергу, поділяють на дві групи:

— фінансові ф'ючерси з *конкретною базою*, за якими можлива реальна поставка базового фінансового інструменту;

— фінансові ф'ючерси з *абстрактною базою*, виконання яких нереальне фізично.

До фінансових ф'ючерсів з конкретною базою належать:

- *відсоткові* ф'ючерси (*interest rate futures*) на казначейські облігації, векселі, білети тощо;

- *валютні* ф'ючерси (*currency futures*) на вільноконвертовані іноземні валюти.

Фінансовими ф'ючерсами з абстрактною базою є *індексні* ф'ючерси (*stock index futures*), котрі не передбачають будь-яких поставок цінних паперів, угоди закриваються через сплату різниці, що утворюється від руху індексу вгору або вниз.

За ф'ючерсом існує дві **позиції**:

- ◆ **довга** (позиція покупця ф'ючерсного контракту);

- ◆ **коротка** (позиція продавця ф'ючерсного контракту).

Ф'ючерсні контракти котируються на ринку за *ф'ючерсними цінами*, що відображають очікування учасників торгівлі щодо майбутніх спотових цін на базові активи цих ф'ючерсів.

Отже, оцінюючи ф'ючерсні контракти, необхідно розрізняти поняття «**ф'ючерсна ціна**» та «**вартість ф'ючерсного контракту**».

Ф'ючерсна (контрактна) ціна — це реальна ціна виконання ф'ючерсного контракту, за якою відповідно до цієї строкової угоди передбачено поставку базового активу в обумовлений термін у майбутньому.

Вартість ф'ючерсного контракту визначають тим приростом багатства, котру приносить інвестору сам факт наявності у нього відкритої ф'ючерсної позиції.

Позначимо ф'ючерсну ціну в момент відкриття контракту (ціну виконання контракту) як f_t . Нехай через деякий проміжок часу k реальна ціна аналогічного базового активу зміниться і становитиме величину f_{t+k} .

Якщо $f_{t+k} > f_t$, тобто ринкова ціна базового активу підвищується, то виконувати ф'ючерсний контракт (із фіксованою ф'ючерсною ціною) вигідно покупцю ф'ючерсу, оскільки, за ф'ючерсом, він може купити товар дешевше, ніж на спотовому ринку. Отже, у цьому разі вартість однієї відкритої довгої позиції за ф'ючерсним контрактом дорівнюватиме додатній величині $f_{t+k} - f_t$.

Якщо $f_{t+k} < f_t$, тобто ринкові ціни падають, то навпаки — у виграші продавець ф'ючерсу, тож вартість однієї відкритої короткої позиції дорівнює додатній величині $f_t - f_{t+k}$.

Контрагенти за ф'ючерсними угодами завжди знаходяться у протилежних позиціях, тобто, коли у виграші покупці контрактів, то продавці — у програші, та навпаки.

Таким чином, коли торговець цінними паперами орієнтується на майбутнє підвищення ринкової ціни базового активу, він повинен займати за ф'ючерсом довгу позицію, а коли на зниження — коротку.

Ще раз зазначимо, що в момент виконання ф'ючерсного контракту ф'ючерсна ціна стає спотовою.

Різницю в ціні базового товару в момент укладання ф'ючерсного контракту на спотовому і ф'ючерсному ринках називають **базисом**.

Базис може бути додатною чи від'ємною величиною. Його розраховують так: *спотова ціна мінус ф'ючерсна ціна*. Правильна оцінка динаміки зміни базису допомагає правильно розробити стратегію торгівлі ф'ючерсними контрактами.

За відкритої короткої позиції посилення (зростання) базису сприяє збільшенню доходу, а за довгої — навпаки, послаблення (зменшення) базису зумовлює збільшення доходу за ф'ючерсними контрактами.

У момент укладання контракту ф'ючерсна ціна може бути вищою від спотової (**контанго** — *contango*) або нижчою за спотову (**бекуордейшн** — *backwardation*). У більшості випадків на ринку спостерігається ситуація контанго, оскільки в ціну угоди з поставкою реального товару через деякий час у майбутньому, на відміну від негайної поставки товару, як правило, закладено певні *витрати на зберігання товару*.

Отже, загальноприйнятий метод оцінки ф'ючерсних контрактів полягає в обчисленні **витрат на зберігання** (*carrying charge*). У загальному випадку, коректніше говорити навіть не про витрати на зберігання (цей термін майже не застосовний для фондових

ф'ючерсів), а про **витрати, пов'язані з володінням** деяким реальним або фінансовим активом.

Зазвичай їх поділяють на три основні складові:

1) **власне, витрати на зберігання**: для реальних активів (товарів) — це складські витрати, витрати на страхування і т. ін. Для фінансових активів — це ті збитки (прибутки), котрі забезпечує цей фінансовий інструмент за певний період. Наприклад, для акцій витрати на зберігання — це виплачені за цей період дивіденди і т. ін.;

2) **витрати на фінансування**: для позичених коштів — це витрати на обслуговування боргу, для власних коштів — це неявні втрати, пов'язані з наявністю альтернативних можливостей інвестування тощо;

3) **витрати на транспортування** (для цінних паперів та інших фінансових інструментів ними можна знехтувати).

Приклад 8.1.

Вартість грудневих ф'ючерсів на зерно дорівнює 2000 грн за тону. Відомо, що витрати на зберігання зерна становлять 50 грн на місяць, на страхування — 10 грн на місяць, на обслуговування кредиту — 50 грн на місяць за кожен тону.

Необхідно знайти ринкову вартість березневих ф'ючерсів, якщо ринок відображає сукупні витрати зберігання на 80 %.

Вартість березневих ф'ючерсів порівняно з вартістю грудневих ф'ючерсів буде вищою за рахунок урахування витрат на зберігання за цей період часу. Оскільки строк зберігання з грудня по березень становить три місяці, то ринкова вартість березневих ф'ючерсів дорівнюватиме:

$$2000 + (50 + 10 + 50) \cdot 3 \cdot 0,8 = 2264 \text{ грн.}$$

Зрозуміло, що отримана величина є орієнтовною, оскільки враховує лише фактор витрат на зберігання, проте у разі суттєвих змін кон'юнктури ринку значний вплив можуть мати зовсім інші фактори, що позначаться на вартості відповідних ф'ючерсних контрактів.

Крім того, відповідно до динаміки ф'ючерсних цін (зростання чи спадання) за різними строками виконання контрактів виокремлюють **нормальний** та **інверсний** (витратний, «перевернутий») ринок.

Нормальний ринок ураховує витрати на зберігання, тому на такому ринку ціни на більш пізні місяці послідовно зростають. Для нормального ринку існує межа, яку не може перевищувати

різниця між ціною контракту на певний місяць і ціною контракту на попередній місяць. Зазвичай ця різниця не підвищується більше ніж на 60—70 % від усіх витрат на зберігання.

Однак на ринку можлива ситуація, коли ф'ючерсні ціни на наступні місяці знижуються (через поточний дефіцит товару та т. ін.). Такий стан ринку отримав назву «**інверсний**» ринок.

Для реальних товарів ціни ф'ючерсних контрактів піддаються ще й сезонним коливанням. Загалом для прогнозу майбутніх цін ф'ючерсних контрактів застосовують методи технічного та фундаментального аналізу¹ як ф'ючерсного, так і спотового ринку.

Механізм хеджування ф'ючерсними контрактами

Існує два основні типи хеджування ф'ючерсними контрактами:

♦ ***Хеджування купівлею (довге хеджування)***, коли хеджер купує ф'ючерсні контракти. Довге хеджування застосовують, наприклад, суб'єкти господарювання, котрі переробляють та споживають сировину, щоб гарантувати прийнятні закупівельні ціни та мінімізувати збитки за можливого підвищення цін.

♦ ***Хеджування продажем (коротке хеджування)***, коли хеджер продає ф'ючерсні контракти. Коротке хеджування використовують, наприклад, виробники певної продукції, щоб гарантувати прийнятні ціни продажу та мінімізувати збитки за можливого падіння цін.

Отже, хеджування ф'ючерсними контрактами можна визначати як ф'ючерсну угоду, що передує більш пізній аналогічній спотовій угоді.

Для опису механізму хеджування ф'ючерсними контрактами розглянемо хрестоматійний приклад про фермера, котрий вирощує та продає пшеницю, і мірошника, який закупає і переробляє її на борошно.

Обидва суб'єкти зацікавлені у страхуванні від ризику несприятливих цінових коливань на пшеницю. Фермер, очікуючи врожай, намагається в майбутньому гарантувати собі певну мінімальну ціну продажу, а мірошник хоче гарантувати собі в майбутньому певну максимальну ціну закупівлі незалежно від ринкової кон'юнктури. Для того щоб зафіксувати ці сподівані припустимі ціни, учасники торгівлі можуть скористатися механізмом хеджування ф'ючерсними контрактами.

Усі можливі сценарії розвитку подій для фермера та мірошника, котрі уклали ф'ючерсні контракти, зображено на рис. 8.1—8.4.

¹ Основні засади фундаментального і технічного аналізу розглянуто в розділі 10.

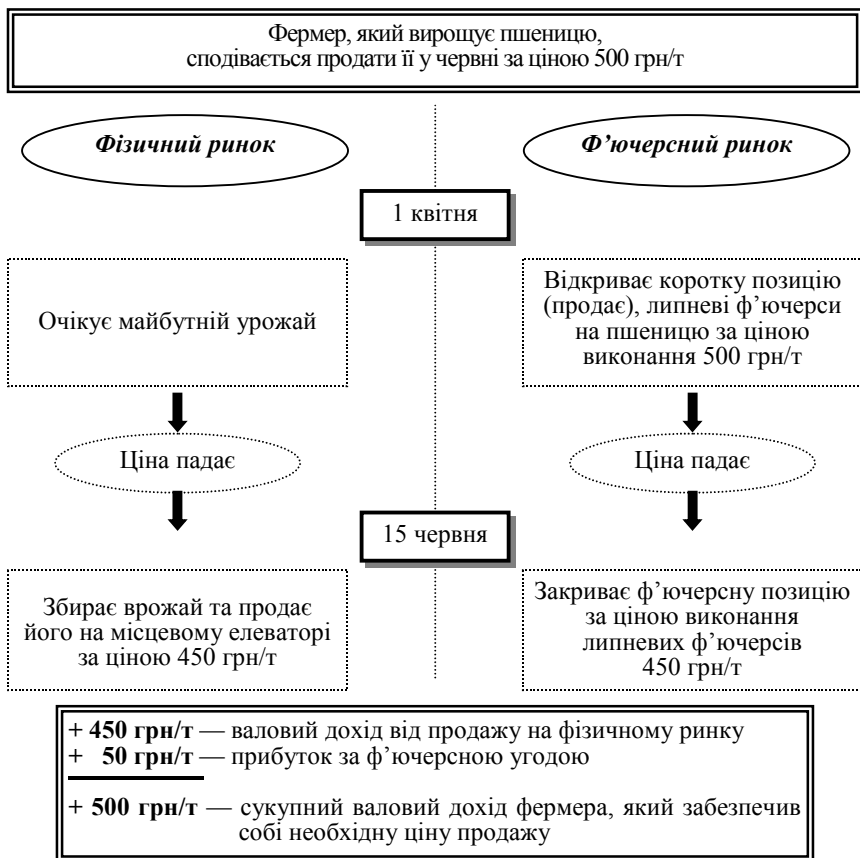


Рис. 8.1. Схема хеджування для фермера у разі падіння ринкових цін

Проаналізуємо проілюстрований на рис. 8.1 випадок. Зрозуміло, що падіння цін на фізичному ринку небажане для фермера, оскільки скорочує його валовий дохід від продажу пшениці. Якщо він розраховував на ціну 500 грн/т, то в ситуації, що склалася, він втрачає (недоотримує) на спотовому (фізичному) ринку 50 грн на кожній тонні товару. Однак за цей час відкрита коротка позиція на ф'ючерсному ринку забезпечила йому прибуток, що становить ті самі 50 грн/т. Отже, несприятливе для фермера падіння цін на спотовому ринку компенсується виграшем за короткою позицією на ф'ючерсному ринку, що у підсумку надає йому змогу отримати у червні сподівану (заплановану ще у квітні) ціну 500 грн/т.



Рис. 8.2. Схема хеджування для фермера у разі зростання ринкових цін

Ситуація, що проілюстрована на рис. 8.2, по суті, протилежна до попереднього випадку. Зростання цін на фізичному ринку сприятливе для фермера, оскільки надає йому змогу отримати надлишковий валовий дохід від продажу пшениці. Якщо він розраховував на ціну 500 грн/т, то в ситуації, що склалася, він додатково заробляє на фізичному ринку неочікувані 40 грн за кожен тону товару. Однак за цей час його відкрита коротка позиція на ф'ючерсному ринку завдала йому збитку, що становить ті самі 40 грн/т. Отже, додатковий прибуток фермера від зростання цін на спотовому ринку гаситься програшем за короткою позицією на ф'ючерсному ринку, що у підсумку надає йому змогу отримати у червні сподівану (заплановану ще у квітні) ціну 500 грн/т.



Рис. 8.3. Схема хеджування для мірошника
у разі зростання ринкових цін

Тепер розглянемо приклад хеджування для мірошника у разі зростання ринкових цін (рис. 8.3). Якщо він запланував купити пшеницю у грудні за ціною 540 грн/т, то зростання цін на фізичному ринку до 600 грн/т збільшує його витрати на 60 грн на кожній тонні. Проте за цей час відкрита ним довга позиція на ф'ючерсному ринку забезпечила йому прибуток, що становить ті самі 60 грн/т. Отже, несприятливе для мірошника зростання цін на спотовому ринку компенсується виграшем за довгою позицією на ф'ючерсному ринку, що у підсумку надає йому змогу отримати у грудні сподівану (заплановану ще у липні) ціну купівлі 540 грн/т.

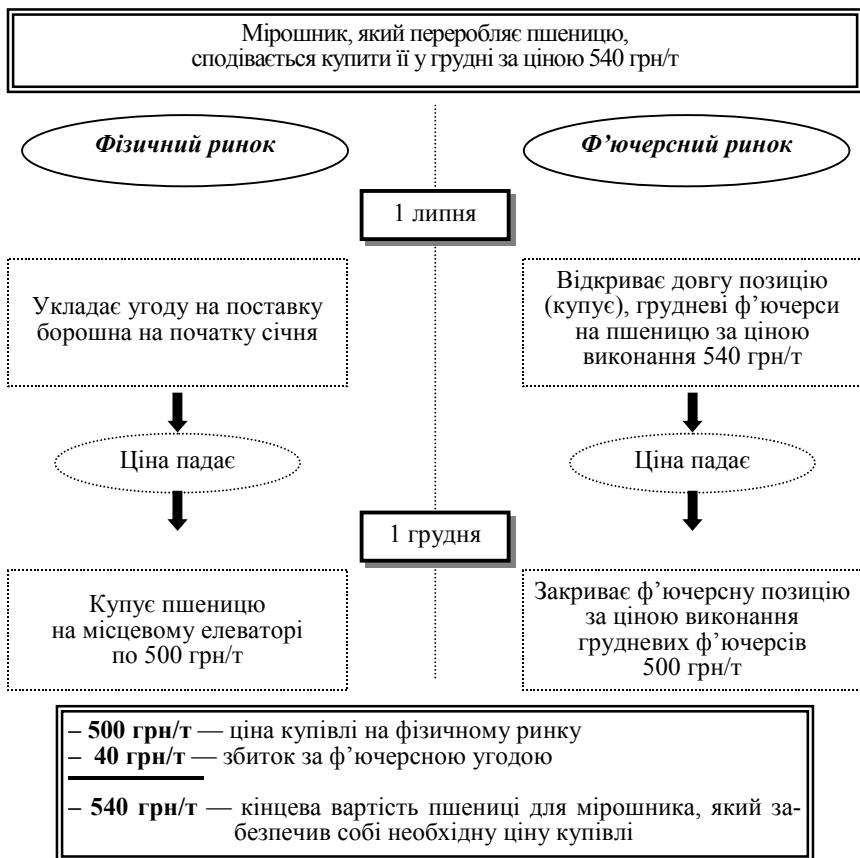


Рис. 8.4. Схема хеджування для мірошника у разі падіння ринкових цін

Ситуацію хеджування мірошника у разі падіння ринкових цін ілюструє рис. 8.4. Падіння цін на фізичному ринку сприятливе для мірошника, оскільки надає йому змогу зекономити на закупівлі пшениці 40 грн/т. Однак за цей час через відкриту довгу позицію на ф'ючерсному ринку мірошник зазнав збитку, що становить ті самі 40 грн/т. Отже, сприятливе для мірошника падіння цін на спотовому ринку гаситься програшем за довгою позицією на ф'ючерсному ринку, що у підсумку надає йому змогу отримати у грудні сподівану (заплановану ще у липні) ціну купівлі 540 грн/т.

Проаналізувавши всі чотири варіанти розвитку подій, що можуть виникнути під час хеджування ф'ючерсними контрактами, можна зробити деякі узагальнювальні **висновки**.

Принцип хеджування ф'ючерсними контрактами: коли необхідно застрахуватися від небажаного падіння ринкових цін, використовують коротке хеджування, а коли, навпаки, несприятливим є зростання цін, використовують довге хеджування.

Укладання ф'ючерсного контракту фактично гарантує учасникам угоди отримати у майбутньому обумовлену ціну незалежно від ринкових змін (за винятком операційних та інших витрат), зводячи майже до нуля вплив ризику цінових коливань. Проте необхідно чітко усвідомлювати, що ф'ючерсний хедж, захищаючи від збитків через *несприятливий* рух цін, не дозволить отримати неочікуваний додатковий прибуток, спричинений *сприятливим* рухом цін.

8.4. Моделі оцінки опціонів

Опціон (*option*) — це *право*, але не зобов'язання, купити (у випадку опціону — на купівлю) або продати (у випадку опціону — на продаж) обумовлений в опціоні актив за встановленою під час укладання цього контракту ціною у визначений термін у майбутньому або протягом цього терміну в обмін на сплату *премії*.

Слово «опціон» (*option*) означає «вибір». Для покупця контракту опціон є *умовною* угодою, оскільки покупець може виконувати чи не виконувати цей строковий контракт за власним бажанням, за що власне і сплачує премію. Для продавця контракту опціон є *твердою* угодою, оскільки продавець отримавши премію, зобов'язується виконати угоду з базовим активом, коли цього зажадає покупець. Незалежно від того, що вирішив покупець опціону — чи виконувати цю угоду, чи ні, видана ним премія залишається у продавця.

Премія фактично є ринковою вартістю опціону, оскільки вона являє собою суму, яку погодився сплатити покупець опціону та погодився отримати продавець опціону.

Розрізняють два основні типи опціонів:

- **опціон на купівлю** — «*кол*» (*call option*) — опціон з правом купівлі базового активу;
- **опціон на продаж** — «*пут*» (*put option*) — опціон з правом продажу базового активу.

Існує дві позиції за опціоном — позиція покупця (**довга** позиція) та позиція продавця (**коротка** позиція).

Комбінації можливих позицій та типів опціонів формують чотири прості опціонні стратегії:

- ✓ **«довгий кол»** — купівля опціону на купівлю базового активу;
- ✓ **«короткий кол»** — продаж опціону на купівлю базового активу;

- ✓ **«довгий пут»** — купівля опціону на продаж базового активу;
- ✓ **«короткий пут»** — продаж опціону на продаж базового активу.

За терміном дії опціон може бути двох видів:

- **американський**, який може бути виконаний у будь-який момент до закінчення строку дії опціону;

- **європейський**, який може бути виконаний лише на дату закінчення строку його дії.

Зазначимо, що найбільшого поширення у світі набув американський опціон.

В аспекті фінансового моделювання кожний опціон описується такими основними параметрами:

- ринкова ціна базового активу;
- ціна виконання контракту (*execution striking price*);
- дата закінчення строку дії опціонної угоди (*expiration date*);
- величина опціонної премії (вартість опціону).

В оцінці опціонів ключовим є питання визначення опціонної премії, оскільки вона фактично є *ринковою вартістю* опціону.

Розмір опціонної премії визначають з урахуванням багатьох чинників, зокрема:

- загальної суми строкового контракту;
- ринкової ціни базового активу;
- ціни виконання контракту;
- показниками цінової мінливості (ступенем ризику цінових коливань) щодо базового активу;
- проміжком часу до закінчення строку дії опціонної угоди.

Практика свідчить, що зазвичай на розвинених західних біржових ринках сума премії не перевищує 10 % від загальної суми строкового контракту.

Фактори часу та вартості щодо опціону теж певним чином впливають на розмір премії. Вважається, що премія опціону складається з двох компонентів:

- внутрішньої вартості (*intrinsic value*);
- часової вартості (*time value*).

Пояснимо спочатку, чим визначають **часову вартість** опціону. Річ у тім, що покупці опціонів готові сплатити більшу премію за опціони з довшим строком виконання, оскільки вони мають більше часу на здійснення їхніх сподівань, а продавці опціонів вимагають більшої премії за опціони з більшим строком виконання, оскільки вони ризикують протягом більшого періоду часу.

Отже, у переважній більшості випадків виконується такий принцип: чим більший строк виконання опціону, тим вища його часова вартість, що відображається у більшому розмірі премії.

Внутрішня вартість опціону показує, наскільки останній перебуває «у грошах» («*in the money*») або «без грошей» («*out of the money*»). Опціони «без грошей» не мають внутрішньої вартості, їхня премія цілком складається лише з часової вартості. Премія опціону «без грошей», за яким майже закінчився строк виконання, прямує до нуля.

Уведемо таку систему позначень: V — часова вартість, C_k — ціна виконання контракту, C_p — ринкова ціна базового активу.

Тоді внутрішня вартість опціону визначатиметься як різниця між ціною за контрактом (C_k) та ринковою ціною (C_p).

Говорять, що опціон «кол» перебуває «у грошах», коли ринкова ціна базового активу вища, ніж ціна виконання контракту. Дійсно, у такому разі покупець опціону «кол» має можливість заробити гроші, скориставшись правом купити базовий актив за контрактом дешевше, ніж на ринку. Зрозуміло, що коли навпаки — на спотовому ринку базовий актив коштує дешевше, ніж за контрактом, то такий опціон «кол» перебуває «без грошей», та покупець цього опціону не буде його виконувати.

Отже, ринкову вартість (премію) опціону «кол» обчислюють так:

$$\text{премія «кол»} = (C_p - C_k) + V.$$

Говорять, що опціон «пут» перебуває «у грошах», коли ціна виконання контракту вища, ніж ринкова ціна базового активу. Пояснюється це тим, що покупець такого опціону в цьому разі може заробити гроші, скориставшись власним правом продати базовий актив за контрактом дорожче від спотової ринкової ціни. Навпаки, опціон «пут» перебуває «без грошей», коли ціна виконання контракту нижча від ринкової ціни базового активу, оскільки в цьому разі покупцю опціону вигідніше продати базовий актив на спотовому ринку, ніж за опціонним контрактом.

Отже, ринкову вартість (премію) опціону «пут» обчислюють так:

$$\text{премія «пут»} = (C_k - C_p) + V.$$

Зрозуміло, що оскільки премія фактично є *ринковою вартістю* опціону, то опціони, що перебувають «у грошах», матимуть вищу премію, ніж опціони, що перебувають «без грошей».

За будь-яким типом опціонного контракту говорять, що опціон перебуває «поряд з грошима», якщо його ціна виконання майже дорівнює спотовій ринковій ціні. Премія за таким опціоном майже повністю складається з часової вартості.

Покупець будь-якого опціону розраховує, що цей строковий контракт через визначений період часу буде опціоном «у грошах», а продавець — навпаки, отримавши премію, сподівається, що опціон буде «без грошей», чи хоча б — «поряд із грошима».

Аналіз вищенаведених виразів щодо премій опціонів «кол» та «пут» надає змогу зробити ще кілька висновків:

— підвищення ринкової ціни базового активу збільшує розмір премії для опціону «кол» та зменшує розмір премії для опціону «пут», і навпаки;

— опціон «кол» з нижчою ціною виконання повинен мати більшу премію, ніж опціон «кол» з вищою ціною виконання;

— опціон «пут» з нижчою ціною виконання повинен мати меншу премію, ніж опціон «пут» з вищою ціною виконання.

Фінансовий результат опціонної угоди значною мірою визначається розміром сплаченої премії (фактичною вартістю опціону для покупця). Можливі фінансові результати опціонної угоди залежно від динаміки ринкових цін базових активів подано в табл. 8.1.

Таблиця 8.1

ВАРТІСНІ ОЦІНКИ ОПЦІОННОЇ УГОДИ

Опціонна стратегія	Відношення ціни базового активу (C_p) до ціни виконання опціону (C_k)	Виконання опціону	Фінансовий результат опціонної угоди
Купівля колу	$C_p > C_k$	Буде виконаний	$C_p - C_k - \text{Премія}$
	$C_p \leq C_k$	Не буде виконаний	– Премія
Продаж колу	$C_p > C_k$	Буде виконаний	$\text{Премія} - C_p + C_k$
	$C_p \leq C_k$	Не буде виконаний	+ Премія
Купівля путу	$C_p \geq C_k$	Не буде виконаний	– Премія
	$C_p < C_k$	Буде виконаний	$C_k - C_p - \text{Премія}$
Продаж путу	$C_p \geq C_k$	Не буде виконаний	+ Премія
	$C_p < C_k$	Буде виконаний	$\text{Премія} - C_k + C_p$

Аналіз розглянутих опціонних стратегій, наведений у табл. 8.1, дає змогу зробити висновки, що довга позиція (позиція покупця контракту) обмежує втрати (розміром премії) і майже не обмежує можливий прибуток. Коротка позиція (позиція продавця контракту), навпаки — обмежує прибуток і майже не обмежує можливі втрати. Проте торговця в короткій позиції задовольняє й відносна стабільність ціни, коли цінові коливання менші від розміру премії.

За **опціону «кол»** перерозподіл прибутків та збитків, а отже й виконання опціонного контракту, відбуваються у разі зростання ціни контракту, а за **опціону «пут»** — у разі зниження ціни. В інших випадках особа в довгій позиції просто не буде виконувати відповідний опціон, а прибуток особи в короткій позиції дорівнюватиме розміру премії.

Зазначимо також, що коли учасник ринку розраховує на підвищення ринкової ціни базового активу, він повинен або купувати опціон «кол» або продавати «пут». Якщо ж він розраховує на зниження ринкової ціни, то навпаки — він повинен або купувати опціон «пут», або продавати опціон «кол».

Особливим видом опціонів є **варант**. Відповідно до «Правил випуску та обігу фонових деривативів»: **варант (warrant)** — різновид опціону на купівлю, який зазвичай випускає емітент разом із власними привілейованими акціями чи облігаціями і надає право на купівлю визначеної кількості простих акцій цього емітента протягом певного періоду за визначеною ціною.

Незважаючи на те що в початковий момент варанти виписують разом з відповідними акціями чи облігаціями (додаються до них), потім вони можуть мати незалежний від базових інструментів обіг як похідні цінні папери.

Зазначимо, що хоча варант є різновидом опціону «кол», його ринкову вартість обчислюють трохи по-іншому. Наприклад, якщо варант надає його власнику право купити n акцій за ціною Π_k , коли ринкова вартість цих акцій дорівнює Π_p , то ринкова вартість варанта становитиме:

$$\text{ціна варанта} = (\Pi_p - \Pi_k) \cdot n.$$

Зрозуміло, що коли $\Pi_p \leq \Pi_k$, то такий варант нічого не коштує.

Розглянувши основні вартісні характеристики опціонів, перейдемо до опису механізму хеджування опціонними контрактами.

Механізм хеджування опціонами

Стратегії хеджування опціонами досить різноманітні. Існують чотири *прості (базові) стратегії* та безліч *складних (комбінованих)* і *синтетичних стратегій*.

У межах цього навчального посібника розглянемо лише базові стратегії хеджування опціонами.

У разі застосування базових опціонних стратегій **правило хеджування** полягає в тому, що за хеджування від падіння курсу базового активу слід купувати опціон на продаж або продавати опціон на купівлю, а за хеджування від підвищення курсу потрібно навпаки — продавати опціон на продаж або купувати опціон на купівлю.

Для обґрунтування наведеного правила розглянемо розподіл прибутків та збитків за кожною з чотирьох базових опціонних стратегій.

Стратегія купівля «колу»

Нехай покупець опціону «кол» придбав цей контракт за ціною виконання C_k за величину премії P . Проаналізуємо його можливі прибутки та збитки залежно від змін ринкової ціни базового активу контракту (рис. 8.5).

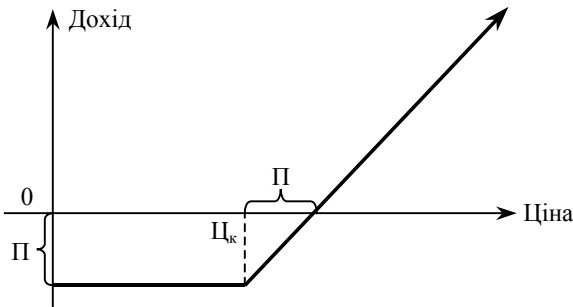


Рис. 8.5. Стратегія купівля «колу»

Доки ринкова ціна базового активу нижча за ціну виконання, покупцю немає сенсу виконувати опціон, оскільки на ринку він може купити дешевше, ніж за укладеним контрактом. У цьому разі його збитки дорівнюють розміру премії.

Коли ринкова ціна базового активу опціону стає більшою за ціну виконання контракту, покупець буде виконувати опціон.

Причому, поки різниця між ринковою ціною та ціною виконання контракту менша за розмір премії, покупець опціону «кол» зазнає збитків, але з необмеженим зростанням ринкової ціни його прибуток теж необмежено зростає.

Таким чином, покупцю опціону «кол» вигідне зростання ринкової ціни базового активу контракту. У разі зниження ціни покупець не буде виконувати цей контракт і його втрати дорівнюватимуть розміру премії¹.

Стратегія продаж «колу»

Нехай продавець опціону «кол» одержав від покупця опціону премію Π за продаж цього контракту за ціною виконання C_k . Проаналізуємо його можливі прибутки та збитки залежно від змін ринкової ціни базового активу контракту (рис. 8.6).

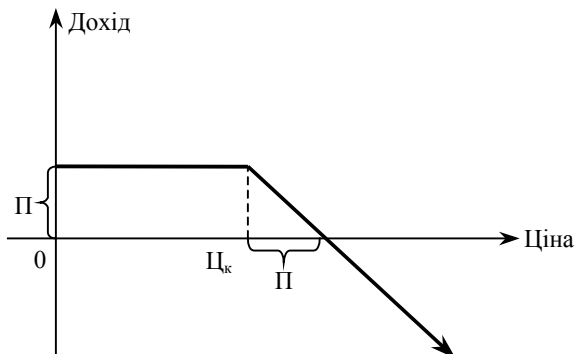


Рис. 8.6. Стратегія продаж «колу»

Не важко здогадатися, що фінансові результати продавця опціону «кол» будуть прямо протилежними результатам покупця.

Доки ринкова ціна базового активу нижча за ціну виконання, продавець отримує прибуток, що дорівнює розміру премії.

Коли ринкова ціна базового активу опціону стає більшою за ціну виконання контракту, продавець починає втрачати частину своєї премії. Якщо різниця між ринковою ціною та ціною виконання контракту стає більшою за розмір премії, то продавець зазнає збитків. Причому у разі необмеженого збільшення ринкової ціни збитки продавця теж необмежені.

¹ Тут і далі розглядатимемо опціонні стратегії спрощено — без урахування операційних витрат, податків тощо.

Стратегія купівля «путу»

Нехай покупець опціону «пут» придбав цей контракт, ціна виконання якого C_k , за премію P . Проаналізуємо його можливі прибутки та збитки залежно від змін ринкової ціни базового активу контракту (рис. 8.7).

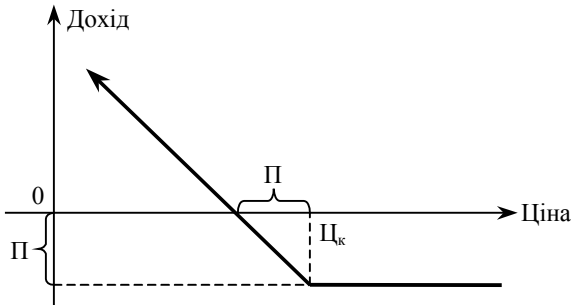


Рис. 8.7. Стратегія купівля «путу»

Доки ринкова ціна базового активу вища за ціну виконання, покупець опціону «пут» не буде виконувати цей контракт, втрачаючи обмежену суму, що дорівнює величині премії.

За зниженням ринкової ціни порівняно з ціною виконання покупцю опціону «пут» стає вигідним продаж за цим контрактом. Отже, він буде виконувати контракт, причому чим більше буде падати ринкова ціна активу, тим більшими будуть його прибутки.

Стратегія продаж «путу»

Нехай продавець опціону «пут» одержав від покупця опціону премію P за продаж цього контракту за ціною виконання C_k . Проаналізуємо його можливі прибутки та збитки залежно від змін ринкової ціни базового активу контракту (рис. 8.8).

Фінансові результати продавця опціону «пут» будуть протилежними результатам покупця цього опціону.

Доки ринкова ціна базового активу вища за ціну виконання, продавець опціону «пут» отримує прибуток, що дорівнює розміру премії.

У разі зниження ринкової ціни, порівняно з ціною виконання, продавець починає втрачати частину своєї премії. Якщо різниця між ринковою ціною та ціною виконання контракту стає більшою за розмір премії, то продавець зазнає збитків. Причому за

майже необмеженого зниження ринкової ціни (аж до нуля) збитки продавця теж майже необмежені.

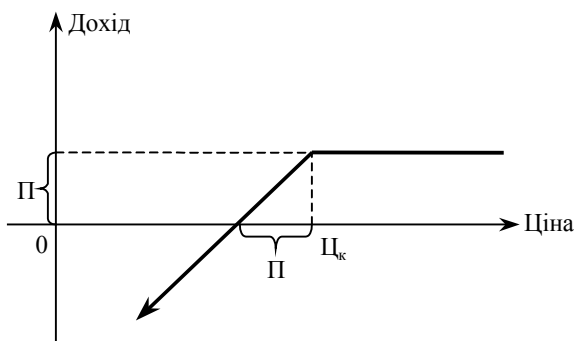


Рис. 8.8. Стратегія продаж «путу»

Загалом, аналіз розглянутих стратегій дає змогу зробити **висновки**, що **довга позиція** обмежує втрати (розміром премії) і майже не обмежує можливий прибуток. **Коротка позиція** навпаки — обмежує прибуток і майже не обмежує можливі втрати. Проте торговця в короткій позиції задовольняє й відносна стабільність ціни, коли цінові коливання менші від розміру премії.

За **опціону «кол»** перерозподіл прибутків та збитків, а отже й виконання опціонного контракту, відбуваються у разі зростання ціни контракту, а за **опціону «пут»** — у разі зниження ціни. В інших випадках особа в довгій позиції просто не буде виконувати відповідний опціон, а прибуток особи в короткій позиції дорівнюватиме розміру премії.

Таким чином, ми дійшли висновків, що коли учасник ринку розраховує на підвищення ринкової ціни базового активу, він повинен або купувати опціон «кол» або продавати «пут». Якщо ж він розраховує на зниження ринкової ціни, то навпаки — він повинен або купувати опціон «пут», або продавати опціон «кол».

Поява опціонних контрактів надала учасникам торгівлі нові стратегії хеджування. Так особа, яка використовувала довгий ф'ючерсний хедж, може застосувати для тих самих цілей довгий «кол». А короткий ф'ючерсний хедж може ефективно замінити довгий «пут».

Основна перевага опціонних хеджів над ф'ючерсними полягає в тому, що ризик покупця опціону (хеджера) обмежений розміром премії, а отже, повністю відомий із самого початку угоди.

Оскільки за використання опціонів витрати на хеджування не перевищують розмір сплаченої премії, то коли ринкові спотові ціни рухаються у сприятливому для хеджера напрямі, опціонний хедж ефективніший (менш витратний) за ф'ючерсний. Але коли ринкові спотові ціни майже не змінюються або змінюються в несприятливий бік, ф'ючерсний хедж стає ефективнішим за опціонний.

Існують спеціальні стратегії хеджування, побудовані з урахуванням міркувань хеджера щодо співвідношення обсягів укладених строкових контрактів з обсягами базового активу, що потрібно купити чи продати на спотовому ринку.

Базові стратегії на професійному жаргоні мають назву «*наївний хедж*», оскільки розглядаючи їх, ми неявно передбачали, що загальний обсяг відкритих позицій за строковими контрактами дорівнює обсягу базових активів, що їх належить застрахувати. Інакше кажучи, за наївного хеджу обсяг базового товару та обсяг позицій за строковим контрактом на цей товар співвідносяться як один до одного.

На практиці наївний хедж доцільно використовувати лише у разі високої впевненості саме в несприятливих коливаннях ринкових цін. Завдання професійного учасника строкового ринку полягає в тому, щоб у разі потреби хеджування знайти таку кількість строкових позицій, що забезпечить максимальне зниження ступеня ризику за мінімальних витрат на таке страхування.

Моделі ціноутворення опціонів

Оцінюючи вартісні характеристики опціонів, так само, як і під час аналізу ф'ючерсних контрактів, будемо розуміти під **вартістю опціону** той приріст багатства, який забезпечує інвестору володіння цим строковим інструментом.

Ще раз наголосимо, що ринкову вартість опціону *на момент укладання* контракту можна оцінити розміром опціонної премії, яка, у свою чергу, складається з внутрішньої та часової вартості.

На момент виконання контракту компонента часової вартості прямує до нуля, тож загальну вартість опціону визначають лише компонентою внутрішньої вартості. Згадавши про те, як визначають внутрішню вартість опціонного контракту, а також те, що опціон «без грошей» внутрішньої вартості не має, можна записати **модель оцінювання вартості** опціону в момент його виконання.

Отже, вартість *європейського опціону «кол»* у момент його виконання:

$$C(0) = \max\{S - X, 0\}, \quad (8.1)$$

де $C(t)$ — вартість *європейського опціону «кол»* за час t до виконання контракту;

X — ціна виконання контракту;

S — ринкова ціна базового активу на спотовому ринку в момент виконання опціону¹.

Аналогічно вартість *європейського опціону «пут»* у момент його виконання:

$$P(0) = \max\{X - S, 0\}, \quad (8.2)$$

де $P(t)$ — вартість *європейського опціону «пут»* за час t до виконання контракту.

Зазначимо, що формули (8.1) і (8.2) справедливі також і для оцінювання вартості *американських* опціонів у момент закінчення строку існування угоди.

Нагадаємо, що *американський* опціон може бути виконаний у будь-який час до закінчення строку існування цього контракту. Отже, важливо оцінювати його вартість у будь-який момент часу, що належить строку дії цієї угоди. Зрозуміло, що протягом усього періоду існування опціонного контракту його вартості властиві певні ринкові коливання, тому більш коректним буде говорити лише про *інтервальні оцінки (граничні значення)*.

Вартість *американського опціону «кол»* $C_a(t)$ у момент часу t має бути в межах:

$$\max\{0, S - X\} < C_a(t) < S. \quad (8.3)$$

Аналогічно вартість *американського опціону «пут»* $P_a(t)$ у момент часу t має бути в межах:

$$\max\{0, X - S\} < P_a(t) < X. \quad (8.4)$$

Аналізуючи вирази (8.3) і (8.4), варто зазначити, що з одного боку, оскільки за своїм визначенням вартість — величина невід'ємна, то коли немає економічного сенсу виконувати опціон, його вартість дорівнюватиме нулю.

¹ Тут і далі, аби не заплутувати читача, обізнаного з іншими працями про оцінювання строкових контрактів (наприклад, [11, 14, 17]), будемо застосовувати найбільш поширену в економічній літературі з цієї тематики систему позначень.

З другого боку, можна стверджувати таке. За опціоном «кол» (до речі, як за американським, так і за європейським) ніхто не заплатить за право купівлі базового товару за контрактом більше, ніж вартість цього активу на фізичному ринку. За опціоном «пут» (як за американським, так і за європейським) ніхто не заплатить за право продажу базового товару за контрактом більше, ніж ціну, за якою це право можна реалізувати.

Для оцінювання вартості **європейського** опціону в будь-який момент часу з періоду існування контракту з урахуванням того, що цей контракт можна реально виконати лише через час t , належить урахувувати відповідний ефект дисконтування.

Таким чином, для **європейського** опціону формули (8.3) і (8.4), згідно з уведеними раніше позначеннями, набудуть такого вигляду:

$$\max\left\{0, S - \frac{X}{(1 + r_0)^t}\right\} \leq C(t) \leq S; \quad (8.5)$$

$$\max\left\{0, \frac{X}{(1 + r_0)^t} - S\right\} \leq P(t) \leq X, \quad (8.6)$$

де r_0 — безризикова ефективна ставка дисконтування.

Аналізуючи вирази (8.3)—(8.6), можна побачити, що вартість американського опціону (незалежно від його виду) завжди більша або дорівнює вартості аналогічного європейського опціону.

Можна стверджувати, що вартість *американського* опціону перевищує вартість аналогічного *європейського* опціону на додатну величину p , що є **премією за можливість дострокового виконання**:

$$C_a = C + p_c;$$

$$P_a = P + p_p.$$

Паритет вартості опціонів «кол» і «пут»

Вартість опціонів на купівлю та продаж з однаковою ціною виконання на один і той самий базовий актив пов'язана залежністю, що має назву **теореми про паритет вартостей опціонів «кол» і «пут»**¹.

¹ Наводимо цю теорему без доведення, котре можна знайти, наприклад, у [14, с. 320].

Згідно з цією теоремою для *європейських* опціонів необхідне виконання умови:

$$C(t) + \frac{X}{(1+r_0)^t} = P(t) + S. \quad (8.7)$$

Отже, знаючи вартість європейського опціону «кол», завжди можна знайти і вартість аналогічного йому опціону «пут», та навпаки.

Модель Блека — Скоулза

Одна з найбільш відомих та поширених для практичного застосування серед моделей ціноутворення опціонів — **модель (формула) Блека — Скоулза** (*Black—Scholes Formula*), що оцінює вартість європейського опціону на актив, який не передбачає проміжних виплат (наприклад дивідендів).

У математичному плані модель Блека—Скоулза — окремий випадок біноміальної формули, відомої також як модель **Кокса — Роса — Рубінштейна** (*Cox—Ross—Rubinstein model*).

Згідно з **моделлю Блека — Скоулза** вартість європейського опціону «кол» за t років до виконання обчислюють за формулою

$$C(t) = SF(z) - e^{-rt} XF(z - \sigma\sqrt{t}), \quad (8.8)$$

де S — поточна ринкова ціна базового активу;

X — ціна виконання опціону;

r — безризикова дохідність (ефективна річна ставка дохідності з неперервним складним процентом);

σ — стандартне відхилення дохідності базового активу;

$F(\cdot)$ — функція стандартного нормального розподілу, а параметр z визначають за формулою:

$$z = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}.$$

З виразу (8.8) можна бачити, що в основі моделі Блека—Скоулза лежить різниця між поточною ринковою ціною базового активу та ціною виконання опціону. Крім того, вона враховує тривалість опціону (строк до його виконання), величину безризикової ставки дохідності, ризикованість (цінову мінливість) активу тощо.

Приклад 8.2.

Нехай оцінюється опціон на купівлю визначеного виду акцій через півроку за ціною $X = 45$ грн. Причому дивіденди за акціями не виплачуються.

Відомо, що поточна ринкова ціна акцій $S = 50$ грн безризикова річна ставка дохідності $r = 10\%$, а стандартне відхилення ринкової дохідності акції¹, за цей період часу становить $\sigma = 0,525$.

Для того щоб скористатися формулою Блека — Скоулза, спочатку розрахуємо величину z :

$$z = \frac{\ln(50/45) + 0,1 \cdot 0,5 + 0,525^2 / 2 \cdot 0,5}{0,525 \cdot \sqrt{0,5}} = 0,6041.$$

Тоді $F(z) = 0,7271$; $F(z - \sigma\sqrt{t}) = 0,592$.

Тепер за формулою (8.8) отримаємо, що вартість європейського опціону «кол» $C(t) = 50 \cdot 0,721 - 45 \cdot e^{0,1 \cdot 0,5} \cdot 0,592 \approx 10,7$ грн.

Зауважимо, що виходячи з теореми про паритет вартостей опціонів «кол» і «пут», за моделлю Блека — Скоулза можна оцінювати й вартість опціону на продаж.

Отже, виходячи з виразу (8.8), з урахуванням співвідношення (8.7) та згідно з уведеними раніше позначеннями, вартість опціону «пут» обчислюють за формулою

$$P(t) = -S(1 - F(z)) + e^{-rt}X(1 - F(z - \sigma\sqrt{t})).$$

Зазначимо також, що модель Блека — Скоулза ґрунтується на багатьох **припущеннях**. Зокрема вважається, що операційних витрат та податків немає, ринкові ставки дохідності та цінова мінливість (ступінь ризику цінових коливань) постійні, існують можливості безризикових вкладень тощо.

Незважаючи на ці обмеження, модель Блека — Скоулза та її *модифікації* для різних видів базових активів знайшли широке застосування на розвинених строкових ринках Заходу.

Серед *модифікованих (уточнених)* моделей виокремимо **модель Гармана — Кольхагена** (*Garman — Kohlhagen model*) для валютних опціонів, яка має додатковий параметр, що враховує різницю за депозитними ставками для різних валют. Також цікава **модель Маргрейба** (*Margrabe model*), у якій, як показник мінливості цін, використовують не дисперсію, а коваріацію.

¹ Принципи визначення середнього квадратичного (стандартного) відхилення та інших показників міри мінливості ринкової дохідності розглянуто, наприклад, у [7, 9].

8.5. Моделі оцінки свопів

Своп — це угода між двома контрагентами про обмін у майбутньому платежами відповідно до визначених у контракті умов. У загальному вигляді своп можна розглядати як портфель форвардних контрактів, укладених між двома сторонами.

Процентний своп

Процентний своп полягає в обміні боргового зобов'язання з фіксованою відсотковою ставкою на зобов'язання із плаваючою ставкою. Учасники угоди обмінюються тільки процентними платежами, але не номіналами. Платежі здійснюються в єдиній валюті. За умовами свопу сторони зобов'язуються обмінюватися платежами протягом низки років. Зазвичай період дії угоди про своп коливається від двох до 15 років. Одна сторона сплачує суми за твердою відсотковою ставкою від номіналу, зафіксованого у контракті, а друга сторона — суми за плаваючою ставкою від цього номіналу. Плаваюча відсоткова ставка має дві складові. Як *плаваючу складову* у свопах часто використовують ставку *LIBOR* (London Interbank Offered Rate). Друга складова — *надбавка до бази* — називається *маржею*. *LIBOR* — це ставка міжбанківського лондонського ринку з надання коштів у євровалюті. Вона є плаваючою і переглядається за змін економічних умов. *LIBOR* — це відсоткова ставка, за якою банки позичають грошові кошти в інших банків на Лондонському міжбанківському ринку. *LIBOR* обчислюється Британською банківською асоціацією (British Banking Association) і є найбільш поширеним «індексним» показником короткострокових відсоткових ставок.

Особу, котра здійснює фіксовані виплати за свопом, зазвичай називають *покупцем свопу*, а особу, яка здійснює платежі за плаваючою ставкою, — *продавцем свопу*. За допомогою свопу учасники отримують можливість обмінювати свої зобов'язання з твердою відсотковою ставкою на зобов'язання з плаваючою ставкою, і навпаки.

Бажання здійснити такий обмін може виникнути, наприклад, через те, що сторона, яка випустила твердопроцентне зобов'язання, очікує падіння у майбутньому відсоткових ставок і тому в результаті обміну фіксованої ставки на плаваючу отримає можливість зняти із себе частину видатків з обслуговування бор-

гу. З другого боку, компанія, що випустила зобов'язання з плаваючою ставкою і очікує у майбутньому зростання відсоткових ставок, зможе уникнути збільшення своїх видатків з обслуговування боргу за рахунок обміну плаваючої ставки на фіксовану. Оскільки різні учасники економічних відносин по-різному оцінюють майбутню ринкову кон'юнктуру, то будуть виникати й можливості здійснення таких обмінів. У той же час привабливість процентного свопу полягає не тільки або не стільки в можливості застрахуватися від несприятливої зміни в майбутньому відсоткових ставок, скільки в можливості емітувати заборгованість під нижчу відсоткову ставку.

Спочатку мета створення процентного свопу полягала в тому, щоби скористатися арбітражними можливостями між ринком твердопроцентних облігацій і короткостроковим кредитним ринком, що характеризується плаваючою ставкою. Такі можливості виникають у зв'язку з різною оцінкою кредитного ризику позичальників на цих ринках. Наприклад, компанія *A* з рейтингом AAA може запозичити на ринку під плаваючу ставку LIBOR + + 0,5 %, а компанія *B* з рейтингом BBB — під ставку LIBOR + + 0,75 %. Дельта між ставками становить 0,25 %. На ринку облігацій компанія *A* може запозичити на 10 років кошти під 13 %, а компанія *B* — під 14,5 %. Дельта між ставками тут становить уже 1,5 %. Таким чином, на ринку твердопроцентних облігацій дельта між ставками запозичення компаній зросла до 1,5 % порівняно з 0,25 % на ринку плаваючих відсоткових ставок. Різниця між дельтами на ринку облігацій і короткостроковому кредитному ринку склала 1,25 % (1,5 %—0,25 %). Ця різниця й представляє у сукупності той потенційний виграш, яким можуть скористатися компанії *A* і *B* для зменшення видатків з обслуговування позик. Механізм зазначеної операції зводиться до такого. Оскільки існують ринки боргових зобов'язань із фіксованою та плаваючою відсотковими ставками, то компанія, що бажає залучити кошти, може випустити твердопроцентні зобов'язання або зобов'язання із плаваючим купоном. Відсотки, під які емітуються зобов'язання як у першому, так і в другому випадках, будуть залежати від рівня кредитного рейтингу компанії. У результаті одні компанії (на відміну від інших) одержують можливість займати кошти під нижчі відсотки як за фіксованою, так і за плаваючою ставками. Виграш від здійснення свопу компанії одержать у тому випадку, якщо одна з них має порівняно кращі умови запозичення за твердою ставкою, а інша — порівняно кращі умови запозичення за плаваючою ставкою. Як було показано у прикладі, компанія *A*

може емітувати твердопроцентне зобов'язання під 13 % або зобов'язання із плаваючою відсотковою ставкою LIBOR + 50 б.п. (базисних пунктів). Компанія *Б*, що має вищий кредитний ризик, може випустити твердопроцентні зобов'язання під 14,5 % або зобов'язання із плаваючою ставкою LIBOR + 75 б.п. Дельта за твердопроцентними зобов'язаннями становить 150 б.п., а за зобов'язаннями із плаваючою ставкою — + 25 б.п. Різниця між дельтами за зобов'язаннями на першому й другому ринках дорівнює 125 б.п. Для наочності дані цифри наведено в табл. 8.2.

Таблиця 8.2

ВИХІДНІ УМОВИ ДЛЯ ЗДІЙСНЕННЯ ПРОЦЕНТНОГО СВОПУ

Ставка	Компанія <i>А</i>	Компанія <i>Б</i>	Дельта між ставками
Фіксована Плаваюча	13 % LIBOR + 50 б.п.	14,5 % LIBOR + 75 б.п.	150 б.п. 25 б.п.
		Різниця між дельтами за фіксованою і плаваючою ставками	125 б.п.

Компанія *Б* платить за фіксованою ставкою більше, ніж компанія *А*, на 150 б.п., а за плаваючою — тільки на 25 б.п. Ця різниця, як ми вже відзначали, виникає у зв'язку з різним рівнем кредитного ризику компаній. Вона являє собою відносну премію за кредитний ризик. Для компанії *А* порівняно з компанією *Б* відносна премія за кредитний ризик за твердою ставкою (150 б.п.) більша, ніж відносна премія за кредитний ризик за плаваючою ставкою (25 б.п.). Компанія *А* має абсолютну перевагу в запозиченні на обох ринках, але на ринку твердопроцентних зобов'язань вона має й порівняльну перевагу, тобто компанія *А* сплачує відносно менший відсоток за твердою ставкою (порівняно з компанією *Б*), ніж за плаваючою. Інакше кажучи, компанії *А* відносно дешевше запозичувати кошти під тверду ставку, оскільки тягар її видатків при запозиченні під плаваючу ставку зростає в більшій пропорції, ніж для компанії *Б* за переходу від запозичення за твердою до плаваючої ставки. У свою чергу, компанія *Б* має порівняльну перевагу на ринку зобов'язань із плаваючою ставкою. Це не означає, що компанія *Б* платить на цьому ринку менше, ніж компанія *А*, але це свідчить про те, що додаткові суми, які *Б* сплачує за плаваючою ставкою, менше на даному ринку, ніж на ринку твердопроцентних зобов'язань, тобто фінансові видатки компанії *Б*

збільшуються в меншій пропорції, ніж компанії *A* в процесі переходу від запозичення за твердою ставкою до плаваючої.

Припустимо тепер, що компанія *A* випускає твердопроцентні зобов'язання під 13 %, а компанія *B* — зобов'язання з плаваючим купоном $\text{LIBOR} + 75$ б.п. Однак компанія *A* зацікавлена в емісії зобов'язань із плаваючою ставкою, а компанія *B* — з фіксованою ставкою. Тому вони обмінюються платежами, як показано на рис. 8.9.

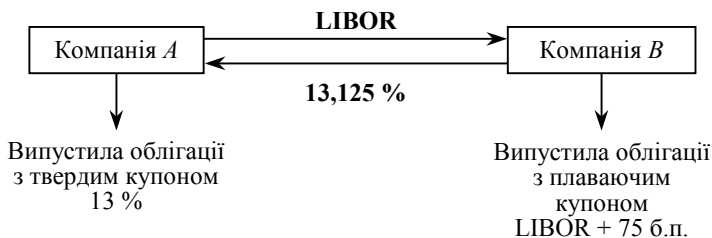


Рис. 8.9. Процентний своп

Надходження і платежі компанії *A*:

1. Виплачує за випущеною облігацією купон 13 %.
2. Виплачує компанії *B* ставку LIBOR.
3. Одержує від компанії *B* ставку 13,125 %.

У підсумку компанія *A* платить LIBOR — 12,5 б.п.

Компанія *B* одержує та здійснює такі платежі:

1. Виплачує $\text{LIBOR} + 75$ б.п.
2. Виплачує компанії *A* ставку 13,125 %.
3. Одержує від компанії *A* ставку LIBOR.

У підсумку компанія *B* платить 13,875 %.

Як бачимо із представлених цифр, у результаті свопу компанія *A* «заощадила» на плаваючій ставці 62,5 б.п. і компанія *B* «заощадила» на твердій ставці також 62,5 б.п. Загальний виграш склав 125 б.п., що, як видно з таблиці, є різницею між дельтами за твердою і плаваючою ставками запозичення компаній *A* і *B*. Ця різниця — це і є виграш, який можуть поділити між собою сторони у результаті свопу. На практиці своп, звичайно, організується за допомогою фінансового посередника, котрий також одержує частину суми виграшу.

Розглянемо наш приклад, але вже за участю посередника. Припустимо тепер, що компанія *A* випускає облігації з твердим купоном 13 %, а компанія *B* — облігації із плаваючим купоном $\text{LIBOR} + 75$ б.п. Слідом за цим банк організує своп між компані-

ями *A* і *B*. Компанія *A* сплачує банку плаваючий купон LIBOR, а банк платить компанії *A* твердий купон 13,025 %. Компанія *B* сплачує посередникові твердий купон 13,225 % і одержує від посередника плаваючий купон LIBOR. Схему платежів подано на рис. 8.10. У результаті здійснення свопу компанія *A* фактично емітувала зобов'язання із плаваючою відсотковою ставкою LIBOR — 2,5 б.п., що на 52,5 б.п. дешевше прямої емісії подібних зобов'язань компанією *A*. У свою чергу, компанія *B* на практиці одержала твердопроцентне зобов'язання під 13,975 %, що на 52,5 б.п. дешевше прямого випуску подібного зобов'язання даною компанією. Винагорода банку склала 20 б.п. (13,225 %—3,025 %). У сукупності загальний виграш дорівнює 125 б.п., тобто різниці між дельтами твердої і плаваючої ставок компаній *A* і *B*. У сучасних умовах винагорода посередника, як правило, становить від 5 до 10 б.п. За наявності фінансового посередника він укладає самостійні контракти з кожною із компаній. Ці контракти виступають як самостійні свопи.

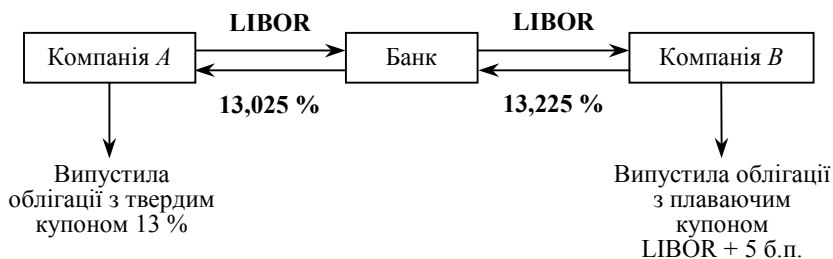


Рис. 8.10. Процентний своп за участю посередника

Як уже зазначалося, сторони свопу обмінюються платежами за фіксованою і плаваючою відсотковими ставками. На практиці будуть здійснюватися тільки платежі в розмірі різниці між даними ставками. Таким чином, виникає синтетичний актив, що фактично являє собою різницю між двома зобов'язаннями. Тому свопи називають іще контрактами на різницю. Проілюструємо здійснення платежів у рамках свопу на цифрах. Продовжуючи наш приклад, припустимо, що номінал свопу дорівнює 10 млн дол., платежі здійснюються через кожні шість місяців і 6-місячна ставка LIBOR дорівнює 11 %. Тоді компанія *B* переведе посередникові суму в розмірі:

$$10 \text{ млн} \cdot 0,5 \cdot (0,13225 - 0,11) = 111,5 \text{ тис. дол.}$$

У свою чергу, посередник переводить компанії *A* суму:

$$10 \text{ млн} \cdot 0,5 \cdot (0,13025 - 0,11) = 101,25 \text{ тис. дол.}$$

Перші платежі будуть зроблені через шість місяців після укладення свопу. У них буде використана ставка LIBOR, яка існувала в момент укладення контракту й тому вже була відома. Ставки LIBOR для наступних платежів у момент укладення контракту невідомі.

Валютний своп

Іншим найпоширенішим різновидом свопу є **валютний своп**. Він являє собою обмін номіналу й фіксованого відсотка в одній валюті на номінал і фіксований відсоток в іншій валюті. Іноді реального обміну номіналу може не відбуватися. Здійснення валютного свопу може бути зумовлено різними причинами, наприклад, валютними обмеженнями щодо конвертації валют, прагненням усунути валютні ризики або бажанням випустити облігації у валюті іншої країни в умовах, коли іноземний емітент мало-відомий у цій країні, і тому прямий доступ на ринок даної валюти виявляється для нього неможливим. У той же час привабливість валютного свопу також варто розглядати під кутом відносних переваг. Наприклад, компанії *A* і *B* мають можливість випустити облігації в доларах США або фунтах стерлінгів за таких умов:

	Компанія <i>A</i>	Компанія <i>B</i>
Долар	9 %	11 %
Фунт стерлінгів	12,6 %	13 %

Ставки у Великобританії вищі, ніж у США. Компанія *A* має абсолютну перевагу щодо емісії облігацій і в доларах, і у фунтах. Як і в процентному свопі, виникає різниця між ставками на двох ринках. Компанія *B* платить у доларах на 2 % більше та у фунтах на 0,4 % більше, ніж компанія *A*. Компанія *A* має як абсолютну перевагу на обох ринках, так і відносну перевагу на ринку США, а компанія *B* — відносну перевагу на ринку Великобританії. Припустимо, що компанія *A* бажає емітувати зобов'язання у фунтах, а компанія *B* — у доларах. Обидві компанії можуть випустити облігації на ринках, на яких вони мають порівняльні переваги, і обмінятися зобов'язаннями. Виграш, що його одержать сторони від такого обміну, складе різницю між дельтами за доларовими ставками і ставками у фунтах стерлінгів, а саме $1,6 \% \cdot (2 \% - 0,4 \%)$. Механізм реалізації свопу зображено на рис. 8.11.

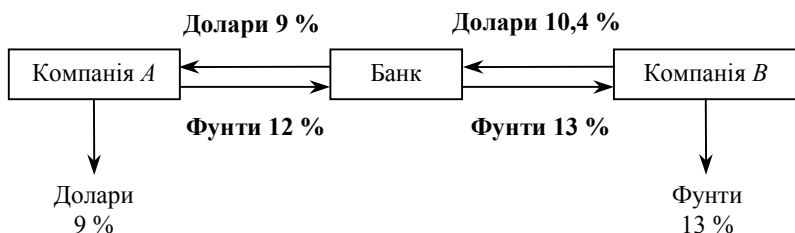


Рис. 8.11. Валютний своп

У результаті свопу компанія *A* одержує зобов'язання у фунтах під 12 %, що на 0,6 % дешевше прямої емісії у фунтах. Компанія *B* одержує зобов'язання у доларах під 10,4 %, що на 0,6 % дешевше прямої емісії в доларах. Посередник отримує 1,4 % у доларах і платить 1 % у фунтах. Якщо не брати до уваги різницю в курсі, то його виграш становить 0,4 %.

Таким чином, у сукупності всі сторони, що беруть участь, поділили між собою виграш у розмірі 1,6 %, тобто в розмірі різниці між дельтами за доларовими ставками і ставками у фунтах.

У валютному свопі сторони крім процентних платежів обмінюються також і номіналами на початку та в кінці свопу (реально або умовно). Номінали встановлюються так, щоб вони були приблизно рівні з урахуванням обмінного курсу на початку періоду дії свопу. Обмінний курс — це зазвичай курс спот, середнє значення між цінами продавця і покупця. Наприклад, курс фунта стерлінгів до долара дорівнює 1 ф. ст. = 1,6 дол. Компанія *A* випустила зобов'язання на 16 млн дол., а компанія *B* — на 10 млн ф. ст., і даними сумами компанії обмінялись на початку дії свопу. Відповідно до умов угоди щорічно компанія *A* буде виплачувати 1,2 млн ф. ст. ($10 \text{ млн} \cdot 0,12$), а одержувати 1,44 млн дол. ($16 \text{ млн} \times 0,09$). Компанія *B* буде виплачувати 1,664 млн дол. ($16 \text{ млн} \times 0,104$) і одержувати 1,3 млн ф. ст. ($10 \text{ млн} \cdot 0,13$). Після закінчення свопу компанії знову обмінюються номіналами, тобто компанія *A* виплатить 10 млн ф. ст. компанії *B*, а компанія *B* поверне 16 млн дол. компанії *A*. Що стосується посередника, то він буде одержувати щороку 224 тис. дол. ($16 \text{ млн} \cdot [0,104 - 0,09]$) і виплачувати 100 тис. ф. ст. ($10 \text{ млн} [0,13 - 0,12]$). У такій ситуації для фінансового посередника може виникнути валютний ризик унаслідок зростання курсу фунта стерлінгів. Однак цей ризик можна виключити за допомогою придбання форвардних контрактів кожний на суму 100 тис. ф. ст. для кожного періоду платежу за свопом. Так само як з процентними свопами, посередники часто

укладають контракт з однією зі сторін свопу й слідом за цим підшуковують другого учасника для офсетного свопу.

Своп активів

Своп активів полягає в обміні активами з метою створення синтетичного активу, який би приніс вищий дохід. У межах такого свопу актив, що приносить фіксований дохід, можна обміняти на актив із плаваючою ставкою або актив в одній валюті обміняти на актив у іншій валюті. Наприклад, компанія *A* може купити твердопроцентну облігацію із прибутковістю 9 % або цінний папір із плаваючим купоном, прибутковість якого дорівнює ставці LIBOR. Банк має можливість купити облігацію із прибутковістю 9 % або дати кредит під ставку LIBOR + 25 б.п. Компанія *A*, керуючися своїми прогнозами, бажала б придбати цінний папір із плаваючою ставкою, однак вона вирішила створити такий папір синтетично за допомогою свопу, щоб збільшити одержувану прибутковість. Конкретно компанія *A* купила твердопроцентну облігацію й уклала з банком своп на таких умовах: банк виплачує компанії ставку LIBOR, а компанія виплачує банку тверду ставку 8,87 %.

Позиція компанії:	
купує облігацію із прибутковістю	9 %
виплачує банку	8,85 %
одержує від банку	<u>LIBOR</u>
і в підсумку одержує	LIBOR + 15 б. п.

Таким чином, компанія *A* синтезувала актив із плаваючою відсотковою ставкою, що приносить їй прибутковість на 15 б.п. більше, ніж пряме придбання папера із плаваючою ставкою.

Позиція банку:	
надає кредит під ставку	LIBOR + 25 б.п.
одержує від компанії <i>A</i>	8,85 %
виплачує компанії <i>A</i>	<u>LIBOR</u>
і в підсумку одержує	9,10 %

У результаті банк синтезував твердопроцентний актив із прибутковістю 9,10 %, що на 10 б.п. вище за купівлю облігації, що приносить прибутковість 9 %. Цю операцію представлено на рис. 8.12.

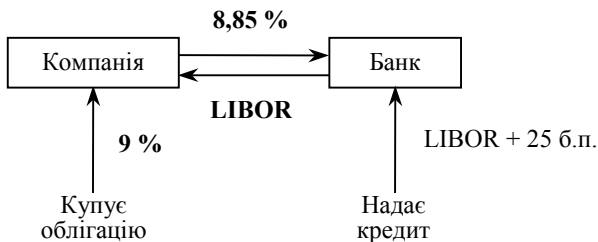


Рис. 8.12. Своп активів

Товарний своп

У сучасних умовах також набули розвитку **товарні свопи**. Сутність таких свопів зводиться до обміну фіксованих платежів на плаваючі, величина яких прив'язана до ціни товару. Інакше кажучи, вони аналогічні процентним свопам, де фіксовані платежі обмінюються на плаваючі. Наприклад, компанія *A* (споживач нафти, потреби в якій щорічно становлять 10 000 барелів) у рамках свопу бере на себе зобов'язання виплачувати компанії *B* протягом п'яти років по 200 тис. дол. щорічно. Компанія *B* зобов'язується виплачувати компанії *A* щорічно суму, що дорівнює $10\,000P$ дол., де P — поточна ринкова ціна одного бареля нафти. Даний своп показано на рис. 8.13. У результаті такої операції компанія *A* забезпечила собі придбання нафти протягом наступних п'яти років за ціною 20 дол. за барель і, отже, застрахувалася від змін ціни на нафту. Що стосується компанії *B*, то даний своп міг привабити її через те, що вона прогнозувала протягом наступних п'яти років падіння ціни одного бареля нафти нижче 20 дол.

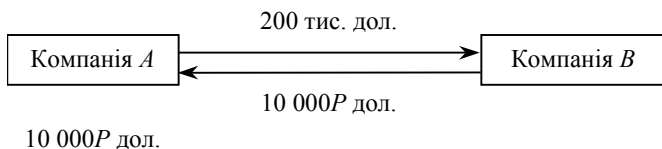


Рис. 8.13. Товарний своп

Значному поширенню в сучасних умовах товарних свопів сприяло посилення нестабільності цін на товарних ринках, і в першу чергу на ринках енергоносіїв. Цей факт сприяв і зростанню біржової торгівлі строковими товарними контрактами, однак привабливість товарних свопів порівняно з біржовими контрак-

тами полягає насамперед у тому, що біржові контракти не є довгостроковими і дозволяють хеджувати позиції учасників економічних відносин тільки на який-небудь один момент часу. Товарні ж свопи можуть укладатися на тривалий період і фіксувати певний рівень ціни для низки моментів часу в майбутньому.

Інші різновиди свопів

Як було визначено вище, своп — це угода про обмін платежами. У контракті сторони можуть узгодити будь-який зручний для них порядок обміну, у результаті виникають різні модифікації свопів: *базисний своп* припускає обмін сумами, які розраховуються на базі різних плаваючих відсоткових ставок, наприклад, 3-місячної ставки LIBOR і ставки за казначейськими векселями; *амортизований своп* — припускає зменшення номіналу в часі; *зростаючий своп* — припускає зростання номіналу в часі; *форвардний своп* — містить умову про те, що сторони будуть обмінюватися процентними платежами, починаючи з деякої дати у майбутньому; *круговий своп* — припускає обмін твердопроцентних платежів у одній валюті на плаваючі платежі в іншій валюті; *своп, що продовжується*, дає одній стороні право (опціон) на продовження терміну дії свопу понад установлений період; *своп, що припиняється*, — надає одній стороні право (опціон) скоротити термін дії свопу; в *індексному свопі* суми платежів прив'язуються до значень індексу, наприклад, індексу споживчих цін, індексу акцій або облігацій; у *свопі з нульовим купоном* фіксовані платежі зростають за складним відсотком протягом дії свопу, а сплата всієї суми здійснюється у момент закінчення свопу. Різновидом свопу є *опціонний своп*. Він являє собою опціон на своп, зазвичай європейський. Опціонний своп колл надає право виплатити фіксовану й отримати плаваючу ставку. Опціон пут надає право виплатити плаваючу й отримати фіксовану ставку. Покупець опціону платить продавцеві премію. При виконанні опціону покупець і продавець стають сторонами свопу. Опціон колл буде виконуватись у разі зростання відсоткових ставок, оскільки у цьому випадку фіксована ставка виявиться менше за плаваючу; опціон пут буде виконуватися за падіння ставок, оскільки у такій ситуації плаваюча ставка виявиться меншою за фіксовану.

Ризики, що виникають у свопax

У сучасних умовах свопи зазвичай організовуються фінансовими посередниками. Як уже зазначалося, часто посередник

укладає угоду з однією компанією й після цього шукає іншу для укладання офсетного свопу. Свопи укладаються на позабіржовому ринку, тому гарантію їх виконання для компаній, що беруть участь, забезпечує фінансовий посередник. Якщо одна зі сторін свопу не зможе виконати свої зобов'язання, то їх виконання візьме на себе фінансовий посередник. Крім того, оскільки фінансовий посередник часто самостійно шукає контрагента за свопом, то цей контрагент може не знати компанію, що виступає протилежною стороною за свопом. Тому у свопах ризику виникають, головним чином, для посередника. Можливі два види ризику — *ринковий ризик*, тобто ризик зміни ринкової кон'юнктури в несприятливий для посередника бік, і *кредитний ризик*, тобто ризик невиконання своїх зобов'язань одним із учасників свопу. Коли посередник укладає своп з одним із учасників, то виникає ринковий ризик, пов'язаний з можливістю несприятливих змін відсоткових ставок або валютних курсів. Цей ризик можна хеджувати шляхом укладання протилежних угод, наприклад на форвардному або ф'ючерсному ринках. Посередник у такий спосіб хеджує ризик доти, доки не організує офсетний своп для першого контракту. Після того як посередник укладає протилежні свопи з двома компаніями, він виключає ринковий ризик. Однак він залишається під впливом кредитного ризику, який неможливо хеджувати.

Припустимо, що посередник уклав свопи з компаніями *A* і *B*. Розрахунки з компанією *A* приносять посередникові позитивне сальдо, а з *B* — негативне. Якщо в такій ситуації компанія *B* не зможе виконати своїх зобов'язань, то посередник не буде у програді, навпаки, він зможе одержати суттєвий дохід, однак у разі банкрутства компанії *A* він понесе втрати. У зв'язку із цим посередникові важливо визначити ступінь платоспроможності учасників свопу й, окрім того, оцінити, у розрахунках з якою зі сторін свопу у нього скоріше за все буде зберігатися позитивне сальдо. Наприклад, у процентному свопі компанія *A* платить плаваючу ставку, а компанія *B* — тверду. Посередник вважає, що протягом періоду дії свопу часова структура відсоткових ставок буде мати висхідну форму, тому його більшою мірою має хвилювати кредитоспроможність компанії *A*, оскільки саме в розрахунках з даною компанією в нього, імовірно, буде формуватися позитивне сальдо. Ступінь кредитного ризику зменшується в міру наближення часу закінчення свопу. У цілому, якщо порівняти процентний і валютний свопи, то кредитний ризик більший за валютним

свопом, оскільки крім процентних платежів сторони ще, як правило, обмінюються номіналами.

Котирування свопів

Посередник, який робить послуги з організації свопів, дає їхні котирування. Приклад котирування процентних свопів подано у табл. 8.3.

Таблиця 8.3

КОТИРУВАННЯ ПРОЦЕНТНИХ СВОПІВ

Час до погашення	Посередник платить тверду ставку	Посередник одержує тверду ставку	Ставка за казначейськими нотами США
2 years	2-yr TNsa + 19 bps	2-yr TNsa + 41 bps	8,50 %
3 years	3-yr TNsa + 23 bps	3-yr TNsa + 49 bps	8,67 %
4 years	4-yr TNsa + 26 bps	4-yr TNsa + 54 bps	8,79 %

Як видно з таблиці, у котируванні відсутня плаваюча ставка, а представлена тільки фіксована ставка, оскільки мається на увазі, що як плаваюча ставка виплачується LIBOR (у цьому випадку 6-місячна). Між ставками, які одержує й виплачує посередник, існує спред, що є його винагородою; наприклад, для свопу строком на три роки він становить 26 б.п. (49 б.п. — 23 б.п.).

Наприклад, компанія випускає для реалізації за номіналом 3-річні облігації з купоном 9,4 % (купон виплачується кожні півроку) і звертається до посередника з метою обміняти зобов'язання із твердою ставкою на зобов'язання із плаваючою ставкою. У рамках свопу дилер платить тверду ставку, що дорівнює 8,9 % (8,67 % + 23 б.п.), і одержує ставку LIBOR. Слідом за цим дилер шукає протилежного учасника свопу. У результаті організації свопу компанія запозичить кошти за плаваючою ставкою, що дорівнює UBOR + 0,5 % (9,4 % + LIBOR – 8,9 %). Оскільки ставка LIBOR розраховується на базі 360 днів, а купон за облігаціями — на базі 365 днів, то необхідно відповідним чином скорегувати результат, а саме: компанія запозичить за плаваючою ставкою LIBOR + 0,493 % (LIBOR + 0,5 · 360 / 365). Якщо для компанії плаваюча ставка за прямим запозиченням буде вищою, то такий своп виявиться для неї вигідним.

У табл. 8.4 представлено котирування валютного свопу щодо обміну зобов'язань із твердою ставкою на зобов'язання із плаваючою ставкою.

Таблиця 8.4

КОТИРУВАННЯ ВАЛЮТНОГО СВОПА

Час до погашення	Середня ставка*
2 years	6,05 %sa
3 years	6,27 %sa
4 years	6,44 %sa

* Якщо посередник одержує тверду ставку, то додається 5 б.п., якщо посередник платить тверду ставку, то віднімається 5 б.п.

Варто наголосити, що в котируванні зазначений середній курс, до якого додається або від якого віднімається певна кількість базисних пунктів. Ця різниця становить спред посередника. Припустимо, що наведене котирування задане для свопу на фунти стерлінгів/долари США. Англійська компанія випускає 2-річне зобов'язання з фіксованою ставкою у фунтах стерлінгів на суму 5 млн ф. ст. (купон сплачується кожні півроку) і планує обміняти його на зобов'язання в доларах із плаваючою ставкою. Припустимо, що курс спот становить 1,7 дол. = 1 ф. ст. Отже, сторони обмінюються такими сумами зобов'язань: компанія одержує 8,5 млн дол., а посередник 5 млн ф. ст. Після закінчення свопу через два роки сторони зроблять зворотний обмін зобов'язаннями за цим самим курсом. За умовами свопу посередник платить компанії фіксовану ставку — вона дорівнює 6,00 % (6,05 % — 5 б.п.) — від номіналу в 5 млн ф. ст., а компанія платить посередникові 6-місячну ставку LIBOR від номіналу у 8,5 млн дол. Якщо компанія не має можливості безпосередньо емітувати зобов'язання в американських доларах під ставку LIBOR, то такий своп виявиться для неї привабливим. У свою чергу, після укладання угоди з компанією посередник буде шукати партнера для протилежної сторони свопу, тобто для того, щоб обміняти плаваючу ставку для номіналу 8,5 млн дол. на тверду ставку у фунтах стерлінгів.

Оцінювання вартості свопу

Якщо одна сторона бажає припинити свої зобов'язання за свопом, то їй необхідно знайти іншу компанію, яка б погодилася взяти на себе її зобов'язання. Коли своп організується вперше, то він нічого не коштує контрагентам. Однак коли передаються зобов'язання в рамках уже діючої угоди, тобто коли нові свопи в

даний момент організуються вже на нових умовах через зміни кон'юнктури, то переданий своп має вже деяку вартість, яку необхідно оцінити. Крім того, може виникнути необхідність визначення вартості свопу в кожний конкретний момент часу.

Щоб оцінити своп, його можна представити як комбінацію двох облігацій, за однією з яких інвестор займає довгу, а за іншою — коротку позицію. Вартість свопу буде дорівнювати різниці цін таких облігацій. Припустимо, у свопі компанія *A* отримує тверду і платить плаваючу ставку. Тоді для неї ціна свопу дорівнює:

$$P_{\text{св}} = P_1 - P_2,$$

де $P_{\text{св}}$ — ціна свопу, P_1 — ціна облігації з твердим купоном, P_2 — ціна облігації з плаваючим купоном.

Тобто, аби припинити зобов'язання за свопом, компанія повинна продати облігацію із твердим купоном і купити облігацію із плаваючим купоном. Якщо компанія *A* в межах свопу отримує плаваючу й сплачує тверду відсоткову ставку, то вартість свопу для неї складе:

$$P_{\text{св}} = P_2 - P_1.$$

Для облігації з твердим купоном розмір купона відомий і дорівнює твердій відсотковій ставці за умовами свопу. Що стосується ставки дисконтування, то її доцільно визначити на основі котирувань посередника для свопу, причому дану ставку варто взяти як середню величину між цінами покупця й продавця. Оскільки купони, номінал і ставка дисконтування відомі, то ціна облігації визначається за допомогою стандартної формули розрахунку її ціни. Плаваючу відсоткову ставку також беруть із умов свопу. Щоб визначити вартість облігації з плаваючим купоном, для якої відома тільки плаваюча ставка для наступного платежу, можна міркувати в такий спосіб. Вартість облігації з плаваючою ставкою відразу після виплати купона має бути рівною номіналу (*H*). Тому ціну облігації можна знайти дисконтуванням номіналу і суми майбутнього купонного платежу (*C*) (який нам відомий з умов свопу, оскільки визначається в момент виплати попереднього купона) під плаваючу ставку на час *t*, що залишається до виплати купона:

$$P_2 = \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{H}{(1+r)^t}.$$

Оцінку вартості валютного свопу здійснюють аналогічно оцінці процентного свопу, але з урахуванням валютного курсу:

$$P_{\text{св}} = S \cdot P_f - P_d,$$

де S — спотовий валютний курс, представлений на основі прямого котирування (тобто кількість одиниць національної валюти за одиницю іноземної валюти); P_f — ціна облігації в іноземній валюті; P_d — ціна облігації в національній валюті.

Для дисконтування платежів за облігаціями беруть ставки для відповідних періодів часу й валют.

Цілі укладення свопів

Сучасні ринки не є досконалими, тому виникає можливість використовувати недоліки існуючого економічного механізму для отримання арбітражного прибутку. Недосконалість ринків варто розглядати в широкому контексті. Вона може бути як результатом недосконалості внутрішньої структури ринку, так і наслідком, наприклад, адміністративно-регулюючих заходів, прийнятих у тій або іншій країні, відмінностей у валютному контролі й навіть обліковій практиці, в оцінці кредитного, процентного й валютного ризиків для різних сегментів ринку, у податкових режимах, транзакційних витратах і т. д. Наприклад, банкам відносно простіше випустити зобов'язання з фіксованою відсотковою ставкою, а компаніям — зобов'язання із плаваючою ставкою. У результаті обміну такими зобов'язаннями скорочуються видатки сторін, пов'язані з виходом на відповідні ринки, і підвищується прибутковість від їхніх операцій.

Свопи використовуються і для хеджування ризиків. Наприклад, якщо компанія очікує підвищення відсоткових ставок, то вона може застрахуватися шляхом обміну зобов'язань із плаваючою ставкою на зобов'язання із твердою ставкою, валютні свопи хеджують сторони від валютного ризику. Свопи можна використати і для спекуляції, передбачаючи певну динаміку майбутнього руху відсоткових ставок або валютних курсів. Свопи також дозволяють збільшити прибутковість фінансових інструментів або створити нові фінансові інструменти. Наприклад, підприємство може об'єднати короткострокову заборгованість і своп, у рамках якого воно одержує платежі за плаваючою ставкою і платить фіксований відсоток. У цьому випадку відкривається можливість для одержання доходу за рахунок спреда між платежами за фіксова-

ною і плаваючою ставками. Ця комбінація дійсно виявиться прибутковою, якщо підприємство очікує підвищення свого кредитного рейтингу. Іншим схожим різновидом синтетичного фінансового інструменту виступає сполучення твердопроцентної облігаційної позики і процентного свопу, за яким фірма сплачує фіксований відсоток. Така комбінація створює ніби зворотню плаваючу ставку: якщо підвищиться відсоткова ставка, то реальні купонні платежі за позикою знизяться. Із загальнотеоретичного погляду свопи ведуть до інтеграції різних ринків у рамках як національної, так і міжнародної економіки.

Угода про форвардну ставку

Угода про форвардну ставку (*FRA — Forward rate agreement*) — це угода між двома сторонами, відповідно до якої вони беруть на себе зобов'язання обмінятися на певну дату в майбутньому платежами на основі короткострокових відсоткових ставок, одна з яких є твердою, а друга — плаваючою. Платежі обчислюються щодо контрактного номіналу. Сторона, котра зобов'язується виплатити тверду ставку, іменується покупцем FRA, а сторона, що виплачує плаваючу ставку, — продавцем FRA. Здійснення угоди зводиться до перерахування одним із контрагентів іншій стороні суми дисконтованої вартості (уважаючи від номіналу контракту) різниці між ставкою, зафіксованою в угоді, і спотовою ставкою у момент закінчення терміну FRA. За ставку дисконтування приймається спотова відсоткова ставка, а період дисконтування дорівнює часу, на який була розрахована форвардна ставка, тобто ставка, зафіксована в контракті. У рамках FRA здійснюється тільки один платіж у розмірі зазначеної суми після закінчення строку угоди. Уклавши FRA, покупець забезпечує собі для відповідного періоду в майбутньому тверду відсоткову ставку, а продавець — плаваючу. Якщо ставка спот перевищить узгоджену в контракті ставку, то продавець сплатить покупцеві зазначену вище суму, у протилежному випадку дана сума сплачується покупцем продавцеві. FRA, як правило, безпосередньо укладається з банком. FRA котирується на основі ставки LIBOR.

Пояснимо вищесказане на прикладі. 1 жовтня компанія А купує в банку FRA на 10 млн дол. з 3-місячною ставкою 9 %. Час до закінчення угоди FRA — три місяці. За умовами прикладу, компанія А забезпечила собі через три місяці форвардну 3-місячну ставку на рівні 9 %. Якщо ставка спот через три місяці буде відрізнятися від ставки, зафіксованої у контракті, то, як було зазначе-

но вище, відповідна сума буде сплачена однією стороною своєму контрагенту. Указана сума розраховується за формулою:

$$\text{Сума платежу} = \frac{H(r_s - r_f)t/365}{1 + r_s t/365},$$

де H — номінал FRA;

r_s — ставка спот;

r_f — ставка, зафіксована у FRA;

t — час, на який була розрахована форвардна ставка у межах FRA.

Припустимо, що 31 січня ставка спот дорівнює 10 %, тоді банк сплатить компанії A суму:

$$\frac{10 \text{ млн} \cdot (0,1 - 0,09) \cdot 90/365}{1 + 0,1 \cdot 90/365} = 24\,064 \text{ (дол.)}$$

Якщо 31 січня ставка спот дорівнює 8 %, то в цьому випадку компанія A сплатить банку суму:

$$\frac{10 \text{ млн} \cdot (0,09 - 0,08)}{1 + 0,08 \cdot 90/365} = 24\,180 \text{ (дол.)}$$

FRA з'явилися на початку 1980-х років як форма міжбанківських контрактів на відсоткову ставку. Головна мета укладення FRA полягає у хеджуванні відсоткові ставки. Вони також використовуються для спекуляції. Як різновид форвардного контракту, FRA мають свої переваги й недоліки, якщо порівнювати їх із ф'ючерсними контрактами на короткострокові процентні інструменти.

Центром укладання FRA є Лондон. Близько 90 % FRA укладаються у фунтах стерлінгів і доларах. Середні розміри контрактів FRA у фунтах стерлінгів становлять 5 млн, у доларах — 10 млн.

У сучасних умовах ринок FRA продовжує розвиватися. Як різновиди таких угод можна назвати довгострокові FRA (або LDFRA — Long dated forward rate agreement), наприклад, угода за дворічною ставкою LIBOR через п'ять років, угода про валютний курс (ERA — Exchange rate agreement), у якому замість форвардної відсоткової ставки обумовлюється форвардний валютний курс.

Основні терміни та поняття



Строковий контракт
Похідні цінні папери (деривативи)
Ф'ючерси, опціони та варанти
Спотовий та строковий ринки
Спотова та ф'ючерсна ціни
Базис
Контанго (contango)
Бекуордейшн (backwardation)
Витрати на зберігання
Нормальний та інверсний ринки
Довга та коротка позиції
Базові опціонні стратегії
Американський та європейський опціони
Внутрішня та часова вартість опціону
Моделі ціноутворення опціонів
Паритет вартостей опціонів «колл» та «пут»
Модель (формула) Блека – Скоулза
Хеджування та його види
«Наївний хедж»
Своп процентний
валютний
активів
товарний
Тверда процентна ставка
Плаваюча процентна ставка
LIBOR (London Interbank Offered Rate)
Маржа
Арбітражні можливості

Питання для самоконтролю



1. Історія становлення торгівлі строковими контрактами (деривативами).
2. Поняття похідних цінних паперів (деривативів) згідно з чинним українським законодавством.

3. Види похідних цінних паперів, що присутні в нормативно-правовій базі України.
4. Сутність хеджування. Хеджери та спекулянти на строковому ринку.
5. Поняття ф'ючерсу. Класифікація ф'ючерсів.
6. Поняття базису. Ситуації «контанго» та «бекуордейшн» на ринку. Нормальний та інверсний ринок.
7. Механізм хеджування ф'ючерсними контрактами.
8. Поняття опціону. Типи опціонів та прості опціонні стратегії.
9. Опціонна премія. Часова та внутрішня вартість опціону та їх відображення у розмірі опціонної премії.
10. Механізм хеджування опціонами.
11. Модель Блека — Скоулза оцінювання вартості опціону. Наведіть формули та приклад розрахунку.
12. Поняття свопу. Основні види свопів.
13. Види ризиків, що виникають у свопах, та способи їх хеджування.
14. Котирування свопів. Навести приклади.
15. Оцінювання вартості свопів. Навести приклади.
16. Розкрити можливості практичного використання свопів.
17. Розкрити сутність угоди про форвардну ставку. Навести приклади.

Література для поглибленого вивчення



Основна

1. Закон України «Про оподаткування прибутку підприємств» від 28.12.94 № 334/94-ВР.
2. Закон України «Про цінні папери та фондовий ринок» від 23.02.2006 р. № 3480-IV.
3. Постанова Кабміну «Про затвердження Положення про вимоги до стандартної (типової) форми деривативів» від 19.04.99 № 632.
4. «Правила випуску та обігу фондових деривативів», затверджені рішенням ДКЦПФР від 24.06.97 № 13.
5. «Правила випуску та обігу валютних деривативів», затверджені Постановою НБУ від 07.07.97 № 216.
6. Рішення ДКЦПФР «Про впорядкування випуску та обігу деривативів» від 13.04.99 № 70.

7. *Долінський Л. Б.* Фінансові обчислення та аналіз цінних паперів : навч. посіб. — К.: Майстер-Клас, 2005. — 192 с.

8. *Долінський Л.* Проблеми становлення строкової торгівлі в Україні // Фінансовий ринок України. — 2004. — № 8. — С. 15—16.

Додаткова

9. *Вітлінський В. В., Верченко П. І.* Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисципліни — К. : КНЕУ, 2000. — 292 с.

10. *Долінський Л. Б.* Фінансова математика : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 2009. — 265 с.

11. *Инглис-Тейлор Э.* Производные финансовые инструменты : слов. : пер. с англ. — М. : ИНФРА-М, 2001. — VIII, 224 с. (Библиографическая серия «ИНФРА-М».)

12. *Кравченко Ю. Я.* Ринок цінних паперів : навч. посіб. — К. : Дакор, КНТ, 2008. — 664 с.

13. *Лофтон Т.* Основы торговли фьючерсами. — М. : ИК Аналитика, 2001. — 304с.

14. *Мертенс А. В.* Инвестиции : курс лекций по современной финансовой теории. — К. : Киевс. инвестиц. агентство, 1997. — 416 с.

15. *Мозговий О. М.* Фондовый рынок : навч. посіб. — К. : КНЕУ, 1999. — 316 с.

16. *Пересада А. А., Коваленко Ю. М.* Фінансові інвестиції. — К. : КНЕУ, 2006. — 728 с.

17. *Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж.* Инвестиции : пер. с англ. — М. : ИНФРА-М, 2003. — XII. — 1028 с.

СТОХАСТИЧНІ МОДЕЛІ ОЦІНЮВАННЯ ДЕРИВАТИВІВ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: сучасний інструментарій моделювання та оцінювання деривативів, що ґрунтується на використанні теорії випадкових процесів;

— *уміти*: адекватно застосовувати стохастичні моделі та методи для оцінювання деривативів з метою прийняття раціональних інвестиційних рішень.

9.1. Оцінювання деривативів з використанням стохастичної моделі для короткострокових ставок за методом Блека—Дермана—Тоя

Одним із численних методів, що застосовуються для оцінювання широкого класу відсоткових деривативів, є метод Блека—Дермана—Тоя, запропонований у [4].

Для розрахунку ціни деривативу у заданий момент часу необхідно побудувати стохастичну модель для змінної у часі величини, поведінкою якої визначається ціна деривативу. У методі Блека—Дермана—Тоя такою величиною є короткострокова ставка.

Розглянемо побудову стохастичної моделі, яка є головною частиною методики Блека—Дермана—Тоя і на підґрунті якої проводиться оцінка деривативів.

Нехай $\tau > 0$ — обраний часовий крок і $\hat{T} > 0$ — деякий момент часу, кратний τ .

Вхідною інформацією для побудови стохастичної моделі є, по-перше, дохідності безкупонних облігацій $y(0, T)$ при $T = \tau, 2\tau, \dots, \hat{T} + \tau$, що відповідають нарахуванню відсотків $1/\tau$ ра-

зів за період часу 1, або, що є еквівалентним, значення функції дисконтування $P(0, T)$ за тих же T , що пов'язані з дохідностями облігацій $y(0, T)$ співвідношенням

$$P(0, T) = \frac{1}{(1 + \tau \cdot y(0, T))^{\frac{T}{\tau}}},$$

і, по-друге, волатильність дохідностей $\sigma_y(0, T)$ за тих же T .

Волатильності дохідностей мають такий сенс. Припускається, що за фіксованого T дохідність $y(\tau, T)$ є випадковою величиною і виконується така умова для дисперсії логарифма цієї випадкової величини:

$$D(\ln(y(0, T))) = \sigma_y^2(0, T)\tau, \quad (9.1)$$

Ми зараз не розглядаємо питання, яким чином будується функція $\sigma_y^2(0, T)$ (як і функція $P(0, T)$, яку на практиці часто формують за цінами купонних облігацій), а вважаємо, що ці функції якимось чином уже побудовані, і на їхньому підґрунті будується стохастична модель для короткострокової ставки.

Розглянемо модель з дискретним часом. Вважається, що в момент часу $t = n\tau$, $n \geq 0$, економіка може перебувати в одному з $(n+1)$ станів, які будемо позначати індексом j , що приймає значення $j = 0, 1, \dots, n$. Якщо в момент часу t економіка знаходиться у стані j , то в момент часу $(t + \tau)$ економіка може знаходитись або у стані j або у стані $(j+1)$. Переходи у кожен із цих станів є рівномірними.

Побудувати стохастичну модель — означає для кожного моменту часу $t = n\tau$ визначити випадкову величину $r(t, t + \tau)$. Ця випадкова величина приймає деяке значення для кожного стану економіки j , можливого в момент часу $t = n\tau$, $j = 0, 1, \dots, n$. Це значення слід було би позначити $r(j, t, t + \tau)$, однак для лаконічності запису ми будемо позначати його $r(j, t)$. Розрахунок короткострокових ставок $r(j, t)$ відбувається для всіх $t \leq \hat{T}$.

Для кожної пари моментів t і T , такої, що $0 < t < T \leq \hat{T} + \tau$, і для будь-якого $j = 0, 1, \dots, \frac{t}{\tau}$ через $P(j, t, T)$ позначимо ціну в момент часу t за стану економіки j безкупонної облігації, за якою у момент часу T сплачується 1 грн. Зокрема,

$$P(j, t, T) = \frac{1}{1 + \tau \cdot r(j, t)}.$$

У методі Блека—Дермана—Тоя робиться припущення, що відношення

$$\frac{r(j, t)}{r(j-1, t)}$$

залежить від t , але за фіксованого t залишається одним і тим же при всіх $j = 0, 1, \dots, \frac{t}{\tau}$. (При переході до моделі з неперервним часом це припущення означає, що волатильність короткострокової ставки залежить від часу, але не залежить від величини самої короткострокової ставки.)

Унаслідок зробленого припущення для кожного моменту часу t короткострокові ставки $r(j, t)$ визначаються двома числами r^* і s^* , такими, що

$$r(0, t + \tau) = r^*, \quad (9.2)$$

$$r(j, t + \tau) = r(j-1, t + \tau) \exp(2s^* \sqrt{\tau}) \quad (9.3)$$

при $j = 0, 1, \dots, \frac{(t+\tau)}{\tau}$. Припустимо також, що при $T > t$ ціни безкупонних облігацій пов'язані співвідношенням

$$P(j, t, T) = \frac{1}{1 + \tau \cdot r(j, t)} \cdot \frac{1}{2} (P(j, t + \tau, T) + P(j+1, t + \tau, T)), \quad (9.4)$$

де $j = 0, 1, \dots, \frac{t}{\tau}$. Зокрема,

$$P(j, T, T) = 1 \text{ для всіх } j. \quad (9.5)$$

Розглянемо алгоритм розрахунку короткострокових ставок. Очевидно, що $r(0, 0) = y(0, \tau)$. Припустимо, що короткострокові ставки $r(j, t)$ визначені для всіх моментів до деякого моменту t ($t < \hat{T}$) включно, і для всіх станів економіки j , що відповідають цим моментам часу.

Опишемо спосіб визначення короткострокових ставок $r(j, t + \tau)$ при $j = 0, 1, \dots, \frac{(t+\tau)}{\tau}$.

Для визначення чисел r^* і s^* , що відповідають моменту часу $(t + \tau)$, використовується ітераційний процес. Нехай обрані деякі початкові значення r_0^* і s_0^* , і за формулами

$$r_0(0, t + \tau) = r_0^*,$$

$$r_0(j, t + \tau) = r_0(j - 1, t + \tau) \exp(2s_0^* \sqrt{\tau}),$$

при $j = 0, 1, \dots, (t + \tau)/\tau$, розраховані «короткострокові ставки» $r_0(j, t + \tau)$. Нехай $T = t + 2\tau$. Тоді, знаючи «короткострокові ставки» $r_0(j, t + \tau)$, за формулою (9.4) з урахуванням (9.5) можна обчислити «ціни безкупонних облігацій»

$$P_0(j, t + \tau, T) = \frac{1}{1 + \tau \cdot r_0(j, t + \tau)} \cdot \frac{1}{2}(1 + 1)$$

при $j = 0, 1, \dots, (t + \tau)/\tau$. Тепер можна обчислити «ціни безкупонних облігацій» з погашенням у момент часу T (що відповідають даним r_0^* і s_0^*) для всіх попередніх моментів часу t і для всіх станів економіки, що відповідають цим моментам часу:

$$P_0(j, t, T) = \frac{1}{1 + \tau \cdot r(j, t)} \cdot \frac{1}{2}(P_0(j, t + \tau, T) + P_0(j + 1, t + \tau, T)), \quad (9.6)$$

де $j = 0, 1, \dots, t/\tau$. Зокрема,

$$P_0(0, T) = \frac{1}{1 + \tau \cdot r(0, 0)} \cdot \frac{1}{2}(P_0(0, \tau, T) + P_0(1, \tau, T)).$$

Із формул

$$P_0(0, T) = \frac{1}{(1 + \tau \cdot y_0(0, T))^{T/\tau}},$$

$$P_0(j, \tau, T) = \frac{1}{(1 + \tau \cdot y_0(j, \tau, T))^{(T-\tau)/\tau}} \text{ при } j = 1, 2,$$

можуть бути визначені дохідності $y_0(0, T)$, $y_0(0, \tau, T)$, $y_0(1, \tau, T)$, що відповідають даним r_0^* і s_0^* . Скориставшись формулою

$$\frac{1}{2} \ln \left(\frac{y_0(1, \tau, T)}{y_0(0, \tau, T)} \right) = \sqrt{\tau} \sigma_{y,0}(0, T),$$

що відповідає умові (9.1), можна визначити $\sigma_{y,0}(0, T)$. Ми хочемо, щоб отримані величини $y_0(0, T)$ і $\sigma_{y,0}(0, T)$ збігалися з початковими величинами $y(0, T)$ і $\sigma_y(0, T)$ відповідно. Але за довільного вибору r_0^* і s_0^* збігу, взагалі кажучи, не буде. Мета ітераційного процесу полягає у тому, щоб домогтися такого збігу, знайшовши відповідні значення r_0^* і s_0^* .

Ітераційний процес можна організувати, наприклад, так. При фіксованому s_0^* за допомогою методу січних будується послідовність

$$r_0^*, r_1^*, \dots, r_k^*$$

до тих пір, доки не буде виконуватись умова

$$|y_k(0, T) - y(0, T)| < \varepsilon_1, \quad (9.7)$$

де ε_1 — деяке наперед задане маленьке число. Величина $y_i(0, T)$ будується за r_i^* при будь-якому i так само, як і величина $y_0(0, T)$ будується за r_0^* .

Далі обирається наступне значення s_1^* і для нього, знову за допомогою методу січних, будується послідовність

$$r_0^*, r_1^*, \dots, r_k^*,$$

яка забезпечує виконання умови (9.7). У цій послідовності r_0^* і k можуть бути іншими, ніж у першій послідовності r_i^* . Далі за допомогою знову ж методу січних визначається наступне значення s_2^* . Для цього значення будується своя послідовність $r_0^*, r_1^*, \dots, r_k^*$, яка забезпечує виконання умови (9.7). Так відбувається до тих пір, доки за деяких значень r_k^* і s_l^* будуть виконуватись умови (9.7) і

$$|\sigma_{y,l}(0, T) - \sigma_y(0, T)| < \varepsilon_2,$$

де ε_2 , як і ε_1 , — деяке наперед задане маленьке число. Тоді отримані r_k^* і s_l^* обираються як шукані значення r^* і s^* , а корот-

кострокові ставки для моменту часу $(t + \tau)$ визначаються за формулами (9.2) та (9.3).

Після того, як короткострокові ставки обчислені для всіх моментів часу до моменту $\hat{T}$ включно і для всіх станів економіки, що відповідають цим моментам часу, за формулами (9.4) і (9.5) розраховуються ціни безкупонних облігацій.

Існує спеціальна процедура, що дозволяє суттєво зменшити обсяг обчислень при визначенні короткострокових ставок, і називається індукцією вперед [21].

Визначимо величини $G(j, T)$:

$$G(0, 0) = 1,$$

$$G(0, t + \tau) = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \tau r(0, t)} G(0, t),$$

$$G(j, t + \tau) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 + \tau r(j-1, t)} G(j-1, t) + \frac{1}{1 + \tau r(j, t)} G(j, t) \right)$$

для $j = 0, 1, \dots, \frac{t}{\tau}, t \geq 0,$

$$G((t + \tau)/\tau, t + \tau) = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \tau r(t/\tau, t)} G(t/\tau, t).$$

Величина $G(j, T)$ може бути інтерпретована як ціна у момент часу 0 активу, за яким у момент часу T сплачується 1 грн, а економіка знаходиться у стані j .

За допомогою формули (9.4) ціна безкупонної облігації може бути записана у вигляді

$$P(0, t + 2\tau) = \sum_{j=0}^{(t+\tau)/\tau} G(j, t + \tau) P(j, t + \tau, t + 2\tau).$$

Таке представлення використовується для комп'ютерної реалізації методу Блека—Дермана—Тоя.

Розглянемо оцінку активів за допомогою методу Блека—Дермана—Тоя [3].

Нехай відомі ціни деякого активу $V(j, t + \tau)$ для усіх можливих станів економіки у момент часу $(t + \tau)$, тобто для всіх

$j = 0, 1, \dots, (t + \tau) / \tau$. Припустимо, що ніяких виплат, пов'язаних із власністю на даний актив, у момент часу t немає. Наприклад, якщо актив є облигацією, то у момент часу t не сплачуються купони; якщо актив є опціоном, то у момент часу t він не може достроково бути виконаним. Тоді, для будь-якого $j = 0, 1, \dots, t / \tau$ ціна цього активу в момент часу t за стану економіки j визначається за формулою, аналогічною до (9.4):

$$V(j, t) = \frac{1}{1 + \tau \cdot r(j, t)} \cdot \frac{1}{2} (V(j, t + \tau) + P(j + 1, t + \tau)). \quad (9.8)$$

Такий метод визначення цін активу для всіх станів економіки у момент часу t за відомими цінами у момент часу $(t + \tau)$ називають індукцією назад.

Приклад 9.1.

Розглянемо облигацію з погашенням через 6 років з номіналом 100 грн. Окрім того, у кінці кожного року за облигацією сплачується купон у розмірі 10 грн. Необхідно визначити ціну європейського опціону колл на цю облигацію з терміном виконання через 4 роки і ціною виконання 102 грн. Опціон виконується безпосередньо перед виплатою відповідного купона.

Нехай для періоду, що розглядається, дохідність (що відповідає нарахуванню відсотків один раз за період часу 1, тобто один раз за рік) має вигляд

$$y(0, T) = 0,1 + T/200,$$

волатильність дохідності

$$\sigma_y(0, T) = 0,2 - T/120.$$

Метою цього прикладу, як і усіх наступних, є роз'яснення відповідного методу розрахунку. Тому вигляд функцій $y(0, T)$ і $\sigma_y(0, T)$ обрано нами довільно.

Опишемо розрахунок з $\tau = 1$. За допомогою описаного алгоритму отримаємо такі короткострокові ставки для моментів часу 1, 2, 3, 4, 5 і для всіх можливих у ці моменти часу станів економіки (наведені у відсотках)

Моменти часу	0	1	2	3	4	5
						28,79
					24,96	22,44
				21,00	18,91	17,50
			17,17	15,47	14,33	13,64
		13,63	12,28	11,39	10,86	10,63
	10,5	9,45	8,78	8,39	8,23	8,29

Короткострокова ставка для моменту часу 0 збігається з $y(0, \tau)$.

Купонна облігація може розглядатись як портфель з таких шести облігацій:

- 1) безкупонна облігація з погашенням через 1 рік з номіналом 10 грн;
- 2) безкупонна облігація з погашенням через 2 роки з номіналом 10 грн;
- 3) безкупонна облігація з погашенням через 3 роки з номіналом 10 грн;
- 4) безкупонна облігація з погашенням через 4 роки з номіналом 10 грн;
- 5) безкупонна облігація з погашенням через 5 років з номіналом 10 грн;
- 6) безкупонна облігація з погашенням через 6 років з номіналом 110 грн.

Ціна кожної з цих 6 облігацій може бути розрахована за формулами (9.4), (9.5) з тією відмінністю, що у правій частині формули (9.5) замість 1 для перших п'яти облігацій стоятиме 10, а для шостої — 110. Ціна портфеля дорівнює сумі цін активів, які входять до нього. Розраховані таким чином ціни купонної облігації для моментів часу 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 (до сплати купонів) і для всіх можливих у ці моменти часу станів економіки наведено нижче:

Моменти часу	0	1	2	3	4	5	6
							110,00
						95,41	110,00
					88,12	99,84	110,00
				85,90	95,55	103,62	110,00
			87,43	95,55	102,02	106,80	110,00
		91,9	98,89	104,06	107,52	109,43	110,00
	89,1	104,9	109,00	111,31	112,10	111,58	110,00

Для моменту часу $t = 4$ і для усіх можливих у ці моменти часу станів економіки ціна європейського опціону колл розраховується за формулою

$$c(j, t) = \max(S(j, t) - X, 0), \quad j = 0, 1, \dots, \frac{t}{\tau},$$

де $S(j, t)$ — ціна купонної облигації для різних станів економіки, яка може приймати одне із значень 112,10, 107,52, 102,02, 95,55, 88,12; $X = 102$. Для моментів 3, 2, 1, 0 часу ціни розраховуються за формулою (9.8). Ціни опціону колл наведено нижче.

Моменти часу	0	1	2	3	4
					0,00
				0,00	0,00
			0,00	0,01	0,02
		0,49	1,11	2,49	5,52
	1,37	2,54	4,46	7,21	10,10

З точністю до 3-х десяткових знаків ціна європейського опціону колл у момент часу 0

$$c_0 = 1,373 \text{ грн.}$$

Приклад 9.2.

Нехай за тих самих умов, що сформульовані у прикладі 9.1., необхідно розрахувати ціну європейського опціону пут на ту саму купонну облигацію. Ціну виконання опціону вважаємо рівною 102 грн.

Єдина відмінність цього розрахунку від попереднього полягає у тому, що у момент часу $t = 4$ ціна опціону пут розраховується за формулою

$$p(j, t) = \max(X - S(j, t), 0), \quad j = 0, 1, \dots, \frac{t}{\tau}.$$

Розрахуємо ціну європейського опціону пут у момент часу 0 з $\tau = 1$

$$p_0 = 1,456 \text{ грн.}$$

Розглянемо облигацію, за якою у моменти часу $t_1, \dots, t_n$ сплачуються купони $C_1, \dots, C_n$. Розглянемо європейські опціони колл і

пут на цю облігацію з однаковим терміном закінчення T і однаковою ціною виконання X . Нехай $t_0 < t_1 < \dots < t_n < T$. Погашення облігації відбувається у момент часу більш пізній, ніж T . (Можливо, що купони сплачуються і після моменту T .)

Нехай c_0 — ціна опціону колл у момент часу t_0 , p_0 — ціна опціону пут у момент часу t_0 , S_0 — ціна облігації у момент часу t_0 . Покажемо, що за відсутності арбітражу має виконуватися співвідношення

$$p_0 - c_0 + S_0 = \sum_{i=1}^n P(t_0, t_i) C_i + P(t_0, T) X. \tag{9.9}$$

Розглянемо наступний портфель:

- 1) куплено облігацію;
- 2) куплено пут;
- 3) куплено колл.

Нехай у момент часу T облігація продається. Опціони у момент часу T або виконуються, або залишаються невиконаними залежно від співвідношення ціни облігації S_T у момент часу T та X . У табл. 9.1 показано надходження коштів за кожною з позицій у різні моменти часу i (у нижньому рядку) сумарні надходження від портфеля.

Таблиця 9.1

**ПЛАТЕЖІ ЗА ПОРТФЕЛЕМ, ЩО СКЛАДАЮТЬСЯ
З КУПОННОЇ ОБЛІГАЦІЇ, ЄВРОПЕЙСЬКОГО ОПЦІОНУ ПУТ
І ЄВРОПЕЙСЬКОГО ОПЦІОНУ КОЛЛ У РІЗНІ МОМЕНТИ ЧАСУ**

Показник	t_0	t_1	...	t_n	T	
					при $S_T \geq X$	при $S_T \leq X$
Облігація	$-S_0$	C_1	...	C_n	S_T	S_T
Пут	$-p_0$				0	$X - S_T$
Колл	c_0				$-(S_T - X)$	0
Сума за портфелем		C_1	...	C_n	X	X

В усі моменти часу $t_1, \dots, t_n, T$ надходження від портфеля відомі завчасно. Тому вартість портфеля у момент часу t_0 дорівнює сумі

поточних вартостей цих надходжень. Саме це твердження і міститься в рівності (9.9).

Перевіримо виконання рівності (9.9) для опціонів із прикладів 9.1. і 9.2. Знайдемо спочатку значення лівої частини рівності (9.9). Усі необхідні величини розраховані у прикладах 9.1. і 9.2:

$$p_0 = 1,456, \quad c_0 = 1,373, \quad S_0 = 89,120.$$

Таким чином, ліва частина:

$$p_0 - c_0 + S_0 = 1,456 - 1,373 + 89,120 = 89,203.$$

Знайдемо значення правої частини рівності (9.9). Нагадаємо, що ціна у момент часу 0 безкупонної облигації з погашенням у момент часу t визначається через її дохідність за формулою

$$P(0, t) = \frac{1}{(1 + \tau \cdot y(0, t))^{\tau}}.$$

У нашому випадку $\tau = 1$. Маємо

$$t_1 = 1, \quad y(0, 1) = 0,105, \quad P(0, 1) = 0,904977;$$

$$t_1 = 2, \quad y(0, 1) = 0,110, \quad P(0, 1) = 0,811622;$$

$$t_1 = 3, \quad y(0, 1) = 0,115, \quad P(0, 1) = 0,721399.$$

Оскільки $c_1 = c_2 = c_3 = 10$, отримуємо

$$\sum_{i=1}^3 P(t_0, t_i) C_i = 24,380.$$

Далі

$$T = 4, \quad y(0, 4) = 0,12, \quad P(0, 4) = 0,635518, \quad X = 102.$$

Звідси, права частина рівності (9.9)

$$\sum_{i=1}^3 P(t_0, t_i) C_i + P(t_0, T) X = 89,203.$$

Отже, співвідношення (9.9) для цін європейських опціонів колл і пут із прикладів 9.1 та 9.2 виконується. Це є однією з переваг методу Блека—Дермана—Тоя і наслідком того, що облигації за методом Блека—Дермана—Тоя оцінюються точно.

Приклад 9.3.

Нехай за умов прикладу 9.1 необхідно розрахувати ціну американського опціону колл на купонну облігацію.

Єдиною відмінністю цього розрахунку від розрахунку у прикладі 9.1 полягає в тому, що замість формули (9.8) використовується формула

$$c(j, t) = \max \left(S(j, t) - X, \frac{1}{1 + \tau r(j, t)} \frac{1}{2} (c(j, t + \tau) + c(j + 1, t + \tau)) \right),$$

$$j = 0, 1, \dots, \frac{t}{\tau}.$$

При розрахунку з $\tau = 1$ отримаємо такі ціни американського опціону колл з ціною виконання 102 для моментів часу 0, 1, 2, 3, 4 і для усіх можливих у ці моменти часу станів економіки:

Моменти часу	0	1	2	3	4
					0,00
				0,00	0,00
			0,00	0,01	0,02
		0,49	1,11	2,49	5,52
	1,90	3,70	7,00	9,31	10,10

З точністю до трьох десяткових знаків ціна американського опціону колл у момент часу 0

$$c_0 = 1,898 \text{ грн.}$$

У прикладах 9.1, 9.2, 9.3 наведено результати розрахунків із кроком за часом $\tau = 1$. Точніші результати можна отримати, якщо проводити розрахунки з меншими кроками за часом τ . Ці результати наведено у табл. 9.2.

Таблиця 9.2

ЦІНИ ОПЦІОНІВ, РОЗРАХОВАНІ З РІЗНИМИ ЧАСОВИМИ КРОКАМИ τ

τ	Європейський колл	Європейський пут	Американський колл
1	1,373	1,456	1,898
0,5	1,439	1,522	2,043
0,25	1,476	1,560	2,051
0,125	1,495	1,579	2,090
0,0625	1,505	1,588	2,096

Укажемо на два недоліки методу Блека—Дермана—Тоя.

Перший недолік полягає в тому, що хоча набір кривих доходностей $y(0, T)$ і кривих волатильності $\sigma_y(0, T)$, до яких можна застосувати метод Блека—Дермана—Тоя, є досить великим, існують, як це зазначається авторами методу, такі пари кривих, до яких даний метод не може бути застосованим.

Другий недолік полягає в тому, що усі зміни у відсоткових ставках пояснюються змінами у короткострокових ставках. Тому і портфель з облігацій, і окрема облігація однаково чутливі до зміни відсоткових ставок. Насправді ж, диверсифікація має зменшувати таку чутливість.

У методі Блека—Дермана—Тоя короткострокові ставки у кожен момент часу утворюють геометричну прогресію. Існує підхід, коли короткострокові ставки у кожен момент часу утворюють арифметичну прогресію (цей підхід буде описано у п.п. 9.2, 9.3).

9.2. Стохастичні моделі з неперервним часом для короткострокових ставок

Нехай випадковий процес $\eta(t)$ є стохастичною моделлю деякої змінної у часі величини. Ця величина може бути, наприклад, ціною деякого активу. Припустимо, що випадковий процес $\eta(t)$ є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$d\eta = m(\eta, t)\eta \, dt + s(\eta, t)\eta \, dz_t,$$

де z_t — стандартний броунівський рух.

Нехай $f_1(\eta, t)$ і $f_2(\eta, t)$ — ціни двох деривативів, пов'язаних з величиною η . За формулою Іто випадкові процеси f_1 і f_2 являються розв'язками стохастичних диференціальних рівнянь

$$df_i = \mu_i(\eta, t)f_i \, dt + \sigma_i(\eta, t)f_i \, dz_t \text{ при } i = 1, 2. \quad (9.9)$$

Точний вигляд коефіцієнтів μ_i та σ_i буде знайдено пізніше.

Зафіксуємо деякий момент часу t_0 і складемо в цей момент часу портфель, що складається з ζ_1 одиниць першого деривативу

та ς_2 одиниць другого деривативу. Вартість цього портфеля позначимо через $\Pi(\eta, t)$. Якщо ς_1 та ς_2 залишаються постійними, то вартість цього портфеля для усіх наступних моментів часу визначається за формулою

$$\Pi(\eta, t) = \varsigma_1 f_1(\eta, t) + \varsigma_2 f_2(\eta, t),$$

і процес $\Pi(\eta, t)$ є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$d\Pi = (\varsigma_1 \mu_1 f_1 + \varsigma_2 \mu_2 f_2) dt + (\varsigma_1 \sigma_1 f_1 + \varsigma_2 \sigma_2 f_2) dz_t.$$

Якщо взяти $\varsigma_1 = \sigma_2 f_2$ і $\varsigma_2 = -\sigma_1 f_1$, то коефіцієнт при dz_t для моменту часу t_0 буде рівним нулю, і портфель у цей момент часу буде безризиковим. У такому разі має виконуватися співвідношення

$$d\Pi = r\Pi dt,$$

де r — миттєва короткострокова ставка.

А тому

$$\varsigma_1 \mu_1 f_1 + \varsigma_2 \mu_2 f_2 = r (\varsigma_1 f_1 + \varsigma_2 f_2).$$

Підставивши вирази для ς_1 та ς_2 , отримаємо

$$\sigma_2 \mu_1 - \sigma_1 \mu_2 = r \sigma_2 - r \sigma_1.$$

Звідси випливає, що

$$\frac{\mu_1 - r}{\sigma_1} = \frac{\mu_2 - r}{\sigma_2}.$$

Це означає, що дане співвідношення залишається незмінним для будь-якого деривативу, і можемо записати:

$$\frac{\mu - r}{\sigma} = \lambda, \quad (9.10)$$

де λ , взагалі кажучи, залежить від η і t .

А отже, для будь-якого деривативу, ціна якого однозначно визначається величиною η і моментом часу t , має виконуватися співвідношення (9.10), величина $\lambda(\eta, t)$ є однаковою для усіх деривативів і називається ринковою ціною ризику для η . Рівняння (9.10) можна переписати у вигляді

$$\mu - r = \lambda \sigma.$$

Якщо прийняти σ за кількісну оцінку ступеня ризику, то останнє рівняння показує, наскільки очікувана дохідність деривативу μ має перевищувати безризикову ставку r залежно від ступеня ризику. Цим і пояснюється те, що λ називають ринковою ціною ризику.

Тепер наведемо точну формулу для величин μ і σ з (9.10). За формулою Іто маємо

$$\mu = \frac{1}{f} \left(\frac{\partial f}{\partial t} + m\eta \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{1}{2} s^2 \eta^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right), \quad \sigma = \frac{1}{f} s \eta \frac{\partial f}{\partial \eta}.$$

підставивши ці вирази в (9.10), отримаємо

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \eta \frac{\partial f}{\partial \eta} (m - \lambda s) + \frac{1}{2} s^2 \eta^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = rf. \quad (9.11)$$

Рівняння (9.11) і є рівнянням, що пов'язує ціну деривативу з ринковою ціною ризику для випадку, коли величиною η є миттєва короткострокова ставка r , а деривативом — безкупонна облігація [7]. Рівняння (9.11) називається рівнянням строкової структури. Надалі як величину η будемо також розглядати миттєву короткострокову ставку r .

Халл і Уайт у процесі [6] запропонували використати для моделювання миттєвої короткострокової ставки випадковий процес $r(t)$, який є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$dr = (\theta(t) - a(t)r)dt + \sigma(t)r^\beta dz_t, \quad (9.12)$$

де $\beta = 0$ або $1/2$.

При цьому робиться припущення, що ринкова ціна ризику є функцією $\lambda(t)$, обмеженою на будь-якому інтервалі скінченної довжини $(0, T)$. Модель Халла та Уайта містить як часткові випадки три моделі для миттєвої короткострокової ставки:

- модель Васічека [7]
 $dr = (\theta - ar)dt + \sigma dz_t$, де θ , a і σ — константи;
- модель Кокса—Інгерсолла—Росса [13]
 $dr = (\theta - ar)dt + \sigma r^{1/2} dz_t$, де θ , a і σ — константи;
- модель Хо—Лі [16]
 $dr = \theta(t)dt + \sigma dz_t$, де σ — константа.

Процес, що є розв'язком стохастичного диференційного рівняння (9.12), має важливу властивість, яка називається *повернен-*

ням до середнього. Нехай $\theta(t)$ і $a(t)$ додатні. Тоді за малих r коефіцієнт перед dt буде додатним, і миттєва короткострокова ставка r має тенденцію до зростання. За великих r коефіцієнт перед dt від'ємний і миттєва короткострокова ставка r має тенденцію до зменшення. Така поведінка відповідає поведінці реальної відсоткової ставки.

Подальші викладки ґрунтуються на працях [5, 7, 18]. Розглянемо випадок, коли $\beta = 0$, у якому стохастичне диференціальне рівняння (9.12) може бути записане у вигляді

$$dr = \frac{\theta(t) - a(t)r}{r} dt + \frac{\sigma(t)}{r} dz_t.$$

У цьому випадку рівняння в частинних похідних (9.11) матиме вигляд

$$\frac{\partial f}{\partial t} + r \frac{\partial f}{\partial r} \left(\frac{\theta(t) - a(t)r}{r} - \frac{\lambda(t)\sigma(t)}{r} \right) + \frac{1}{2} \frac{\sigma^2(t)}{r^2} r^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = rf.$$

Будемо вважати, що функція $\theta(t)$ в рівнянні (9.12) пов'язана з ринковою ціною ризику $\lambda(t)$ співвідношенням

$$\theta(t) = \varphi(t) + \lambda(t)\sigma(t), \quad (9.13)$$

де функція $\varphi(t)$ будується за дисконтною функцією $P(0, t)$, $a(t)$ і $\sigma(t)$. Розглянемо випадок, коли функції $a(t)$ і $\sigma(t)$ є константами.

Тоді останнє рівняння в частинних похідних матиме вигляд

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\varphi(t) - a(t)r) \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{2} \sigma^2(t) \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = rf.$$

Зауважимо, що отримане рівняння в частинних похідних правильне для ціни $f(r, t)$ будь-якого фінансового інструменту, пов'язаного з короткостроковою ставкою r . Якщо припустити, що ціна безкупонної облігації з погашенням у деякий довільний, але фіксований момент часу T визначається короткостроковою ставкою r , то це ж рівняння буде справедливим і для ціни безкупонної облігації $P(r, t, T)$:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (\varphi(t) - a(t)r) \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{2} \sigma^2(t) \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} = rP. \quad (9.14)$$

Тут $t \leq T$. Граничною умовою для функції $P(r, t, T)$ буде наступна

$$P(r, T, T) = 1 \quad (9.15)$$

для будь-якого r .

Розв'язок рівняння (9.15) будемо шукати у вигляді

$$P(r, t, T) = A(t, T) e^{-B(t, T)r}. \quad (9.16)$$

Зауважимо, що для функції вигляду (9.16)

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} &= \frac{\partial A}{\partial t} e^{-Br} - Ar \frac{\partial B}{\partial t} e^{-Br} = P \left(\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} - r \frac{\partial B}{\partial t} \right); \\ \frac{\partial P}{\partial r} &= -AB e^{-Br} = -BP; \end{aligned} \quad (9.17)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} = B^2 P.$$

Підставимо вирази для похідних (9.17) у (9.14):

$$-r \frac{\partial B}{\partial t} + ra(t)B + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} - \varphi(t)B + \frac{1}{2} \sigma^2(t)B^2 = r.$$

Це рівняння перетвориться на правильну тотожність, якщо, як функції від t , A і B являються розв'язками так звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial B}{\partial t} - a(t)B + 1 = 0, \quad (9.18)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} - \varphi(t)AB + \frac{1}{2} \sigma^2(t)AB^2 = r. \quad (9.19)$$

Виконання граничної умови (9.15) гарантують умови

$$A(T, T) = 1, \quad B(T, T) = 0. \quad (9.20)$$

Отже, якщо ми розв'яжемо рівняння (9.18), а потім за знайденої функції B , — рівняння (9.19), то відповідна функція $P(r, t, T)$, визначена за формулою (9.16), буде розв'язком рівняння (9.14).

Відомо, що для лінійного диференціального рівняння першого порядку

$$z' + f(t)z = g(t)$$

інтегральна крива, що проходить через точку (τ, ζ) , визначається рівнянням

$$z(t) = e^{-F(t)} \left(\zeta + \int_{\tau}^t g(u) e^{F(u)} du \right), \quad (9.21)$$

де

$$F(t) = \int_{\tau}^t f(u) du.$$

Будемо вважати функцію $a(t)$ константою a . Тоді згідно з (9.21) розв'язок рівняння (9.18), що задовольняє граничній умові (9.20), має вигляд

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}. \quad (9.22)$$

Якщо функція $\sigma(t)$ є константою σ , то функція $A(t, T)$ задовольняє таке співвідношення:

$$\begin{aligned} \ln A(t, T) = \ln \frac{A(0, T)}{A(0, t)} - B(t, T) \frac{\partial \ln A(0, t)}{\partial t} - \\ - \frac{\sigma^2}{4a^3} (e^{-aT} - e^{-at})^2 (e^{2at} - 1). \end{aligned} \quad (9.23)$$

Ціни безкупонних облігацій $P(0, t)$, тобто ціни у момент часу 0, відомі для всіх $T \geq 0$. Величини $B(0, t)$ відомі з (9.22). Миттєва короткострокова ставка r у момент часу 0 відома. Із формули

$$P(0, t) = A(0, T) e^{-B(0, T)r},$$

що є частковим випадком формули (9.16) при $t = 0$, виявляються відомими величини $A(0, T)$ для всіх T . Тому формула (9.23) однозначно визначає функцію $A(t, T)$ за строковою структурою відсоткової ставки у момент часу 0.

Розглянемо питання оцінки європейських опціонів колл і пут на безкупонні облігації. Якщо поведінка миттєвої короткострокової ставки $r(t)$ описується рівнянням

$$dr = (\theta(t) - ar) dt + \sigma dz_t,$$

що є частковим випадком рівняння (9.12), в якому a і σ — константи, а $\beta = 0$, існує аналітичне вираження для цін цих опціонів. З використанням формули Іто з останнього рівняння отримаємо, що випадковий процес $P(r, t, T)$ є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$dP = \mu P dt + \sigma \frac{\partial P}{\partial r} dz_t.$$

Ураховуючи (9.17), отримаємо

$$dP = \mu P dt - \sigma B P dz_t. \quad (9.24)$$

Право продати у момент часу T за X безкупонну облигацію з погашенням у момент часу T^* , де $T < T^*$, — це право обміняти дану облигацію на X безкупонних облигацій з погашенням у момент часу T за умови, що обмін відбувається у той самий момент T (мова йде про безкупонні облигації з номіналом 1 грн). А ціна такого права обміняти один актив на інший, якщо ціни обох активів моделюються випадковими процесами, які є розв'язками стохастичних диференціальних рівнянь виду (9.24), може бути розрахована за формулою ціни європейського опціону пут у момент часу 0 [3]:

$$p_0 = X P(0, T) N(d) - P(0, T^*) N(d - \rho), \quad (9.25)$$

де

$$d = \frac{1}{\rho} \ln \frac{X P(0, T)}{P(0, T^*)} + \frac{\rho}{2},$$

$$\rho^2 = \int_0^T \left(-\sigma B(t, T) + \sigma B(t, T^*) \right)^2 dt.$$

З урахуванням (9.22)

$$\rho = \frac{\sigma}{a} (1 - e^{-a\tau}) \sqrt{\frac{1 - e^{-2aT}}{2a}},$$

де $\tau = T^* - T$.

Аналогічно може бути знайдена ціна у момент часу 0 європейського опціону колл

$$p_0 = P(0, T^*) N(-d + \rho) - X P(0, T) N(-d). \quad (9.26)$$

9.3. Оцінювання деривативів з використанням стохастичної моделі для короткострокових ставок за методом Халла—Уайта

Основна частина у методі Халла—Уайта [17], [19], як і в методі Блека—Дермана—Тоя, — це побудова стохастичної моделі для короткострокових ставок. Схожими є і основні ідеї цих моделей: у методі Блека—Дермана—Тоя припускається, що короткострокові ставки у кожен момент часу утворюють геометричну прогресію, а в методі Халла—Уайта припускається, що короткострокові ставки у кожен момент часу утворюють арифметичну прогресію. Але виявляється, що схожі ідеї приводять до двох не схожих методів обчислень.

Нехай математична модель для миттєвих короткострокових ставок — це випадковий процес $r(t)$, що є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$dr = (\theta(t) - ar) dt + \sigma dz_t,$$

яке є частковим випадком рівняння (9.12), коли a і σ являються константами, а $\beta = 0$. Будемо вважати, що $a > 0$ і $\sigma > 0$.

Для переходу від неперервного випадкового процесу $r(t)$ до дискретного випадкового процесу введемо три параметри τ , h і J . Часовий крок $\tau > 0$ може бути обраний довільно з єдиним обмеженням, що проміжки часу, які розглядаються в задачі, наприклад, від поточного моменту часу 0 до дати закінчення опціону, мають бути кратними τ . При виборі h будемо керуватися співвідношенням

$$h = \sigma\sqrt{3\tau}. \quad (9.27)$$

За J береться мінімальне ціле число, що задовольняє умову: $J \geq 0,1836/a\tau$. Нижче буде показано, чому саме таким чином обираються h і J . Для цілого $n \geq 0$ покладемо $J_n \geq \min(n, J)$. Вважаємо, що у момент часу $n\tau$ економіка може знаходитись в одному з $(2J_n + 1)$ станів, які ми будемо позначати індексом j , $j = -J_n, \dots, -1, 0, 1, \dots, J_n$.

З будь-якого стану j у момент часу $n\tau$ економіка до моменту часу $(n+1)\tau$ може перейти в один із трьох станів. Якщо

$-J < j < J$, то у момент часу $(n+1)\tau$ економіка може знаходитись в одному із станів $(j-1)$, j , $(j+1)$. Якщо $j = -J$, то у момент часу $(n+1)\tau$ економіка може знаходитись в одному із станів j , $(j+1)$ або $(j+2)$. Якщо $j = J$, то у момент часу $(n+1)\tau$ економіка може знаходитись в одному із станів $(j-2)$, $(j-1)$ або j . У будь-якому випадку ймовірності переходу в кожен із цих станів позначимо p_d, p_m, p_u . Ці ймовірності залежать від j , але не залежать від n .

Будемо вважати, що у момент часу $n\tau$ для стану економіки j ставка запозичення, що нараховується неперервно, на термін τ дорівнює

$$\alpha_n + jh,$$

де $n \geq 0$, $j = -J_n, \dots, -1, 0, 1, \dots, J_n$.

Це означає, що у кожний момент часу задані ставки утворюють арифметичну прогресію. Числа $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ необхідно визначити. Для розрахунку цих чисел необхідно знати ймовірності p_d, p_m, p_u для всіх j .

Для розрахунку ймовірностей p_d, p_m, p_u розглядається допоміжний випадковий процес $r^*(t)$, який є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$dr^* = -ar^* dt + \sigma dz_t.$$

Якщо знехтувати членами вищого порядку малості, ніж τ , то математичне сподівання випадкової величини $(r^*(t+\tau) - r^*(t))$ при фіксованому t дорівнює $-ar^*\tau$, а дисперсія цієї випадкової величини дорівнює $\sigma^2\tau$.

Будемо вважати, що у будь-який момент часу $n\tau$ за стану економіки j «ставка» $r^* = jh$, де $j = -J_n, \dots, -1, 0, 1, \dots, J_n$, $n \geq 0$.

Зафіксувавши стан економіки j , оберемо ймовірності p_d, p_m, p_u таким чином, щоб математичне сподівання і дисперсія випадкової величини $(r^*(n\tau + \tau) - r^*(n\tau))$ були рівними відповідно $-ajh\tau$ і $\sigma^2\tau$. При $-J < j < J$ це призводить до системи рівнянь

$$p_u h - p_d h = -ajh\tau,$$

$$p_u h^2 + p_d h^2 = \sigma^2\tau + a^2 j^2 h^2 \tau^2, \quad (9.28)$$

$$p_u + p_m + p_d = 1;$$

при $j = -J$ — до системи рівнянь

$$\begin{aligned} p_u 2h + p_m h &= -aj h \tau, \\ p_u 4h^2 + p_m h^2 &= \sigma^2 \tau + a^2 j^2 h^2 \tau^2, \end{aligned} \quad (9.29)$$

$$p_u + p_m + p_d = 1;$$

при $j = J$ — до системи рівнянь

$$\begin{aligned} -p_d 2h - p_m h &= -aj h \tau, \\ p_d 4h^2 + p_m h^2 &= \sigma^2 \tau + a^2 j^2 h^2 \tau^2, \end{aligned} \quad (9.30)$$

$$p_u + p_m + p_d = 1;$$

Визначення h за формулою (9.27) і визначення J як мінімального цілого числа, що задовольняє умову: $J \geq 0,1836/a\tau$, дозволяє отримати додатні розв'язки систем рівнянь (9.28)—(9.30), тобто всі ймовірності, що отримані як розв'язки цих систем, будуть додатними. Покажемо це.

Позначимо $x = aj\tau$. Тоді із системи рівнянь (9.28) отримаємо, що при $-J < j < J$

$$p_u = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(x^2 - x),$$

$$p_m = \frac{2}{3} - x^2,$$

$$p_d = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(x^2 + x).$$

Імовірності p_u і p_d додатні за будь-яких x . Імовірність p_m додатна при $x^2 < 2/3$ або, наближено, при $|x| < 0,8164$.

Із системи рівнянь (9.29) випливає, що при $j = -J$

$$p_u = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(x^2 + x),$$

$$p_m = -\frac{1}{3} - x^2 - 2x,$$

$$p_d = \frac{7}{6} + \frac{1}{2}(x^2 + 3x).$$

Імовірності p_u і p_d додатні за будь-яких x , а умова $p_m > 0$ приводить до обмеження

$$-1,8164 \leq x \leq -0,1836.$$

Обираючи J , ми домагались виконання умови: $J \geq 0,1836/a\tau$, тобто $x = -aJr \leq -0,1836$.

Із системи рівнянь (9.30) випливає, що при $j = J$

$$p_u = \frac{7}{6} + \frac{1}{2}(x^2 - 3x),$$

$$p_m = -\frac{1}{3} - x^2 + 2x,$$

$$p_d = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(x^2 - x).$$

Імовірності p_u і p_d додатні за будь-яких x , а умова $p_m > 0$ приводить до обмеження

$$0,1836 \leq x \leq 1,8164,$$

яке виконується завдяки вибору J .

Отже, ймовірності p_d , p_m , p_u визначені для всіх j .

Для визначення чисел $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ окрім імовірностей p_d , p_m , p_u , розрахованих для всіх j , використовуються ціни облігацій $P(0, T)$ при $T = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$ Зокрема, із формули

$$P(0, \tau) = e^{-\alpha_0 \tau}$$

відразу можна визначити α_0 .

Як і в підході Блека—Дермана—Тоя, у підході Халла—Уайта застосовується індукція вперед. Нагадаємо, що $G(j, T)$ — це ціна в момент часу 0 активу, за яким у момент часу T сплачується 1 грн, якщо економіка у момент часу T знаходиться у стані j . Будемо виходити із співвідношень $G(0, 0) = 1$ і при $n \geq 1$

$$G(j, n\tau) = \sum_k G(k, (n-1)\tau) q(k, j) e^{-(\alpha_{n-1} + kh)\tau},$$

де $q(k, j)$ — імовірність переходу із стану $(k, (n-1)\tau)$ у стан $(j, n\tau)$. Сумування відбувається за всіма k , для яких ця ймовірність не дорівнює нулеві.

Зокрема, за цією формулою можуть бути обчислені $G(j, t)$ при $j = -1, 0, 1$.

Покажемо, визначивши величини $G(j, n\tau)$, для усіх можливих у момент часу $n\tau$ станів економіки j може бути обчислене значення α_n . Для цього використовується співвідношення

$$P(0, (n+1)\tau) = \sum_{j=-J_n}^{J_n} G(j, n\tau) e^{-(\alpha_n + jh)\tau},$$

з якого випливає, що

$$\alpha_n = \frac{1}{\tau} \left(\ln \sum_{j=-J_n}^{J_n} G(j, n\tau) e^{-jh\tau} - \ln P(0, (n+1)\tau) \right).$$

Тепер можуть бути обчислені величини $G(j, (n+1)\tau)$, потім α_{n+1} і т. д.

Індукція вперед у методі Халла—Уайта виявляється навіть простішою, ніж у методі Блека—Дермана—Тоя: рівняння для α_n розв'язується у явному вигляді і немає необхідності використовувати ітераційний процес.

Для того щоб у різні моменти часу та за різних станів економіки розраховувати ціни безкупонних облігацій з різними термінами погашення, необхідно використовувати формулу (9.16). Функція $B(t, T)$ визначається за формулою (9.22), а функція $A(t, T)$ — за формулою (9.23). Однак є одне зауваження: у формулі (9.16) r — це миттєва ставка, що неперервно нараховується, а розраховані величини $(\alpha_n + jh)$ — це ставки запозичення, що нараховуються неперервно, на термін τ . Збережемо для миттєвої ставки позначення τ , а ставку запозичення, що нараховується неперервно, на термін τ позначимо через R . Тоді, з одного боку, за формулою (9.16)

$$P(t, t + \tau) = A(t, t + \tau) e^{-B(t, t + \tau)r},$$

а з другого боку,

$$P(t, t + \tau) = e^{-R\tau}.$$

Звідси

$$r = \frac{R\tau + \ln A(t, t + \tau)}{B(t, t + \tau)}.$$

Використання у формулі (9.16) ставки R замість r може призвести до помітних помилок навіть за досить малих τ [20, с. 447].

9.4. Оцінювання деривативів з використанням стохастичної моделі для форвардних ставок за методом Хіта—Джерроу—Мортон. Порівняння методу Хіта—Джерроу—Мортон з іншими підходами, що використовуються в процесі оцінювання і хеджування

На відміну від своїх попередників, Хіт, Джерроу та Мортон у працях [5, 14, 15] побудували метод оцінювання, що ґрунтується не на стохастичній моделі для короткострокової відсоткової ставки, а на стохастичній моделі для форвардних ставок.

У цьому методі спочатку будується стохастична модель з неперервним часом для форвардних ставок, а потім стандартним шляхом відбувається перехід до стохастичної моделі з дискретним часом. Основною математичною проблемою у побудові методу Хіта—Джерроу—Мортон є перехід від стохастичної моделі з дискретним часом для форвардних ставок до стохастичної моделі з дискретним часом для цін безкупонних облігацій. Після того, як стохастична модель для цін безкупонних облігацій побудована, оцінювання деривативів відбувається звичайним способом індукцією назад.

Нагадаємо, що форвардна ставка $f(t, T, T + \tau)$, яка нараховується неперервно, визначається із співвідношення

$$\exp(\tau f(t, T, T + \tau)) = \frac{P(t, T)}{P(t, T + \tau)},$$

де $0 \leq t \leq T$, а значення $\tau > 0$ вважається обраним.

Будемо вважати, що за довільного, але фіксованого $T > 0$ математичною моделлю для форвардної ставки є випадковий процес, який є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$df = \mu_f(t, T) dt + \sigma_f(t, T) dz_t, \quad (9.31)$$

де z_t — стандартний броунівський рух. Величина σ_f називається волатильністю форвардної ставки.

Введемо позначення

$$F(t, T) = \frac{P(t, T)}{P(t, T + \tau)}.$$

Тоді

$$d \ln F(t, T) = \mu(t, T) dt + \sigma(t, T) dz_t,$$

де $\mu = \tau \mu_f$, $\sigma = \tau \sigma_f$.

З останнього рівняння випливає, що математичне сподівання випадкової величини

$$\ln F(t + \tau, T) - \ln F(t, T)$$

наближено може бути прийняте рівним

$$\mu(t, T)\tau, \quad (9.32)$$

а дисперсія цієї випадкової величини наближено може бути прийнята рівною

$$\sigma^2(t, T)\tau. \quad (9.33)$$

Розглядається дискретно працююча економіка; змінна t може приймати значення $0, \tau, 2\tau, \dots, n\tau, \dots$. У момент часу $n\tau$ економіка може знаходитись в одному із 2^n станів.

Стан економіки, можливий у момент часу $n\tau$, будемо позначати через s_t , вважаючи, що s_t — це набір з n символів u і d . Позначення u і d походять від англійських слів «up» і «down». Наприклад, при $t = \tau$ можливі два стани економіки: $s_\tau = u$ і $s_\tau = d$. При $t = 2\tau$ можливі чотири стани економіки: $s_{2\tau} = uu$, $s_{2\tau} = ud$, $s_{2\tau} = du$, $s_{2\tau} = dd$. Якщо у момент часу t економіка знаходиться у стані S_t , то у момент часу $(t + \tau)$ економіка може перейти в один із двох станів: $s_{t+\tau} = s_t u$ або $s_{t+\tau} = s_t d$.

Позначимо через $F(t, T; s_t)$ величину $F(t, T)$ за стану економіки s_t . Тоді $(\ln F(t + \tau, T; s_{t+\tau}) - \ln F(t, T; s_t))$ — це випадкова величина, яка може приймати два значення, одне при $s_{t+\tau} = s_t u$ і друге

при $s_{t+\tau} = s_t d$. Необхідно, щоб математичне сподівання і дисперсія цієї випадкової величини були відповідно рівні (9.32) і (9.33).

Будемо вимагати, щоб із стану s_t економіка з однаковою ймовірністю могла перейти у стан $s_t u$ або у стан $s_t d$, тобто ймовірності обох переходів дорівнюють 0,5. Нехай

$$\begin{aligned} & \ln F(t+\tau, T; s_{t+\tau}) - \ln F(t, T; s_t) = \\ & = \begin{cases} \mu(t, T; s_t) \tau - \sigma(t, T; s_t) \sqrt{\tau}, & \text{якщо } s_{t+\tau} = s_t u; \\ \mu(t, T; s_t) \tau + \sigma(t, T; s_t) \sqrt{\tau}, & \text{якщо } s_{t+\tau} = s_t d. \end{cases} \end{aligned}$$

Математичне сподівання і дисперсія цієї випадкової величини дорівнюють відповідно (9.32) і (9.33).

Те ж саме визначення можна записати в іншому вигляді

$$F(t+\tau, T; s_{t+\tau}) = \begin{cases} F(t, T; s_t) \alpha(t, T; s_t), & \text{якщо } s_{t+\tau} = s_t u; \\ F(t, T; s_t) \beta(t, T; s_t), & \text{якщо } s_{t+\tau} = s_t d, \end{cases} \quad (9.34)$$

де

$$\begin{aligned} \alpha(t, T; s_t) &= \exp[\mu(t, T; s_t) \tau - \sigma(t, T; s_t) \sqrt{\tau}] \\ \beta(t, T; s_t) &= \exp[\mu(t, T; s_t) \tau + \sigma(t, T; s_t) \sqrt{\tau}]. \end{aligned} \quad (9.35)$$

Нашою метою є побудова процесу для цін безкупонних облігацій за процесом (9.34). Запишемо його у вигляді

$$P(t+\tau, T; s_{t+\tau}) = \begin{cases} P(t, T; s_t) u(t, T; s_t), & \text{якщо } s_{t+\tau} = s_t u; \\ P(t, T; s_t) d(t, T; s_t), & \text{якщо } s_{t+\tau} = s_t d. \end{cases} \quad (9.36)$$

Побудувати процес — означає визначити усі значення $u(t, T; s_t)$ і $d(t, T; s_t)$. Значення функцій α і β ми вважаємо відомими, оскільки вони будуються за значеннями функцій μ і σ , які є відомими. Через значення цих функцій мають бути обчислені величини u і d .

Ціни безкупонних облігацій $P(0, T)$ вважаються відомими для всіх термінів погашення¹. Тому, якщо процес (9.36) відомий, можна визначити ціни безкупонних облігацій для всіх моментів часу t , для всіх можливих у ці моменти часу станів економіки s_t і

¹ Розглядається скінченний набір термінів погашення T , наприклад не більше 30 років.

для всіх $T > t$. За цінами безкупонних облігацій можуть бути розраховані ціни різних деривативів для моменту часу 0.

Очевидно, що

$$u(t, t + \tau; s_t) = d(t, t + \tau; s_t),$$

оскільки за будь-якого стану економіки $P(t + \tau, t + \tau; s_{t+\tau}) = 1$. При $t < T - \tau$ будемо вважати, що

$$d(t, T; s_t) < u(t, T; s_t)$$

для будь-якого s_t .

Нехай

$$R(t, s_t) = u(t, t + \tau; s_t) = d(t, t + \tau; s_t).$$

Розглянемо також рахунок грошового ринку. Нехай

$$B(0) = 1$$

і

$$B(t + \tau; s_t) = B(t; s_{t-\tau})R(t; s_t).$$

Важливим є те, що стан рахунку грошового ринку в момент часу $(t + \tau)$ визначається станом економіки s_t у момент часу t і не залежить від того, чому дорівнює $s_{t+\tau}$, $s_t u$, $s_t d$.

Справедливими є такі твердження¹.

Твердження. При $t < T$

$$\alpha(t, T; s_t) = \frac{u(t, T; s_t)}{u(t, T + \tau; s_t)}.$$

Твердження. При $t < T$

$$\beta(t, T; s_t) = \frac{d(t, T; s_t)}{d(t, T + \tau; s_t)}.$$

Твердження. При $k \geq 2$

$$u(t, t + k\tau; s_t) = \frac{R(t; s_t)}{\prod_{j=1}^{k-1} \alpha(t, t + j\tau; s_t)}. \quad (9.37)$$

Твердження. При $k \geq 2$

¹ З доведенням можна ознайомитись у [3], С. 111—112.

$$d(t, t + k\tau; s_t) = \frac{R(t; s_t)}{\prod_{j=1}^{k-1} \beta(t, t + j\tau; s_t)}. \quad (9.38)$$

Значення функцій α і β відомі, вони будуються за значеннями функцій μ і σ , які являються зовнішніми, або екзогенними змінними. Через них визначаються величини u і d .

Порівняння методу Хіта—Джерроу—Мортон з іншими підходами, що використовуються під час оцінювання й хеджування

Розглянемо декілька прикладів, які показують, що результати, отримані з використанням різних методів, досить добре узгоджуються між собою. Це, звичайно, не виключає можливості існування й таких задач, де збіг результатів, отриманих за допомогою різних методів, може бути не таким хорошим. Спочатку ми порівнюємо метод Хіта—Джерроу—Мортон з методом Блека—Дермана—Тоя на прикладі розрахунку ціни європейського опціону пут на безкупонну облигацію.

Оцінка європейського опціону пут з використанням методу Хіта—Джерроу—Мортон і методу Блека—Дермана—Тоя.

Нехай математичною моделлю для ціни безкупонної облигації з погашенням у довільний, але фіксований момент часу є випадковий процес, що є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$dP(t, T) = \mu_p(t)P(t, T) dt + v(t, T)P(t, T) dz_t,$$

де z_t — стандартний броунівський рух і

$$v(t, T) = -\sigma_f(T - t),$$

σ_f — константа.

За формулою Іто

$$d \ln P(t, T) = (\mu_p(t) - 0,5v^2(t, T)) dt + v(t, T) dz_t,$$

$$d \ln P(t, T + \tau) = (\mu_p(t) - 0,5v^2(t, T + \tau)) dt + v(t, T + \tau) dz_t.$$

Тому для

$$f(t, T, T + \tau) = \frac{\ln P(t, T) - \ln P(t, T + \tau)}{\tau}$$

виконується

$$d f(t, T, T + \tau) = \frac{v^2(t, T + \tau) - v^2(t, T)}{2\tau} dt - \frac{v(t, T + \tau) - v(t, T)}{\tau} dz_t.$$

А отже, математичною моделлю для форвардної ставки у цьому випадку є випадковий процес, що є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$d f(t, T, T + \tau) = \frac{v^2(t, T + \tau) - v^2(t, T)}{2\tau} dt + \sigma_f dz_t.$$

Це рівняння являється частковим випадком рівняння (9.31).

Для того щоб знайти волатильності дохідностей безкупонних облігацій, необхідні в підході Блека—Дермана—Тоя, з рівняння

$$P(t, T) = \frac{1}{(1 + \tau \cdot y(t, T))^{(T-t)/\tau}}.$$

Виразимо $y(t, T)$ через $P(t, T)$ і скористаємося формулою Іто. Формула Іто показує, що випадковий процес $y(t, T)$ є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$d y(t, T) = (...)dt + \sigma_f(1 + \tau y(t, T))dz_t,$$

а випадковий процес $\ln y(t, T)$ є розв'язком стохастичного диференційного рівняння

$$d \ln y(t, T) = (...)dt + \sigma_f \frac{1 + \tau y(t, T)}{y(t, T)} dz_t.$$

Тому дисперсія випадкової величини $\ln y(t, T)$ може бути прийнята рівною

$$\left(\sigma_f \frac{1 + \tau y(0, T)}{y(0, T)} \right)^2 \tau.$$

Згідно з формулою (9.1) це означає, що волатильність дохідності має вигляд

$$\sigma_y(0, T) = \sigma_f \frac{1 + \tau y(0, T)}{y(0, T)}.$$

Приклад. Розглянемо європейський опціон пут на безкупонну облигацію з номіналом 1 грн з погашенням через 5 років. Термін виконання опціону — 2,5 року; ціна виконання — 0,85 грн. Необхідно розрахувати ціну цього опціону.

Розв'язання. Розрахунки проведені для трьох варіантів, де розрізняються строкова структура відсоткової ставки і волатильність форвардної ставки. Для кожного варіанта розрахунки були проведені і за методом Блека—Дермана—Тоя, і за методом Хіта—Джерроу—Мортонна. Кожний варіант розраховано для чотирьох різних кроків часу τ .

Варіант 1. $r_c(0, T) = 0,1$ для всіх $T > 0$ і $\sigma_f = 0,01$. У табл. 9.3 наведено розраховані ціни опціону.

Таблиця 9.3

ЦІНИ ЄВРОПЕЙСЬКОГО ОПЦІОНУ ПУТ НА БЕЗКУПОННУ ОБЛИГАЦІЮ, РОЗРАХОВАНІ З РІЗНИМИ КРОКАМИ ЧАСУ τ ЗА МЕТОДОМ ХІТА—ДЖЕРРОУ—МОРТОНА І ЗА МЕТОДОМ БЛЕКА—ДЕРМАНА—ТОЯ (БДТ) ДЛЯ НЕПЕРЕРВНОЇ СТАВКИ СПОТ $r_c(0, T) = 0,1$ І ВОЛАТИЛЬНОСТІ ФОРВАРДНОЇ СТАВКИ $\sigma_f = 0,01$

	τ			
	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{5}{128}$
ХДМ	0,055513	0,055556	0,055561	0,055559
БДТ	0,055462	0,055465	0,055469	0,055469

Обидва способи розрахунку свідчать, що за заданих умов цей опціон має коштувати приблизно 0,055 грн. Зрозуміло, якщо розглянути безкупонну облигацію з номіналом не 1 грн, а, наприклад, 1 млн грн, то й ціна опціону має збільшитись в 1 млн разів. Опціон на право продати таку облигацію через 2,5 року за 850 тис. грн має коштувати приблизно 55 тис. грн.

Варіант 2. Розглянемо строкову структуру відсоткової ставки

$$r_c(0, T) = 0,08 - 0,05 \exp(-0,18T)$$

при $T > 0$. Як і раніше $\sigma_f = 0,01$. У табл. 9.4 наведено розраховані ціни опціону.

Таблиця 9.4

**ЦІНИ ЄВРОПЕЙСЬКОГО ОПЦІОНУ ПУТ
НА БЕЗКУПОННУ ОБЛІГАЦІЮ, РОЗРАХОВАНІ З РІЗНИМИ КРОКАМИ
ЧАСУ τ ЗА МЕТОДОМ ХІТА—ДЖЕРРОУ—МОРТОНА І ЗА МЕТОДОМ
БЛЕКА—ДЕРМАНА—ТОЯ (БДТ) ДЛЯ НЕПЕРЕРВНОЇ СТАВКИ
СПОТ $r_c(0, T) = 0,08 - 0,05 \exp(-0,18T)$ І ВОЛАТИЛЬНОСТІ
ФОРВАРДНОЇ СТАВКИ $\sigma_f = 0,01$**

	τ			
	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{5}{128}$
ХДМ	0,018805	0,018489	0,018527	0,018526
БДТ	0,018549	0,018278	0,018058	0,018117

Порівняно з варіантом 1 відбулось помітне зменшення ціни опціону пут. Це природно. Зменшення відсоткових ставок призводить до збільшення ціни облігації і, як наслідок, до зменшення ціни опціону пут за фіксованої ціни виконання опціону.

Варіант 3. Строкова структура відсоткової ставки та сама, що й для варіанта 2, але $\sigma_f = 0,02$. У табл. 9.5 наведено розраховані ціни опціону.

Таблиця 9.5. Ціни європейського опціону пут на безкупонну облігацію, розраховані з різними кроками часу τ за методом Хіта—Джерроу—Мортон і за методом Блека—Дермана—Тоя (БДТ) для неперервної ставки спот $r_c(0, T) = 0,08 - 0,05 \exp(-0,18T)$ і волатильності форвардної ставки $\sigma_f = 0,02$.

	τ			
	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{5}{128}$
ХДМ	0,030452	0,030189	0,029911	0,029815
БДТ	0,029116	0,029269	0,029319	0,029327

Порівняно з варіантом 2 збільшення волатильності форвардної ставки привело до збільшення ціни опціону.

Наведені результати розрахунків дозволяють зробити висновки про хороший збіг для даного прикладу цін опціону, розрахованих за методом Блека—Дермана—Тоя і за методом Хіта—

Джерроу—Мортон. При $\tau = 5/128$ різниця в цінах склала $0,90 \cdot 10^{-4}$; $4,09 \cdot 10^{-4}$ та $4,88 \cdot 10^{-4}$ для варіантів 1, 2 і 3 відповідно.

Зауважимо, що у разі розрахунку за методом Хіта—Джерроу—Мортон короткострокові ставки можуть бути від’ємними. Метод Блека—Дермана—Тоя не має цього недоліку.

Порівняння стратегії хеджування, що ґрунтується на розрахунку дюрації, і стратегії хеджування, побудованої з використанням методу Хіта—Джерроу—Мортон для купонної облігації.

Нехай активи A і B мають такі властивості. Якщо дохідність активу A збільшується, то дохідність активу B завжди зменшується, і навпаки. Якщо вдається скласти портфель з активів A і B у таких пропорціях, що втрати порівняно з безризиковим інвестуванням стають неможливими, то кажуть, що здійснене ідеальне хеджування.

На практиці, хеджування може бути більш менш близьким до ідеального. Один із підходів до вибору стратегії хеджування пов’язаний з розрахунком дюрації. Привабливою стороною такого підходу є те, що немає необхідності використовувати складний математичний апарат. Але набір фінансових інструментів, до яких можна застосувати такий підхід, досить обмежений.

Розглянемо облігацію (або портфель облігацій), за якою у моменти часу $t_1, \dots, t_n$ відбуваються виплати $C_1, \dots, C_n$. Якщо r_i — це неперервна ставка для запозичення на термін t_i , то вартість такої облігації у момент часу 0

$$P = \sum_{i=1}^n C_i e^{-r_i t_i}.$$

Нехай

$$D_P = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n C_i t_i e^{-r_i t_i}.$$

Величина D_P називається дюрацією облігації. Зауважимо, що

$$D_P = \sum_{i=1}^n \alpha_i t_i,$$

де $\alpha_i = \frac{C_i e^{-r_i t_i}}{\sum_{j=1}^n C_j e^{-r_j t_j}}$ — відношення поточної вартості виплат у момент часу t_i до поточної вартості всіх виплат. Зокрема, при $n=1$ дюрація $D_P = t_1$.

Припустимо тепер, що значення ставок миттєво змінились, і замість r_i ставка запозичення на термін t_i стала $(r_i + u)$ (тобто відбувся паралельний зсув усіх ставок на одну й ту саму величину вгору або вниз). Тоді вартість облігації у момент часу 0

$$P(u) = \sum_{i=1}^n C_i e^{-(r_i + u)t_i}.$$

Маємо

$$\frac{dP}{du} = - \sum_{i=1}^n C_i t_i e^{-(r_i + u)t_i}.$$

Тому

$$\left. \frac{dP}{du} \right|_{u=0} = -P(0) D_P.$$

За малої зміни Δu параметра u зміна ціни облігації може бути розрахована за формулою

$$\Delta P = -P(0) D_P \Delta u.$$

Захиститись від ризику, пов'язаного зі зміною ціни облігації, можна, наприклад, відкривши ф'ючерсну позицію, для якої базовим активом є деяка інша облігація.

Нехай $F(u)$ — це ф'ючерсна ціна за відсоткових ставок $(r_i + u)$, базовим активом для ф'ючерсу є деяка облігація (у загальному випадку, відмінна від першої облігації). Нехай для хеджування відкрито h ф'ючерсних позицій покупця. Тоді за зміни усіх ставок від r_i до $(r_i + u)$ на маржевий рахунок зараховується сума

$$h (F(u) - F(0)) = h \Delta F.$$

Припустимо, що

$$\Delta F = -F(0) D_F \Delta u,$$

де D_F — це дюрація облігації, на яку укладена ф'ючерсна угода. Тоді за зміни Δu параметра u вартість портфеля зміниться таким чином

$$\Delta P + h \Delta F = -(P(0) D_P + h F(0) D_F) \Delta u.$$

Для того щоб зміна вартості портфеля, зумовлена зміною відсоткових ставок, була рівною 0, число відкритих ф'ючерсних позицій має бути рівним

$$h = - \frac{P(0) D_P}{F(0) D_F}. \quad (9.39)$$

Приклад. Розглянемо облігацію з погашенням через 12 років з номіналом 100 грн, за якою один раз на півріччя сплачується купон вартістю 5 грн. За цією облігацією зайнята довга позиція. З метою захисту від несприятливої зміни відсоткових ставок здійснюється хеджування цієї облігації ф'ючерсним контрактом. Для ф'ючерсних контрактів базовим активом є облігації з погашенням через 10 років і номіналом 100 грн, за якими один раз на півріччя сплачується купон вартістю 4 грн.

Нехай для всіх термінів запозичення неперервна ставка спот однакова: $r_i = 0,09$ для будь-якого i . Тоді

$$P(0) = 105,699198, \quad D_p = 7,37951340.$$

Будемо вважати, для простоти, що ф'ючерсна ціна в усіх випадках збігається з ціною облігації, на яку укладено ф'ючерсну угоду. Тоді

$$F(0) = 92,228370, \quad D_F = 6,93116403.$$

Із (9.39) отримуємо

$$h = -\frac{105,699198 \cdot 7,37951340}{92,228370 \cdot 6,93116403} = -1,22019351.$$

Розглянемо стратегію, коли на кожну облігацію з погашенням через 12 років відкрито $h = -1,22019351$ ф'ючерсних позицій. Нехай тепер відсоткові ставки змінилися і для всіх термінів запозичення залишилися однаковими, але стали рівними не $r = 0,09$, а рівними $(r + u)$. За даними табл. 9.6, отримуємо відповідь на запитання, що відбувається з вартістю портфеля при різних u від $-0,04$ до $0,04$.

Таблиця 9.6

**ВАРТІСТЬ ПОРТФЕЛЯ, ЯКИЙ СКЛАДАЄТЬСЯ З ОБЛІГАЦІЙ
ТА З h Ф'ЮЧЕРСНИХ КОНТРАКТІВ НА ІНШУ ОБЛІГАЦІЮ,
ЗА РІЗНИХ ЗНАЧЕНЬ ВІДСОТКОВОЇ СТАВКИ $(r + u)$; $h = -1,22019351$**

Відсоткова ставка $(r + u)$	Вартість облігації $P(u)$	Нарахування на маржевий рахунок $h(F(u) - F(0))$	Вартість портфеля $P(u) + h(F(u) - F(0))$
0,050	143,9956	- 37,3332	106,6624
0,055	138,3280	- 31,9190	106,4090
0,060	132,9398	- 26,7386	106,2013

Закінчення табл. 9.6

Відсоткова ставка ($r + u$)	Вартість облігації $P(u)$	Нарахування на маржевий рахунок $h (F(u) - F(0))$	Вартість портфеля $P(u) + h (F(u) - F(0))$
0,065	127,8161	– 21,7812	106,0349
0,070	122,9428	– 17,0367	105,9061
0,075	118,3067	– 12,4954	105,8113
0,080	113,8952	– 8,1480	105,7472
0,085	109,6964	– 3,9857	105,7108
0,090	105,6992	0,0000	105,6992
0,095	101,8929	3,8170	105,7099
0,100	98,2675	7,4731	105,7406
0,105	94,8136	10,9754	105,7890
0,110	91,5222	14,3310	105,8532
0,115	88,3849	17,5464	105,9313
0,120	85,3935	20,6280	106,0215
0,125	82,5407	23,5819	106,1225
0,130	79,8191	26,4136	106,2337

З табл. 9.6 видно, що за зроблених припущень стосовно поведінки відсоткових ставок і ф'ючерсних цін описана стратегія хеджування повністю захищає від відсоткового ризику. Більше того, за початкового значення відсоткової ставки 0,09 вартість портфеля виявляється найменшою.

Цікаво з'ясувати, наскільки результати хеджування залежать від точності обчислення дюрацій. Припустимо, що ми обчислили дюрації округлено:

$$D_P = 7, \quad D_F = 7.$$

Тоді

$$h = -\frac{105,699198 \cdot 7}{92,228370 \cdot 7} = -1,14605949.$$

Результати хеджування з таким h для різних значень ставок ($r + u$) подано у табл. 9.7.

Таблиця 9.7

**ВАРТІСТЬ ПОРТФЕЛЯ, ЯКИЙ СКЛАДАЄТЬСЯ З ОБЛІГАЦІЙ
ТА З h Ф'ЮЧЕРСНИХ КОНТРАКТІВ НА ІНШУ ОБЛІГАЦІЮ,
ЗА РІЗНИХ ЗНАЧЕНЬ ВІДСОТКОВОЇ СТАВКИ $(r + u)$; $h = -1,14605949$**

Відсоткова ставка ($r + u$)	Вартість облігації $P(u)$	Нарахування на маржевий рахунок $h (F(u) - F(0))$	Вартість портфеля $P(u) + h (F(u) - F(0))$
0,050	143,9956	- 35,0650	108,9306
0,055	138,3280	- 29,9797	108,3483
0,060	132,9398	- 25,1140	107,8258
0,065	127,8161	- 20,4579	107,3582
0,070	122,9428	- 16,0016	106,9412
0,075	118,3067	- 11,7362	106,5705
0,080	113,8952	- 7,6530	106,2422
0,085	109,6964	- 3,7435	105,9529
0,090	105,6992	0,0000	105,6992
0,095	101,8929	3,5851	105,4780
0,100	98,2675	7,0190	105,2866
0,105	94,8136	10,3086	105,1222
0,110	91,5222	13,4603	104,9825
0,115	88,3849	16,4803	104,8652
0,120	85,3935	19,3747	104,7683
0,125	82,5407	22,1491	104,6898
0,130	79,8191	24,8089	104,6280

Як бачимо, при збільшенні відсоткових ставок ця стратегія не повністю захищає від втрат, хоча й значно зменшує ризик.

Продовжимо розгляд прикладу, але побудуємо стратегію хеджування облігації з терміном погашення через 12 років з використанням методу Хіта—Джерроу—Мортон. Облігацію з терміном погашення через 12 років позначимо як облігацію X , а облігацію з терміном погашення через 10 років — як облігацію Y . Ціну P будемо позначати P_X , а ціну F будемо позначати P_Y .

Замість хеджування облігації X ф'ючерсним контрактом за облігацією Y можна здійснити хеджування облігації X , зайнявши коротку позицію за облігацією Y (ми, власне, це вже зробили, припустивши, що ф'ючерсна ціна збігається з ціною облігації Y).

Розглянемо торгову стратегію (ξ_0, ξ_1) , яка має таку властивість: портфель, утворений у момент часу 0 з ξ_0 одиниць рахунку грошового ринку і ξ_1 облігацій Y за будь-якого стану економіки, що можливий у момент часу τ (а таких станів у методі Хіта—Джерроу—Мортон може бути два, u і d), коштує так само, як і облігація X . Це означає, що має виконуватись такі умови:

$$\begin{aligned}\xi_0 R(0) + \xi_1 P_Y(\tau; u) &= P_X(\tau; u), \\ \xi_0 R(0) + \xi_1 P_Y(\tau; d) &= P_X(\tau; d).\end{aligned}\tag{9.40}$$

Кожна з облігацій X і Y може розглядатись як портфель, що складається із безкупонних облігацій. Ціна облігації X або облігації Y дорівнює сумі цін безкупонних облігацій, що входять до складу відповідного портфеля. А ціна будь-якої безкупонної облігації у межах методу Хіта—Джерроу—Мортон може бути обчислена, наприклад, при $\tau = 0$ і $\sigma_f = 0,01$

$$P_X(\tau; u) = 109,109110, \quad P_X(\tau; d) = 104,200460,$$

$$P_Y(\tau; u) = 95,071976, \quad P_Y(\tau; d) = 91,052368.$$

З рівнянь (9.40)

$$\xi_1 = \frac{P_X(\tau; u) - P_X(\tau; d)}{P_Y(\tau; u) - P_Y(\tau; d)}.$$

У табл. 9.8 наведено розраховані значення ξ_1 для декількох τ і σ_f .

Таблиця 9.8

**КІЛЬКІСТЬ ОБЛІГАЦІЙ Y , ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ
ДЛЯ ХЕДЖУВАННЯ ОДНІЄЇ ОБЛІГАЦІЇ X , РОЗРАХОВАНА ЗА МЕТОДОМ
ХІТА—ДЖЕРРОУ—МОРТОНА ЗА РІЗНИХ ЗНАЧЕНЬ ВОЛАТИЛЬНОСТІ
ФОРВАРДНОЇ СТАВКИ σ_f І РІЗНИХ ЗНАЧЕНЬ КРОКІВ ЧАСУ τ**

τ	σ_f	ξ_1
0,1	0,01	1,22117602
0,025	0,01	1,22043614
0,005	0,01	1,22024188
0,001	0,01	1,22020317
0,001	0,1	1,22010130
0,001	0,001	1,22020419

Нагадаємо, що у стратегії хеджування, що ґрунтується на розрахунку дюрацій, було отримано значення

$$h = -1,22019351.$$

Значення ξ_i досить добре збігаються з цим числом і, як показують наведені результати розрахунків, слабко залежать від кроку часу τ і від значень волатильності форвардної ставки σ_f .

Основні терміни та поняття



Дериватив
Відсотковий дериватив
Метод Блека—Дермана—Тоя
Стохастична модель
Короткострокова ставка
Функція дисконтування (функція дисконтування)
Дохідність облігації
Волатильність дохідності
Волатильність короткострокової ставки
Ітераційний процес
Метод січних
Індукція вперед
Індукція назад
Європейський опціон колл
Європейський опціон пут
Американський опціон колл
Скалярний випадковий процес
Стандартний броунівський рух
Стохастичне диференціальне рівняння
Формула Іто
Миттєва короткострокова ставка
Ринкова ціна ризику
Кількісна оцінка ступеня ризику
Очікувана дохідність деривативу
Модель Васічека
Модель Кокса—Інгерсолла—Росса
Модель Хо—Лі
Рівняння в частинних похідних
Строкова структура відсоткової ставки
Метод Халла—Уайта
Метод Хіта—Джерроу—Мортон

Форвардна ставка
Волатильність форвардної ставки
Дюрація
Хеджування

Питання для самоконтролю



1. Розкрити сутність оцінювання деривативів за методом Блека—Дермана—Тоя.
2. Описати алгоритм розрахунку короткострокових ставок та цін безкупонних облігацій за методом Блека—Дермана—Тоя.
3. Пояснити сутність індукції вперед.
4. Описати метод визначення цін активу за індукцією назад.
5. Навести приклади стохастичних моделей з неперервним часом для короткострокових ставок.
6. Пояснити сутність рівняння, що пов'язує ціну деривативу з ринковою ціною ризику.
7. Розкрити сутність властивості «повернення до середнього».
8. Розкрити сутність оцінювання деривативів за методом Халла—Уайта.
9. Розкрити сутність оцінювання деривативів за методом Хіта—Джерроу—Мортон.
10. Описати стратегію хеджування, що ґрунтується на розрахунку дюрації.

Література для поглибленого вивчення



Основна

1. Буренин А. Н. Рынки производных финансовых инструментов. — М. : ИНФРА-М, 1996. — 368 с.
2. Маршалл Дж. Ф., Бансал В. К. Финансовая инженерия. — М. : ИНФРА-М, 1998.
3. Шведов А. С. Процентные финансовые инструменты : оценка и хеджирование. — М. : ГУ ВШЭ, 2001. — 152 с.

4. *Black F., Derman E., Toy W. A. One-Factor Model of Interest Rates and its Application to Treasury Bond Options* // *Financial Analysts Journal*, 1990, Vol. 46. — P. 33—39.
5. *Heath D., Jarrow R., Morton A. Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: a New Methodology for Contingent Claims Valuation* // *Econometrica*, 1992, Vol. 60. — P. 77—105.
6. *Hull J.C., White A. Pricing Interest Rate Derivative Securities* // *Review of Financial Studies*, 1990, Vol. 3. — P. 573—592.
7. *Vasicek O. An Equilibrium Characterization of the Term Structure* // *Journal of Financial Economics*.

Додаткова

8. *Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов.* — 2-е изд. — М. : Наука — Физматлит, 1996.
9. *Галиц Л. Финансовая инженерия : инструменты и методы управления финансовым риском.* — М. : ТВП, 1998.
10. *Де Ковни Ш., Такки К. Стратегии хеджирования : пер. с англ.* — М. : ИНФРА-М, 1996. — 208 с.
11. *Шведов А. С. Теория эффективных портфелей ценных бумаг.* — М.: ГУ ВШЭ, 1999.
12. *Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики : В 2-х т.* — М. : Фазис, 1998.
13. *Cox J. C., Ingersoll J. E., Ross S. A. A Theory of Term Structure of Interest Rates* // *Econometrica*, 1985, Vol. 53. — P. 385—407.
14. *Heath D., Jarrow R., Morton A. Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation* // *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1990, Vol. 25. — P. 419—440.
15. *Heath D., Jarrow R., Morton A. Contingent Claim Valuation with a Random Evolution of Interest Rates* // *Review of Futures Markets*, 1991, Vol. 9. — P. 54—76.
16. *Ho T.S.Y., Lee S.-B. Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims* // *Journal of Finance*, 1986, Vol. 41. — P. 1011—1029.
17. *Hull J. C., White A. Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method* // *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1990, Vol. 25. — P. 87—100.
18. *Hull J. C., White A. Bond Option Pricing Based on a Model for the Evolution of Bond Prices* // *Advances in Futures and Options Research*, 1993, Vol. 6. — P. 1—13.
19. *Hull J. C., White A. Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models. I: Single Factor Models* // *Journal of Derivatives*, 1994, Fall. — P. 7—16.
20. *Hull J. C. Options, Futures and Other Derivatives.* 3rd ed. Englewood Cliffs (NJ) : Prentice Hall, 1997.
21. *Jamshidian F. Forward Induction and Construction of Yield Curve Diffusion Models* // *Journal of Fixed Income*, 1991, Vol. 1. — P. 62—74.

АНАЛІТИЧНА ПІДТРИМКА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЩОДО ІНВЕСТИЦІЙ НА ФІНАНСОВИХ РИНКАХ

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: концептуальні положення та основні напрями аналізу фінансових ринків; сучасний інструментарій розв'язування прикладних задач моделювання та аналізу процесу прийняття рішень щодо інвестування на фінансових ринках;

— *уміти*: застосовувати існуючі аналітичні підходи до аналізу фінансових ринків з метою прийняття оптимальних рішень щодо інвестування; адекватно обирати метод прогнозування вартості фінансового активу; творчо та професійно оцінювати інформацію щодо ситуації на ринку та приймати рішення стосовно інвестування.

Підтримка прийняття рішень щодо інвестування в інструменти фінансових ринків вимагає від інвестора врахування багатьох факторів, зокрема: принципів функціонування обраного типу ринку, специфічних властивостей обраного фінансового інструменту, об'єктивних макроекономічних показників, настроїв учасників ринку. Дослідження перелічених факторів та формування відповідних рішень щодо капіталовкладень та зменшення пов'язаного із цим ризику становлять сутність **аналізу фінансових ринків**.

Метою аналізу фінансових ринків є прогнозування майбутніх тенденцій. Від якості побудованого прогнозу безпосередньо залежить прибуток інвестора. Виокремлюють три класичні підходи для прогнозування будь-якого фінансового ринку: фундаментальний, технічний та психологічний аналіз [1—4].

10.1. Фундаментальний аналіз: сутність, основні індикатори

Фундаментальний або факторний аналіз передбачає вивчення усіх значимих макроекономічних, фінансових та політичних факторів, які можуть вплинути на майбутню вартість фінансових активів. Відповідно до цього підходу, рішення щодо капіталовкладень приймається інвестором на основі дослідження об'єктивних причин, котрі безпосередньо або опосередковано здійснюють вплив на динаміку ринку.

Виокремлюють три основні групи індикаторів фундаментального аналізу: **економічні, фінансові та політичні**.

1. **Економічні індикатори** характеризують основні макроекономічні показники економіки країни. Вони надходять на ринок регулярно в суворо визначений термін, друкуються щомісяця, за винятком даних про валовий національний продукт та індекс зайнятості, які друкуються щоквартально.

До цієї групи відносять загальноприйняті макроекономічні показники, що характеризують стан економіки країни в цілому, зокрема:

- валовий внутрішній продукт (обчислена у ринкових цінах вартість товарів та послуг, вироблених усередині країни як резидентами, так і нерезидентами);

- індекс споживчих цін (показник, що характеризує зміни у часі загального рівня цін на товари та послуги, які купує населення для невиробничого споживання. Він є показником зміни вартості фіксованого набору споживчих товарів та послуг у поточному періоді порівняно з базисним);

- індекс цін виробників промислової продукції (оцінює середню зміну цін на всіх етапах виробництва; складається із двох показників: вхідні ціни (напівфабрикати, комплектуючі й т. ін.) та ціни на виході виробництва (готова продукція);

- дефлятор валового внутрішнього продукту (співвідношення номінального та реального ВВП);

- рівень безробіття (співвідношення кількості безробітних до загальної кількості працездатного населення у відсотках);

- сальдо платіжного балансу (різниця між сумарним грошовим потоком, що надходить із-за кордону, та загальним грошовим потоком, що відпливає за кордон).

2. **Фінансові** — характеризують зміни у грошово-фінансовій та податковій політиці уряду. Фінансові індикатори зазвичай починають діяти лише після економічних. Зміни у фінансовій або податковій політиці уряду призводять до змін в економіці, що відбивається на показниках валютних обмінних курсів.

До основних фінансових індикаторів відносять:

✓ показники обсягів грошей в обігу, так звані грошові агрегати — зобов'язання депозитних корпорацій (Національного банку України та інших депозитних корпорацій (банків України)), що мають відносно високий ступінь ліквідності перед іншими секторами економіки, крім депозитних корпорацій і сектору загально-го державного управління. До зобов'язань депозитних корпорацій належать готівкові кошти в обігу поза депозитними корпораціями, переказні депозити, інші депозити та цінні папери, крім акцій. Виокремлюють чотири види грошових агрегатів:

1) грошовий агрегат M_0 включає готівкові кошти в обігу поза депозитними корпораціями;

2) грошовий агрегат M_1 — грошовий агрегат M_0 та переказні депозити (фінансові активи, що за першою вимогою можуть бути обміняні на готівкові кошти за номіналом та безпосередньо використані для здійснення платежу) у національній валюті (M_1-M_0);

3) грошовий агрегат M_2 — грошовий агрегат M_1 та переказні депозити в іноземній валюті й інші депозити (непереказні депозити, що в короткий термін можуть бути обміняні на готівкові кошти чи переказні кошти, а саме кошти на вимогу, які безпосередньо не використовуються для здійснення платежу, строкові кошти та ощадні депозити) (M_2-M_1);

4) грошовий агрегат M_3 — грошовий агрегат M_2 та цінні папери, крім акцій (фінансові інструменти, що обертаються на ринку, та є підтвердженням про зобов'язання бути погашеними готівковими коштами, фінансовим інструментом чи іншим економічно цінним об'єктом. Це облигації, казначейські зобов'язання, векселі, ощадні (депозитні) сертифікати корпорацій тощо) (M_3-M_2).

— офіційні облікові ставки, що встановлюються Національним банком країни.

3. **Політичні** — повідомлення про воєнні кризи, кризи влади, заяви та висловлювання офіційних осіб і людей, які впливають на економічну ситуацію в країні, тощо. Випереджаюча інформація про політичні індикатори надходить на фінансові ринки переважно у вигляді чуток.

Розглянемо вплив основних фундаментальних індикаторів на динаміку фінансових ринків на прикладі валютного ринку (табл. 10.1).

Таблиця 10.1

**ВПЛИВ ОСНОВНИХ ІНДИКАТОРІВ ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО АНАЛІЗУ
НА ДИНАМІКУ ВАЛЮТНОГО КУРСУ**

Назва індикатора	Динаміка індикатора	Динаміка курсу національної грошової одиниці	
Економічні індикатори			
Валовий національний продукт	Зростає	Зростає	
Обсяг промислового виробництва	Зростає	Зростає	
Рівень інфляції	Зростає	Залежить від стадії економічного циклу, на якій перебуває економіка:	
		початок економічного циклу — зростає	пік активності — спадає
Торговельний баланс	Додатне сальдо	Зростає	
	Від’ємне сальдо	Спадає	
Рівень безробіття	Зростає	Спадає	
Фінансові індикатори			
Кількість грошей в обігу	Зростає	Спадає	
Відсотковий диференціал (різниця відсоткових ставок по двох валютах)	Зростає	Зростає	
Політичні індикатори			
Вибори до Верховної ради, місцевих органів управління та вибори президента	—	Зміна курсу залежить від передвиборчих обіцянок кандидатів та історичних уподобань партій, що перемагають на виборах	

Наведені закономірності є імовірними, за умови незмінності усіх інших індикаторів, та виявляють свій вплив у середньо- та довгостроковій перспективі. Розглянемо дію окремих фундамен-

тальних індикаторів на зміну обмінного курсу гривні протягом 2007—2008 років (за даними Державного комітету статистики).



Рис. 10.1. Вплив основних економічних індикаторів на динаміку обмінного курсу гривні (січень 2007 — листопад 2008 рр.)

Усі розглянуті індикатори мають прогнозований вплив на валютний курс: зростання відповідного фундаментального показника в більшості випадків викликає наступне зміцнення курсу гривні. Зокрема, спад реального ВВП, що спостерігався протягом розглянутого періоду, супроводжувався помітним знеціненням національної грошової одиниці щодо євро.

Вплив інших фундаментальних індикаторів (індексу цін виробників та індексу споживчих цін) на зміну вартості гривні є суперечливим. Зокрема, у 2007 році знецінення національної валюти щодо євро супроводжувалося зростанням обох індикаторів, а у першій половині 2008 року — на тлі збільшення обох індексів відбувається зміцнення середнього курсу гривні. Така невідповідність, на перший погляд, має зрозуміле економічне пояснення. Якщо економіка країни розвивається в нормальних умовах, то зростання індексів споживчих цін та цін виробників може привести до зростання основних відсоткових ставок у країні, це збільшує інвестиційну привабливість вкладення грошей у валюти із високою ставкою відсотків, що, у свою чергу, сприяє зміцненню національної грошової одиниці. Проте, якщо показники інфляції є надто високими — це викличе падіння курсу [5].

Отже, використання фундаментального аналізу вимагає від інвестора знання не тільки сутності багаточисельних та часто суперечливих макроекономічних індикаторів, а й урахування поточної економічної ситуації в країні та світі, стадії економічного циклу і т. ін. [4].

10.2. Технічний аналіз: сутність, інструментарій

Термін **технічний аналіз** об'єднує засоби дослідження та прогнозування цін на фінансових ринках на основі аналізу попередньої зміни часових рядів трьох показників: ціни, обсягу торгів (розраховується як кількість укладених угод купівлі або продажу за визначений проміжок часу) та, для ринку термінових контрактів, відкритого інтересу (обсягу відкритих позицій). [1, 6]. У технічному аналізі первинними для дослідження вважаються ціни, а зміни інших факторів вивчаються для підтвердження правильності напрямку руху цін.

Теорія технічного аналізу має три основні аксіоми:

1. **Рух ринку враховує все.** Відповідно до цього постулату вся інформація, що впливає на ринок і визначає поведінку його учасників, уже врахована у ціні фінансового активу або в обсягах торгів. Тому немає потреби окремо досліджувати вплив фундаментальних макроекономічних показників.

2. **Ціни рухаються направлено.** Таке припущення стало основою для створення всіх методик технічного аналізу. Ця аксіома стверджує, що ціна на фінансовому ринку змінюється не випадково, і на окремих часових інтервалах можна виокремити помітні зростаючі або спадні тенденції. Отже, головним завданням технічного аналізу є визначення напрямів руху цін (тенденцій, трендів) для використання в торгівлі.

3. **Історія повторюється.** Аналітики припускають, що якщо певні типи аналізу працювали в минулому, то вони будуть працювати й у майбутньому, оскільки ця робота заснована на стійкій людській психології (на подібні ситуації на ринку учасники ринку реагують подібним чином).

У технічному аналізі виокремлюють два підходи: графічний і математичний (аналіз технічних індикаторів).

Графічний метод заснований на аналізі цінкових діаграм — нанесення на графік зміни ціни за певний проміжок часу. Окремий елемент такого графіка називається **баром**, і містить інформацію про динаміку ціни протягом обраного проміжку часу. Зокрема, на кожному барі відображується максимальна та мінімальна ціна, а також ціни на момент відкриття та закриття біржі (рис. 10.2).

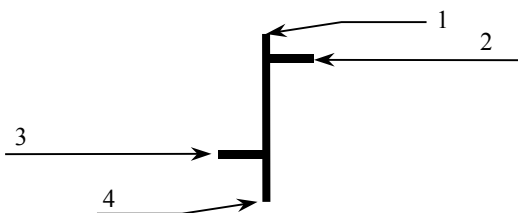


Рис. 10.2. Чотири види ціни на графіку типу «бар»:

1 — максимальна ціна, 2 — ціна закриття, 3 — ціна відкриття, 4 — мінімальна ціна

Математичний метод заснований на використанні технічних індикаторів — математичних функцій, побудованих на основі даних про ціну або обсяги продажу. Індикатори прийнято поділяти на дві групи: індикатори тенденцій (підтверджують тенденції) та осцилятори (підказують розвороти трендів) [3].

До індикаторів тенденцій відносять ковзні середні, які згладжують коливання досліджуваної величини шляхом усереднення за деякими історичним періодом. Ковзні середні розрізняються методом усереднення (прості, зважені й експонентні). Застосування ковзного усереднення дозволяє виокремити тренд та суттєво пригнічити випадкову компоненту.

На практиці використовують комбінацію двох або трьох ліній-індикаторів. Розглянемо приклад застосування двох ковзних середніх з періодом усереднення 12 — позначимо відповідний індикатор $MA(12)$ (від англійської назви «moving average»), та 40 — позначимо $MA(40)$ (рис. 10.3).

Для інвестора сигнал до купівлі виникає в момент часу, коли на графіку коротше ковзне середнє $MA(12)$ піднімається вгору та перетинає лінію довшого $MA(40)$. І навпаки, момент часу, коли індикатор $MA(12)$ спускається до низу і перетинає індикатор $MA(40)$, вважається сигналом до продажу фінансового активу.



Рис. 10.3. Застосування ковзних середніх як індикаторів технічного аналізу

Застосування різних комбінацій ковзних середніх має на меті визначити пануючу тенденцію на ринку та передбачити її продовження або зміну. Найкращий результат від використання ковзних середніх досягається за умов, коли на ринку існують добре помітні середньо- або довгострокові тренди.

До недоліків технічних індикаторів даного виду відносять інертність, з огляду на сигнал про продовження тенденції систематично запізнюється на величину $L/2$, де L — розмір вікна усереднення, крім цього відбувається лінеаризація нелінійних цінових трендів шляхом виділення цих трендів з певним зміщенням [2—3].

У випадку, коли на ринку відбуваються незначні коливання вартості фінансових активів, застосування ковзних середніх є неефективним: за умов відсутності на ринку візуально помітних тенденцій лінії ковзних середніх подають багато хибних сигналів на купівлю/продаж.

За цих обставин перевага надається іншому типу технічних індикаторів: **осциляторам**.

Виокремлюють такі ситуації на фінансових ринках, коли доцільно застосовувати осцилятори [1]:

- 1) на ринку відсутня явна тенденція, динаміка цін певний час зводиться до коливань у межах визначеного «горизонтального коридору»;
- 2) на ринку виникають короточасні критичні зміни у ринковій активності;
- 3) послаблення пануючої тенденції.

Осцилятори використовують як основний сигнал — **дивергенцію**. Це ситуація, коли напрямок руху ціни й технічних індикаторів не збігається. Дивергенція вважається сильною ознакою розвороту тренду [1, 3]. Сигнал розвороту тенденції вказує на те, що існує ймовірність зміни напрямку тенденції, але не обов'язково на протилежний: осцилятор може знаходитись в екстремальних областях тривалий час, та при цьому ціни будуть рухатись у напрямку існуючого тренду. Найбільш безпечною вважається реакція на сигнал, коли осцилятор виходить з екстремальної області. У нижній екстремальній області виникає сигнал на купівлю, а у верхній — на продаж (рис. 10.4).



Рис. 10.4. Схематичне представлення осцилятора

Зупинимось більш детально на основних видах осциляторів та методах їх обчислення.

1.) Моментум (*momentum*) — показник, що характеризує співвідношення між поточним значенням денної ціни закриття (P_t) на фінансовому ринку та ціною у день ($t-m$), значення запізнення (m) визначається інвестором самостійно, або приймається рівним десяти. Моментум обчислюють за формулою звичайного темпу зростання для динамічних рядів та ідентифікують у відсотках:

$$\text{Моментум} = \frac{P_t}{P_{t-m}} \cdot 100 \% .$$

Приклад застосування осцилятора показано на рис. 10.5. На основі індикатора можна робити такі висновки:

- якщо графік індикатора тривалий час розташований вище середнього значення у 100 %, то на ринку існує зростаючий тренд, і інвестор може приймати рішення щодо продажу активів;
- якщо графік індикатора тривалий час розташований нижче рівня у 100 %, то на ринку існує спадний тренд, і інвестор може приймати рішення про купівлю активів;
- перетин графіка індикатора зі 100 %-відсотковою лінією може свідчити про зміну напрямку тенденції на ринку.



Рис. 10.5. Використання індикатора моментум для обмінного курсу євро/гривня

2.) Індекс відносної сили (Relative Strength Index) — розроблений У. Уайлдером, використовується для оцінки відносної зміни граничних значень цін закриття (найвищих та найнижчих). Може приймати значення від 0 до 100. Обчислюється за формулою

$$RSI = 100 - \frac{100}{1 + RS},$$

де

$$RS = \frac{\text{Середнє арифметичне додатних абсолютних приростів за } m \text{ днів}}{\text{Узяте за модулем середнє арифметичне від'ємних абсолютних приростів за } m \text{ днів}}.$$

Обчислимо індикатор RSI на основі даних про динаміку обмінного курсу гривні по відношенню до євро за 2007—2008 рр. (рис. 10.6).

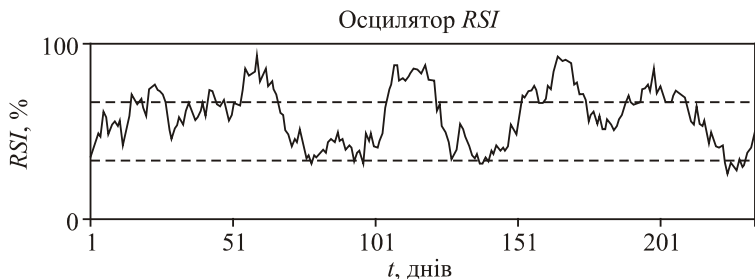


Рис. 10.6. Індикатор RSI для обмінного курсу гривні по відношенню до євро за 2007—2008 рр.

Ураховуючи діапазон можливої зміни осцилятора, зрозуміло, що середнім (нормальним) значенням індикатора буде лінія на рівні 50 %. Для аналізу отриманого графіка використаємо дві екстремальні області: верхню — у межах 50—70 % та нижню — у межах 30—50 % (див. рис. 10.6). Відповідно до загальних правил оцінки індикатора, наведених вище, рішення щодо продажу активів інвестор може приймати, коли значення осцилятора виходять за межі верхньої екстремальної області ($RSI \geq 70\%$), та рішення щодо продажу при $RSI \leq 30\%$.

Вибір екстремальних областей індикатора має суб'єктивний характер та може змінюватися залежно від ситуації на ринку. Так, загальноприйнятими вважаються пара значень у 30 та 70 %. Проте, якщо на ринку панує сильний тренд, ці межі можуть бути розширені до 20 та 80 %.

3. Стохастичний осцилятор (stochastic oscillator) був розроблений Дж. Лейном у 50-х рр. XX століття. Оцінює значення поточної ціни закриття на ринку по відношенню до граничних змін ціни протягом обраного періоду аналізу. Складається з двох показників-індикаторів:

$$\%K = \frac{P - P_{\min}^n}{P_{\max}^n - P_{\min}^n} \cdot 100\%,$$

де P — поточна ціна закриття,

$P_{\min}^n, P_{\max}^n$ — мінімальна та максимальна ціна за n -періодів аналізу відповідно (зазвичай n приймають рівним п'яти);

другий показник $\%D$ являє собою ковзну середню значень $\%K$ з періодом усереднення k , найчастіше обчислюють $\%D$ для $k = 3$:

$$\%D = \frac{\sum_{i=0}^k (P_k - P_{\min}^{n,k})}{\sum_{i=0}^k (P_{\max}^{n,k} - P_{\min}^{n,k})} \cdot 100 \%,$$

де P_k — ціна закриття в послідовні моменти часу k ;

$P_{\min}^{n,k}, P_{\max}^{n,k}$ — відповідно мінімальна та максимальна ціна активу за n -періодів аналізу в послідовні моменти часу k .

Обидва індикатори приймають значення в межах від 0 до 100 %.

Обчислимо стохастичний осцилятор для вже відомого часового ряду обмінного курсу гривні (рис. 10.7).

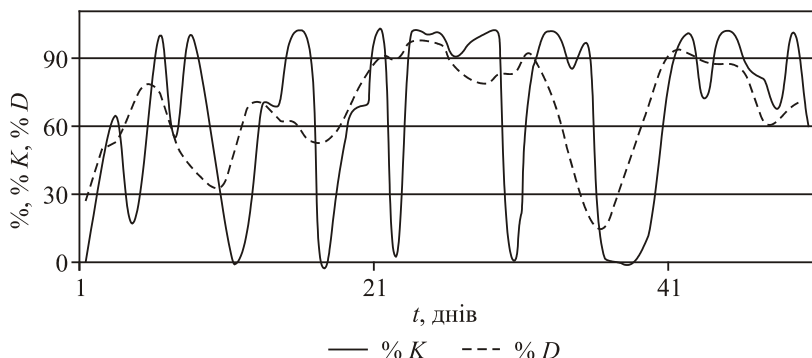


Рис. 10.7. Стохастичний осцилятор для обмінного курсу гривні по відношенню до євро за 2007 р.

Індикатор $\%K$ розрахований для $n = 5$, а для розрахунку лінії $\%D$ вхідними параметрами обрано $k = 5$.

Для інвестора сигналом щодо купівлі/продажу фінансового активу слугує перетин кривою $\%K$ лінії індикатора $\%D$. Така стратегія подібна до застосування індикаторів продовження тенденцій, котре ми розглянули раніше. Проте суттєва відмінність полягає у тому, що до уваги беруть лише перетин, котрий відбувається справа від екстремумів кривої $\%D$ (right-sided crossover). Тобто тоді, коли остання вже змінила напрямок руху.

Стохастичний осцилятор має суттєвий недолік: він справедливий у разі відсутності на ринку довготривалих трендів, за яких ціни рухаються лише в одному напрямку — вгору або вниз [7]. Також потрібно пам'ятати, що сигнали осциляторів не визначають також і силу розвороту тенденції. Це може бути як короткочасовий відкат-корекція, так і глобальна зміна тренду.

4. Осцилятор Уільямса $\%R$ — найпростіший різновид стохастичного осцилятора, запропонований у 1973 році Ларрі Вільямсом. Призначений для підтвердження тенденції та прогнозування її зміни. Розраховується за формулою:

$$\%R = \frac{P_{\max}^n - P}{P_{\max}^n - P_{\min}^n} \cdot 100\%,$$

де P — поточна ціна закриття;

$P_{\min}^n, P_{\max}^n$ — мінімальна та максимальна ціна за n -періодів аналізу відповідно (зазвичай n приймають рівним семи).

Для осцилятора Уільямса екстремальні границі проводять на рівні 10 та 90 %. Сигналом для інвестора, що може означати розворот у динаміці ринку, є дивергенція між лінією індикатора та графіком зміни ціни активу. Якщо індикатор піднімається вище граничного значення, різко спускається донизу та потім протягом тривалого часу не досягає знову значення у 90 %, — імовірне падіння цін на ринку. Дзеркальна ситуація у зміні осцилятора є сигналом до ймовірного зростання ціни на фінансовому ринку.

Показник $\%R$ є короткостроковим індикатором, тому покращання якості прогнозування на його основі виконують шляхом одночасного застосування довгострокових індикаторів продовження тенденцій, наприклад ковзних середніх.

Даний показник має всі недоліки, притаманні стохастичному осцилятору.

5. Індикатор розбіжності/збіжності ковзних середніх MACD (Moving Average Convergence/Divergence) — будується на основі двох ковзних середніх з різним вікном усереднення. Осцилятор MACD складається із двох ліній. Перша обчислюється як різниця двох експоненціальних ковзних середніх:

$$MA(n1, n2) = MA(n1) - MA(n2)$$

$$n1 < n2,$$

де $n1, n2$ — вікно усереднення відповідної ковзної середньої.

Друга лінія розраховується як ковзна середня першої лінії:

$$MACD(n1, n2, n3) = MA(MA(n1, n2)),$$

де $n3$ — вікно усереднення для індикатора.

Значення $n1, n2, n3$ — задаються інвестором самостійно відповідно до власного досвіду, інтуїції, частоти надходження на ринок економічної інформації, тенденції на ринку. Загальновизнаною є комбінація середніх, що задається параметрами $n1=12, n2=26, n3=9$, відповідний індикатор матиме вигляд $MACD(12, 26, 9)$. Приклад обчислення осцилятора наведено на рис. 10.8.

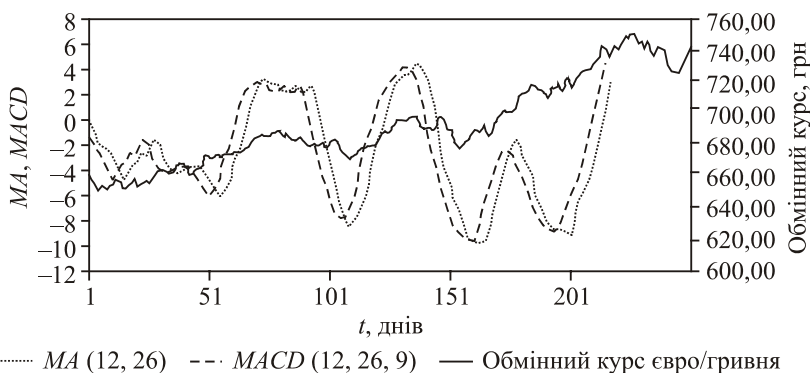


Рис. 10.8 Індикатор розбіжності/збіжності ковзних середніх $MACD(12, 26, 9)$ для обмінного курсу гривні по відношенню до євро за 2007—2008 рр.

Під час аналізу графіків індикатора $MACD$ можна виокремити три ситуації:

А) перетин ліній $MA(n1, n2)$ та $MACD(n1, n2, n3)$ може давати сигнал до купівлі (якщо $MA(n1, n2)$ перетинає $MACD(n1, n2, n3)$ знизу вгору) або продажу (якщо $MA(n1, n2)$ перетинає $MACD(n1, n2, n3)$ згори вниз);

Б) перетин індикатором $MACD(n1, n2, n3)$ нульової відмітки характеризує імовірну зміну тенденції на ринку;

В) дивергенція/конвергенція графіків ціни активу та осцилятора слугує сигналом про зміну тенденції.

Спільним недоліком розглянутих технічних індикаторів є неможливість аналітичного прогнозування вартості фінансового

активу, та відповідне запізнення сигналів на купівлю/продаж активів. Тому, не зважаючи на доступність та зрозумілість для широкого кола користувачів, адекватний аналіз фінансових ринків на основі цих показників вимагає від інвестора певного досвіду роботи із технічними індикаторами.

Розширенням технічного аналізу є теорія Еліота (за прізвищем автора Р. Еліота). Принципи, покладені в основу концепції, що пізніше отримала назву хвильова теорія Еліота, вперше були надруковані у монографії «Принцип хвиль» у 1938 році.

Теорія Еліота являє собою систему емпірично виведених правил для інтерпретації поведінки ринку. Використовуючи дані фондового ринку, Еліот виокремив тринадцять моделей руху «хвиль», які повторюються у динаміці цін. Він дав їм назви, визначення, проілюстрував та описав закономірності їх появи і розвитку [8]. Відповідно до теорії Еліота, під час прямування ринку відбувається періодично повторюване, з однаковим ритмом чергування п'яти хвиль у напрямку основного тренду і трьох хвиль у протилежному напрямку (рис. 10.9).

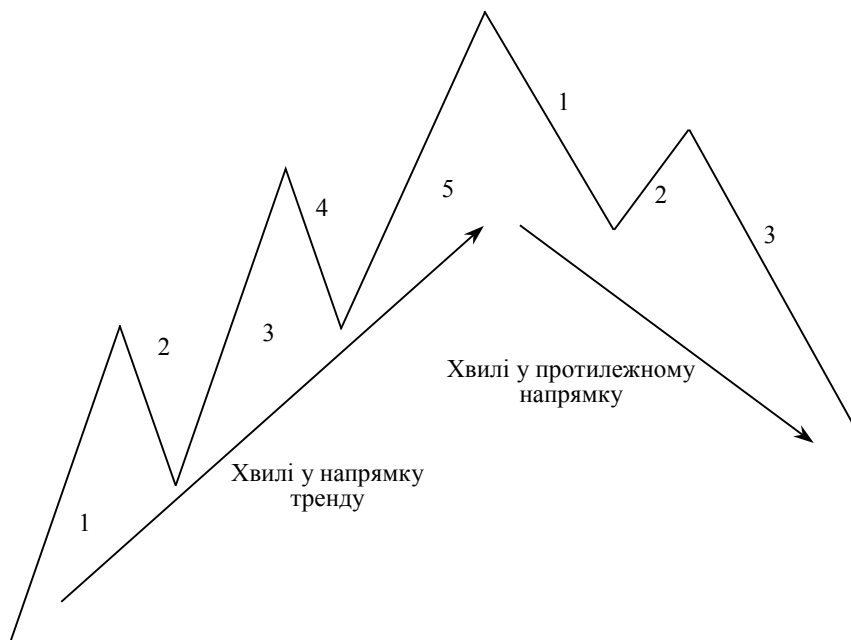


Рис. 10.9. Основна модель ринкової хвилі в теорії Еліота

Проте сучасні дослідження показують, що виявити на графіку ідеальну хвилю за Еліотом досить важко, ця теорія описує лише окремі випадки на ринку та не визначає причину хвильової динаміки цін.

До класичних методів технічного аналізу відносять **аналіз на основі японських свічок**. Для побудови свічки використовуються ті самі вихідні дані руху ціни, що й для звичайних барів (див. рис. 10.2). Потовщена частина свічки називається «тіло свічки» — це діапазон зміни між ціною відкриття та закриття. Якщо тіло свічки біле, це означає, що ціна закриття вища за ціну при відкритті. Чорне тіло свічки відображає протилежну ситуацію. Риски, які виходять зверху та знизу тіла свічки, називаються «тіні» і відбивають максимальну та мінімальну ціну в цей день (рис. 10.10).

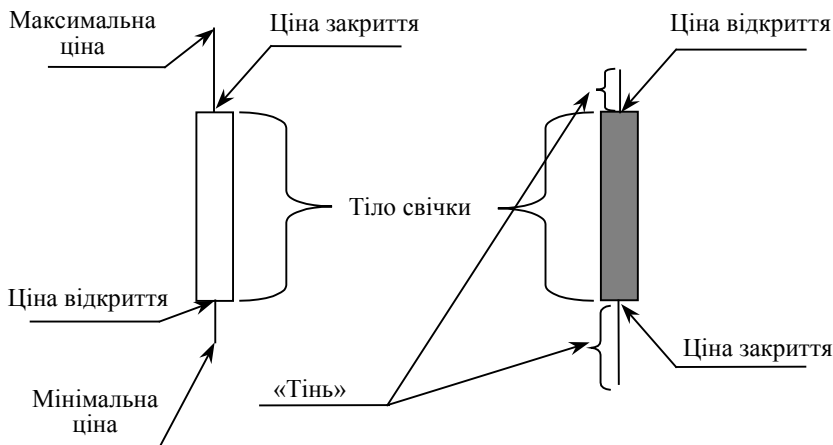


Рис. 10.10. Схема побудови графіка японської свічки на основі даних про вартість фінансового активу

Аналіз свічок, як правило, проводиться на основі комбінації трьох сусідніх свічок. При цьому дві свічки складають сигнал, а третя — підтвердження [9]. На сучасному етапі процес еволюції методів технічного аналізу на базі японських свічок спрямований як на покращання та оптимізацію вже існуючого доробку [9—11], так і на вивчення принципово нових свічних моделей [2]. Також зроблені спроби врахувати кореляції між різними інвестиційними горизонтами, та між свічними фігурами в межах

одного горизонту передбачення за допомогою виокремлення різних свічних формацій у кластери різного роду [12].

Інтерпретація свічок носить суб'єктивний характер: немає чітких визначень таким поняттям, як «довге тіло» або «великі тіні», тобто під час аналізу свічки доводиться покладатися на здоровий глузд та візуальне сприйняття графіка [13]. Велика кількість ринкових сигналів, які утворюються на графіках японських свічок, не дають цінових орієнтирів і мають використовуватись разом з іншими методами технічного аналізу. Крім того, для отримання повноцінного торгового сигналу, під час побудови свічки необхідно дочекатися ціни закриття [14].

Окрім перелічених методів, технічні аналітики використовують послідовність Фібоначчі. У своїй праці «Liber Abaci» (у перекладі з латини «Книга обчислень») Леонардо Фібоначчі відкрив та описав цікаву послідовність чисел, котру використав як розв'язок задачі визначення формули розмноження кролів. Ось ця послідовність: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 і т. д. до нескінченності.

Її основні властивості такі:

1. Сума будь-яких двох сусідніх елементів дорівнює наступному числу послідовності.
2. Відношення довільного числа до наступного (крім перших двох чисел) наближається до 0,618.
3. Відношення довільного числа до попереднього (крім перших двох чисел) наближається до 1,618 (величина обернена до 0,618).

Базовими вважаються чотири аналітичні методики, засновані на числах Фібоначчі: дуги, віяла, рівні та часові зони. Інтерпретація ліній Фібоначчі базується на припущенні, що ключові моменти поведінки цін (розвороти тенденцій, проходження рівнів підтримки тощо) розташовуються поряд із цими лініями [15]. На фінансових ринках коефіцієнти Фібоначчі використовуються різним способом, зокрема, вони є інструментом прогнозування ціни й розрахунку рівнів закриття збиткової позиції (stop-loss) [13].

Загальний недолік інструментарію технічного аналізу в тому, що у розрахунках використовуються історичні дані. Тому за умов різкої зміни ситуації на фінансовому ринку, ці зміни будуть відображені у моделі з певним запізненням. Крім того, застосування всіх технічних індикаторів носить суб'єктивний характер, тому ефективність використання більшою мірою залежить від досвіду інвестора та інтуїції.

10.3. Психологічний аналіз: гіпотеза очікувань

Поведінка учасників валютного ринку спирається на припущення стосовно поведінки інших учасників. Відповідно, відбувається саморегульований процес, що усереднює результат прийняття рішення на колективному рівні. Моделювання та прогнозування поведінки учасників на фінансових ринках — основна задача теорії очікувань [16]. Очікування — це припущення або думки стосовно майбутніх значень економічних індикаторів.

Існує кілька різновидів теорії очікувань. Найбільш розробленою є **гіпотеза раціональних очікувань**, створена 1961 року Дж. Мутом [17]. В її основі лежить принцип оптимізації придбання та оброблення інформації для формування думки про майбутню динаміку ринку. Відповідно до цієї гіпотези учасники ринку не припускаються систематичних помилок щодо прогнозування динаміки останнього. Гравці використовують доступну інформацію доти, поки вартість на її отримання не перевищує прибуток.

Для фінансового аналізу важливе значення мають два узагальнюючі висновки цієї гіпотези: 1) якщо змінюються коливання досліджуваного показника, то спосіб формування очікувань відносно нього також трансформується; 2) у середньому похибка передбачення дорівнює нулю і не може бути прогнозована заздалегідь.

Наслідком теорії раціональних очікувань є важливий висновок: якщо поточні ціни на фінансові активи відображають усю доступну інформацію, то отримання прибутку виключене.

Проте насправді, поведінка на фінансових ринках є нераціональною. Це пов'язано з тим, що навіть володіючи усією доступною інформацією, учасники ринку не використовують її оптимально. Крім того, економічні агенти можуть не отримати повної інформації про динаміку ринку. Отже, зроблені прогнози ніколи не будуть точними.

Гіпотеза адаптивних очікувань базується на припущенні, що значення показника формується винятково на основі його минулих коливань. Основним поняттям цієї теорії є лаг очікувань — час перегляду очікуваного значення показника в результаті його поточних змін [18].

Серед основних недоліків даної гіпотези слід назвати такі:

1) відповідно до гіпотези адаптивних очікувань, економічні агенти не використовують власне розуміння економічних процесів, що не відповідає дійсності;

2) не існує єдиного загальноприйнятого підходу щодо вибору єдиної схеми формування адаптивних очікувань у моделюванні економічної системи.

Поєднання обох гіпотез втілюється у концепції **очікувань з розподіленим лагом**. Для визначення очікувань урахується не тільки поточне значення показника, але й послідовність лагових значень, які відображають адаптивність. При цьому коефіцієнти при лагових значеннях мають підпорядковуватися визначеному математичному закону, наприклад, спадати за експонентою. Існують спеціальні економетричні методи для оцінки коефіцієнтів рівнянь із розподіленим лагом. Моделі динаміки фінансових ринків, що спираються на гіпотезу очікувань із розподіленим лагом, можуть урахувати повну або часткову адаптацію, коли попередня інформація не враховується повністю. Найбільш відомим способом аналізу рівнянь із розподіленим лагом є перетворення Койка.

Ще однією альтернативною розробкою є **гіпотеза регресивних або рівноважних очікувань**. У ній очікування на ринку пов'язують з моделями фінансового активу на базі фундаментальних макроекономічних факторів. Відповідно до гіпотези регресивних очікувань, ціна фінансового активу завжди повертається до свого рівноважного значення. Це припущення тісно пов'язане з теорією паритету купівельної спроможності і застосовується переважно до прогнозування значення валютного курсу у випадках, коли вартість грошової одиниці є переоціненою або недооціненою.

Для прогнозування на валютному ринку використовують також теорію експоненційних очікувань. Валютні очікування визначають за допомогою рівняння Дж. Френкеля та К. Фрута [19]:

$$E_t(S_{t+1}) = (1 - \beta)S_t + \beta Z,$$

де $E_t(\dots)$ — очікуване значення величини валютного курсу в момент часу t ;

S_t — валютний спот-курс у момент часу t ;

β — коефіцієнт, що характеризує очікування на валютному ринку. Розрізняють такі ситуації:

$\beta < 0$ — стадна поведінка;

$\beta = 0$ — статичні очікування;

$\beta > 0$ — очікування із розподіленням лагом;

Z — значення валютного курсу в попередньому періоді, що може бути сформоване під впливом різних гіпотез очікування:

$Z = S_{t-1}$ — екстраполяційні очікування;

$Z = E_{t-1}(S_t)$ — адаптивні очікування;

$Z = Q$, де Q — рівноважний валютний курс, регресивні очікування.

Спільним недоліком гіпотез психологічного аналізу є переважно описовий характер їх моделей та відсутність однозначного механізму для визначення типу очікувань, що панують на ринку.

10.4. Економетричні моделі

Окремо слід вирізнити економетричні моделі аналізу часових рядів. Використання економетричного інструментарію передбачає моделювання часового ряду як випадкового процесу, що відбувається у часі відповідно до законів теорії ймовірностей. Серед основних видів економетричних моделей, котрі можуть бути використані для наближення динаміки валютного курсу, слід виділити [20—22]:

- моделі лінійної регресії

$$y(t) = \sum_{j=0}^n a_j x_j + \varepsilon(t),$$

де n — кількість пояснювальних змінних, $\varepsilon(t)$ — випадкове збурення;

- моделі регресії із розподіленням лагом — ураховують вплив на результуючий показник $y(t)$ значень пояснювальної змінної не лише у поточний момент часу, але й за q попередніх періодів:

$$y(t) = \sum_{j=0}^q a_j x(t-j) + \varepsilon(t),$$

де q — величина найбільшого лагу, $\varepsilon(t)$ — випадкове збурення,

$\sum_{j=0}^q a_j x(t-j)$ — лаговий багаточлен у вигляді ковзної середньої

змінної $x(t)$, a_j — вагові коефіцієнти, що визначають структуру лагу;

- моделі авторегресії ($AR(p)$) — ураховують вплив на результуючий показник його власних значень, обчислених за p попередніх періодів:

$$y(t) = \sum_{j=0}^p a_j y(t-j) + \varepsilon(t).$$

- моделі із ковзним середнім ($MA(q)$) — ураховують вплив на результуючий показник значень попередніх збурень:

$$y(t) = \mu + \sum_{i=0}^q b_i \varepsilon(t-i),$$

де q — порядок ковзної середньої, b_i — вагові коефіцієнти, що визначають структуру ковзної середньої, μ — постійна середня процесу;

- моделі з авторегресією та ковзним середнім ($ARMA(p, q)$) — дозволяють поєднати авторегресійну компоненту часового ряду та вплив минулих значень величини помилки $\varepsilon(t)$:

$$y(t) = \sum_{j=0}^p a_j y(t-j) + \sum_{i=0}^q b_i \varepsilon(t-i).$$

- інтегральні моделі з авторегресією та ковзним середнім ($ARIMA(p, q, d)$) — на відміну від попередніх економетричних моделей, дозволяють вивчати нестационарні часові ряди шляхом попереднього приведення їх до стаціонарних. Процедура перетворення передбачає заміну вихідного економічного ряду похідним рядом послідовних різниць. Кількість повторень застосування такого алгоритму позначається d . У разі стаціонарності вихідних даних $d=0$ модель $ARIMA$ спрощується до моделі $ARMA$ [23—24];

- моделі з авторегресійною умовною гетероскедастичністю ($ARCH(q)$) дозволяють урахувати процеси кластеризації волатильності:

$$\varepsilon(t) | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2),$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-i}^2,$$

де $\Omega_{t-1} = (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)$ — передісторія процесу ε_t ; σ_t^2 — умовна дисперсія ε_t , або волатильність процесу $\sigma_t^2 = \text{Var}(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = E(\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1})$. При цьому необхідне виконання співвідношень $\varpi > 0$ та $\gamma_1, \dots, \gamma_q \geq 0$;

- узагальнені моделі з авторегресійною умовною гетероскедастичністю (*GARCH*(p, q)) [25]:

$$\sigma_t^2 = \varpi + \sum_{i=1}^p \delta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \gamma_j \varepsilon_{t-j}^2,$$

за умов $\varpi > 0$, $\delta_1, \dots, \delta_p \geq 0$ та $\gamma_1, \dots, \gamma_q \geq 0$. Використання моделей з умовною гетероскедастичністю є досить обмеженим для моделювання реальних фінансових інструментів, що пов'язано з неможливістю врахування так званого «ефекту левериджа», коли дохідність фінансових інструментів від'ємно корелює із коливаннями волатильності. Тому на сьогодні розвиток моделей такого типу спрямований на розроблення різноманітних моделей, асиметричних за ε_t , наприклад експоненційна *GARCH*-модель (*EGARCH*) [26]. Ще одним покращанням є відмова від припущення про нормальний розподіл умовного за передісторію процесу ε_t , що сприяло появі моделей *GARCH-M*. Вивчення економічних особливостей фінансових інструментів, їх похідних та бажання покращити якість прогностичних властивостей економетричних моделей спонукає до неперервного пошуку в цьому напрямку. Результатом таких досліджень стала розробка моделей дрібно-інтегрованих процесів, таких як *FIGARCH* та *HYGARCH*.

Основні недоліки моделей даного типу, що звужують коло їх використання для аналізу фінансових даних, це:

- обмеженість у відображенні специфічних характеристик фінансових часових рядів у разі застосування економетричних моделей типу *ARMA*;

- математичні обмеження, що висуваються до *GARCH*-моделей (умовна дисперсія є функцією абсолютних величин лагів залишків і не враховує їхні знаки), не дозволяють уловлювати «ефекти левериджа»;

- за зростання кількості параметрів моделі типу *GARCH* їх застосування ускладнюється. Виникають труднощі під час чисе-

льного розв'язання оптимізаційної задачі — максимізації функції правдоподібності.

Загальний недолік економетричних моделей, як і інструментарію технічного аналізу, полягає у тому, що у своїх розрахунках вони використовують історичні дані. Тому за умов різкої зміни ситуації на валютному ринку ці зміни будуть відображені у моделі з певним запізненням.

10.5. Сучасні підходи до аналізу фінансових ринків. Застосування інтегральних рівнянь для прогнозування фінансових ринків

Поєднати технічний та фундаментальний аналіз під час прогнозування фінансових часових рядів дозволяє використання **нейронних мереж**. Нейронна мережа реалізує ідею обробки інформації за принципом нервової системи. Навчена мережа здатна будувати наближення для широкого класу залежностей між вхідними параметрами та результатом. Задача пошуку оптимального набору торговельних індикаторів, який протягом тривалого часу міг би забезпечити найбільший прибуток, окрім традиційних нейронних мереж, заснованих на зворотному зв'язку, може бути вирішена за допомогою карт Кохонена. Карта Кохонена — це єдиний шар нейронів, організований у вигляді двомірної матриці. За їх допомогою можна отримати візуальне зображення багатомірних вхідних даних. Вона аналізує не тільки виходи нейронів, але й ваги нейронів та розподіл прикладів за нейронами. Під час навчання на вхід нейромережі подаються еталонні приклади. У результаті визначається нейрон, котрий має мінімальний скалярний добуток важелів та вхідного вектора. Такий нейрон визначається переможцем і стає центром під час налагодження важелів нейронів-сусідів. За правилом Кохонена, відбувається змагальне навчання з урахуванням відстані нейронів від «нейрона-переможця»:

$$\Delta w_i^{\tau} = \beta \Lambda(|i - i^*|)(x^{\tau} - w_i),$$

де $\Lambda(|i - i^*|)$ — функція сусідства, яка визначає величину корегування ваги нейрона;

w_i — вага i -го нейрона;

β — швидкість навчання.

Для нейрона-переможця функція сусідства дорівнює одиниці та зменшується при віддаленні від нього за лінійним або експоненційним законом [32].

Після обрання правила навчання процедура навчання нейронної мережі перетворюється на багатокрокову задачу оптимізації. Серед методів, що використовуються для розв'язку отриманої задачі, використовують [33]:

- методи локальної оптимізації з обчисленням часткових похідних першого порядку (градієнтний метод, методи одно- та двомірної оптимізації цільової функції у напрямку антиградієнта, метод спряжених градієнтів, методи, що враховують напрямок антиградієнта на кількох кроках алгоритму та ін.);

- методи локальної оптимізації з обчисленням часткових похідних першого та другого порядку (метод Ньютона, методи оптимізації із розрідженими матрицями Гессе, квазіньютонівські методи, метод Гаусса-Ньютона, метод Левенберга-Марквардта та ін.);

- стохастичної оптимізації (метод Монте-Карло, пошук у випадковому напрямку та ін.);

- глобальної оптимізації.

Використання самоорганізованих карт Кохонена дає змогу виявляти та ефективно застосовувати приховані закономірності у часових рядах.

На сьогодні основним недоліком застосування нейронних мереж є відсутність математичного рішення для вибору архітектури нейромережі, він базується винятково на особистому досвіді та знаннях дослідника.

Одним із перспективних напрямів аналізу фінансових ринків є застосування до часових рядів методів спектрального аналізу та цифрової фільтрації.

1. Зокрема, розроблений адаптивний метод слідування за тенденціями та ринковими циклами (AT&CF-метод), який заснований на використанні фільтрів нижніх частот для визначення тренду. Частота відсікання ФНЧ розраховується таким чином, щоб видалити зі спектра часового ряду високочастотний шум та всі активні ринкові цикли. Спираючись на розроблену концепцію, автор методики створив систему нових технічних індикаторів [34]. Також існують приклади використання сплайнової апроксимації [35].

Застосування інтегральних рівнянь для прогнозування фінансових ринків

Перспективним є використання інтегральних рівнянь у задачах прогнозування фінансових ринків.

В економічній теорії використання інтегральних рівнянь є вкрай обмеженим. Це пов'язано передусім з необхідністю оперування складним математичним апаратом та порівняно новими розробленими алгоритмами розв'язку некоректних задач. Однак потреба адекватного опису динаміки економічних процесів спонукала до запровадження інтегральних методів у систему економіко-математичного моделювання. Найбільшого застосування вони набули в моделях оптимального макроекономічного зростання.

Динаміка довільної економічної системи, котра відповідає вимогам лінійності, стаціонарності та причинно обумовленості може бути описана на основі **інтегрального рівняння типу згортки**.

Інтегральне рівняння згортки описує лінійну економічну систему як комплекс взаємопов'язаних процесів на вході та виході. При цьому, на відміну від регресійних рівнянь, і це важливо наголосити, вплив різновіддалених у часі впливаючих та результатуючих чинників ураховується не за допомогою вагових коефіцієнтів, а певної функціональної залежності, що дозволяє врахувати пам'ять економічної системи в динаміці.

Інтегральне рівняння типу згортки містить різницеве ядро $k(x-s)$, через що інтегральний оператор

$$\int_0^x k(x-s)y(s)ds = k(x) * y(x)$$

являє собою операцію згортки функцій $k(x)$ та $y(x)$, котра широко використовується в операційному численні Лапласа.

Представимо лінійну динамічну систему у вигляді «чорної скриньки», коли дослідник не має інформації про внутрішню структуру системи, а вхідний $x(t)$ та вихідний сигнал $y(t)$ у кожен момент часу t фіксується під час спостереження (рис. 10.11). Нехай досліджувана система є:

— стаціонарною, тобто форма її реакції на довільну вхідну послідовність не залежить від вибору початку відліку часу;

— лінійною (вихідна реакція на лінійну комбінацію вхідних послідовностей збігається з лінійною комбінацією вихідних реакцій на кожну окрему вхідну послідовність);

— причинно-обумовленою (значення вихідного ряду в довільний момент часу залежить від значень вхідного ряду у більш ранні моменти часу до поточного моменту включно).



Рис. 10.11. Економічна система типу «чорна скриня»

Як було вказано раніше, за даних умов динаміка економічної системи у часі може бути описана інтегральним рівнянням згортки:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau$$

або, використовуючи властивість комутативності:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau,$$

де $h(t)$ — ядро згортки, або імпульсна характеристика системи;
 τ — час запізнення [36—37].

Імпульсна характеристика системи розглядається як згортка функцій спеціального виду:

$$h(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)\delta(t - \tau)d\tau,$$

де $\delta(t)$ — дельта-функція Дірака. Це математична абстракція, котра визначається як вхідний сигнал, що має нульову ширину та нескінченну висоту:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases},$$

але визначену скінченну площу:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1.$$

Умови фізичної реалізації та стійкості системи визначаються із співвідношень:

$$h(t) = 0, t < 0,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty.$$

Імпульсна характеристика є основною характеристикою лінійної системи і повністю визначає її поведінку.

Інтегральне рівняння згортки використовують для побудови системи моделей динаміки фінансових активів, зокрема валютних курсів. Такий підхід принципово відрізняється від існуючих методик, тому що дозволяє описати зміни ринкових тенденцій на базі визначеної первинної економічної інформації, а не історичних даних результуючого показника. Крім того, модель ураховує пам'ять фінансового ринку.

Аналогом інтеграла згортки у дискретних системах є дискретна часова згортка. Її отримують шляхом переходу $t \rightarrow nT$, $\tau \rightarrow mT$, $d\tau \rightarrow 1$, $\int \rightarrow \sum$:

$$y(n) = \sum_{m=0}^n h(mT)x((n-m)T),$$

$$h(t) = \sum_{m=0}^n h(mT)\delta(n-m)T,$$

$$\delta(nT) = \begin{cases} 1, & nT = 0 \\ 0, & nT \neq 0 \end{cases}.$$

Якщо довжина вхідної послідовності N , довжина імпульсної характеристики — M , тоді при підстановці цих даних у рівняння згортки отримаємо вихідну реакцію системи довжиною $L = N + M - 1$.

Отже, будь-яка послідовність на вході лінійної динамічної системи, відповідно до її властивостей, може бути представлена у вигляді послідовності окремих одиничних імпульсів. Тоді реакцію системи за відомої імпульсної характеристики знаходимо шляхом згортки відповідних послідовностей. Нехай, наприклад, відома імпульсна характеристика теоретичної економічної системи, котра являє собою пропозицію та попит на ринку державних облігацій країни А (рис. 10.12):

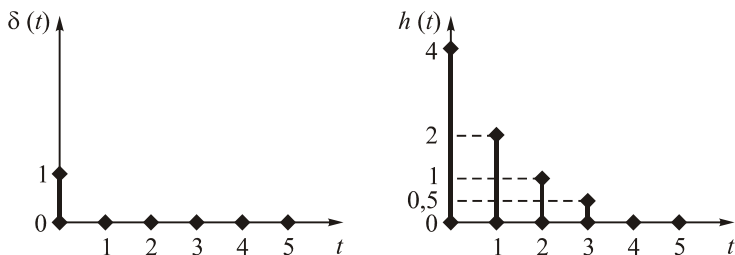


Рис. 10.12. Імпульсна характеристика економічної системи «пропозиція/попит на ринку державних облігацій країни А» $h(t)$

У даному випадку імпульсна характеристика $h(t)$ може інтерпретуватись як реакція ринку на одиничну пропозицію державних облігацій на вході системи. Необхідно визначити реакцію системи $y(t)$ на відому функцію пропозиції $x(t)$ (рис. 10.13).

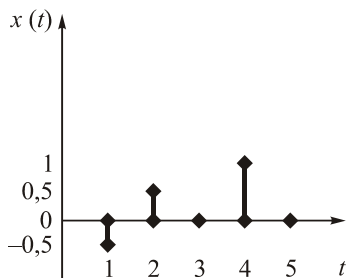


Рис. 10.13. Функція пропозиції системи «пропозиція/попит на ринку державних облігацій країни А» $x(t)$.

Ілюстрацію дискретної згортки відповідних характеристик такої системи зображено на рис. 10.14.

Використання імпульсної характеристики для моделювання економічних систем поки не набуло значного поширення. Зокрема, існують спроби описати на основі цього математичного апарату модель запровадження та засвоєння потужностей, систему управління запасами, макроекономічну модель економіки на основі динаміки споживчого ринку Самуельсона-Хікса та деякі інші [38]. У цих дослідженнях замість імпульсної характеристики системи використовується її аналог — перехідна характеристика, котру одержують шляхом перетворення Лапласа.

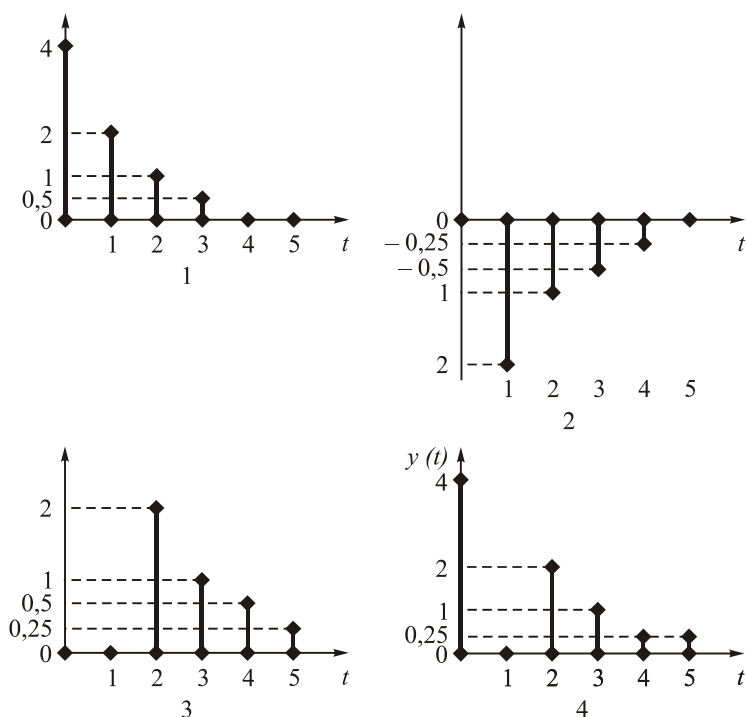


Рис. 10.14. Приклад згортки:

- 1 — відгук системи на імпульс у момент часу $t = 0$;
- 2 — відгук системи на імпульс у момент часу $t = 1$;
- 3 — відгук системи на імпульс у момент часу $t = 2$;
- 4 — реакція системи $y(t)$ на пропозицію $x(t)$ у системі «пропозиція/попит на ринку державних облігацій країни А»

Порівняно з описаними вище методиками використання інтегрального рівняння згортки для опису динаміки фінансових активів має низку вагомих переваг:

- дає можливість відобразити систему, спираючись на базові категорії економіки, зокрема попит та пропозицію;
- дозволяє дати чітку економічну інтерпретацію розрахованим характеристикам системи;
- знайдена імпульсна характеристика відбиває внутрішню структуру самої системи;
- знаходження імпульсної характеристики системи дозволяє вирішувати задачу управління, а отже, формувати стратегії гравців на ринку;

— використання інтегрального рівняння згортки дає змогу вирішувати завдання короткострокового прогнозування;

— мінімальна кількість апріорної інформації про структуру та параметри об'єкта;

— відносна легкість переходу до інших еквівалентних форм опису об'єкта.

Більш детально розглянемо застосування інтегрального рівняння згортки для короткострокового прогнозування на валютному ринку.

Відповідно до викладених міркувань, інтегральне рівняння згортки для моделювання динаміки валютного ринку набуває такого змісту [39]:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau, \quad (10.1)$$

де $y(t)$ — обмінний курс;

$x(t-\tau)$ — обсяг продажу в моменти часу включно із значенням в точці $\tau = t, t \in [0, \infty)$.

Імпульсна перехідна функція $h(\tau)$ відбиває реакцію системи на одиничну зміну грошової пропозиції на вході. Рівняння (10.1) дозволяє врахувати пам'ять ринку за τ періодів минулого.

Для розв'язку інтегрального рівняння згортки застосовують чисельні методи та представляють інтегральне рівняння (10.1) у вигляді суми:

$$R_{yx}(t) = \sum_{i=0}^N h(i)R_{xx}(t-i),$$

де $t, i = 0, 1, \dots, N$;

$N = T/\Delta$ — кількість точок дискретизації;

Δ — крок дискретизації по t та i ;

T — момент часу, починаючи з якого $h(t) \equiv 0$ (період загасання). Або у матричній формі:

$$R_{xy} = H \cdot R_{xx}, \quad (10.2)$$

де R_{xy} — вектор взаємно кореляційної функції розміром $N \cdot 1$;

R_{xx} — автокореляційна квадратна матриця порядку $N + 1$ входних відліків ряду;

H — вектор оптимальних коефіцієнтів імпульсної перехідної функції динамічної системи «обсяг продажу-валютний курс».

Для стаціонарного процесу кореляційна матриця R_{xx} має вигляд матриці Тепліца. Її характерною властивістю є те, що на будь-якій діагоналі, паралельній головній, розташовані однакові величини, тобто:

$$R_{xx} = \begin{Bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & R_{xx}(2) & \dots & R_{xx}(N) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \dots & R_{xx}(N-1) \\ R_{xx}(2) & R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \dots & R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{xx}(N) & R_{xx}(N-1) & R_{xx}(N-2) & \dots & R_{xx}(0) \end{Bmatrix}.$$

Результатом розв'язку системи (10.2) є значення імпульсної перехідної функції економічної системи «обсяг продажу—валютний курс» у рівновіддалених вузлах $\{0, 1, \dots, N\}$.

Розглянемо можливість прогнозування динаміки валютного курсу за допомогою описаного методу.

На даних за останні дві доби січня 2008 року (рис. 10.15) зробимо прогноз динаміки валютного курсу.

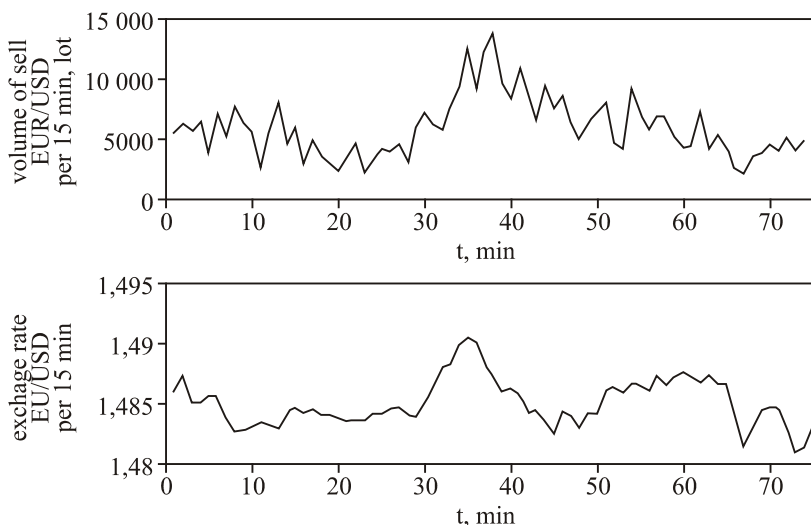


Рис. 10.15. Відрізок стаціонарності валютного ринку за дві останні доби січня 2008 року, підготовлений для прогнозування. Обсяг продажу — верхній графік, валютний курс євро/долар США — нижній графік

Для визначення прогностичних можливостей описаної методики скористаємося загальноприйнятим підходом: коли кількість вихідних даних штучно скорочують за рахунок останніх значень досліджуваного показника. А кількісну оцінку точності прогнозу виконують шляхом порівняння фактичних значень показника із розрахованими на основі моделі.

Відкинувши п'ять останніх точок, обчислюємо характеристики, необхідні для побудови моделі: кореляційні функції та імпульсну характеристику, як показано на рисунках 10.16—10.17.

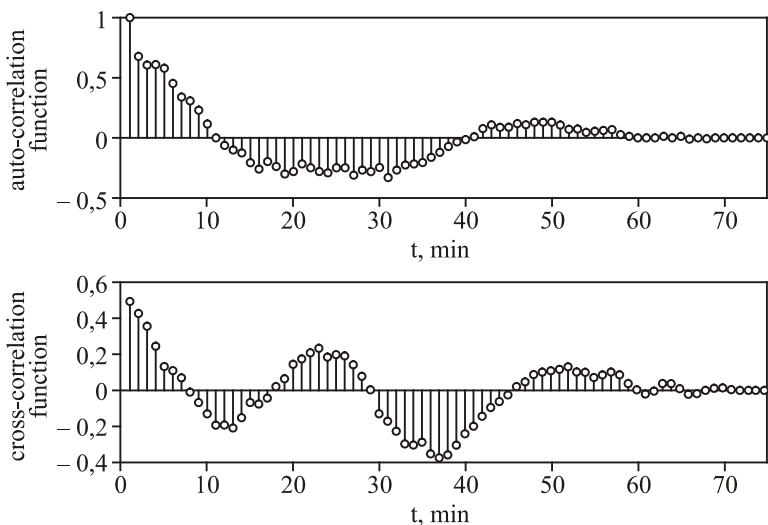


Рис. 10.16. Значення авто- та взаємно кореляційних функцій для стаціонарних рядів обмінного курсу євро/долар США та обсягів укладених угод

Для покращання якості прогнозу отриману імпульсну характеристику згладжуємо за допомогою кубічного ермітового сплайну. Координати точок стикування сплайн-функції, що згладжує — [0 6 11 19 21 28 34 39 41 46 51 56 61 69 70].

Виконуємо згортку та будуємо прогноз динаміки ціни на валютному ринку, спираючись на інформацію лише на момент часу $t_k = 5 \cdot 15$ хвилин (рис. 10.18). Період упередження дорівнює сімдесяти п'яти хвилинам. Для кращої візуальної оцінки точності прогнозу окремо виносимо на графік останню відому інформацію про валютний курс євро до американського долара до точки t_k та прогнозні значення коливань обмінного курсу на наступні 5 хвилин, як показано на рисунку 10.19.

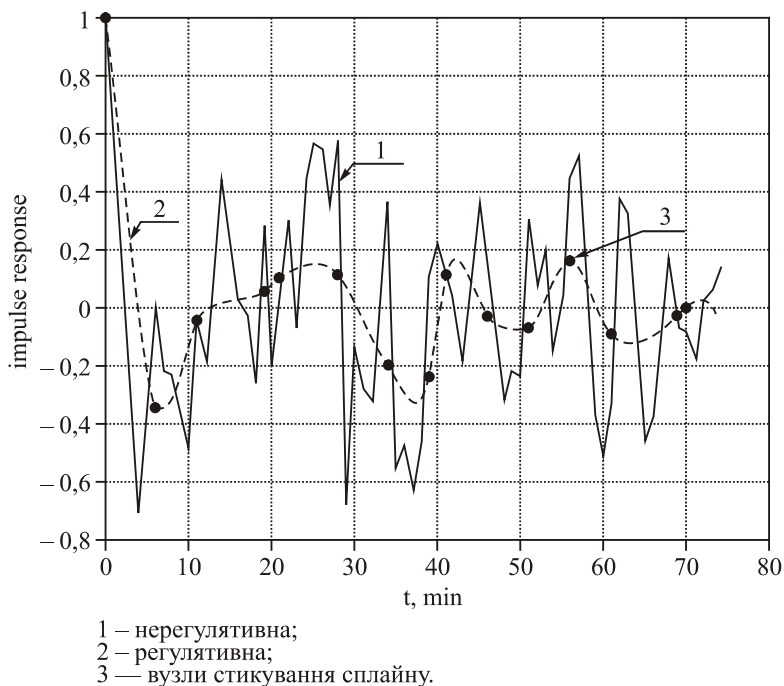


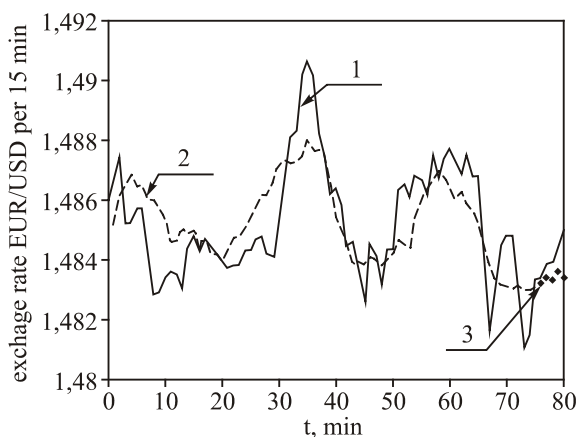
Рис. 10.17. Імпульсна характеристика валютного ринку в кінці січня 2008 року:

Обчислюємо точність прогнозу за абсолютними та відносними показниками:

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t|, \quad MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2,$$

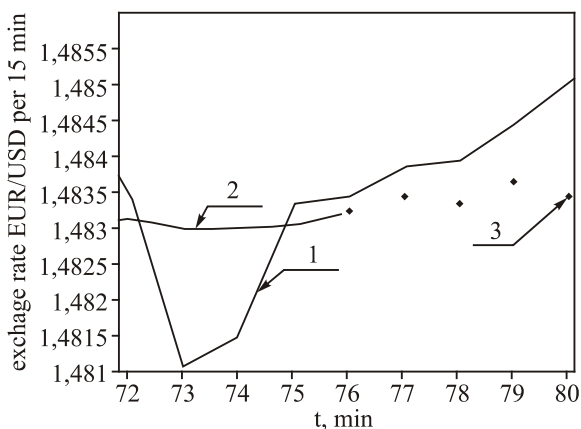
$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t}, \quad MPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{(Y_t - \hat{Y}_t)^2}{Y_t},$$

де MAD — середня абсолютна похибка прогнозу;
 MSE — середня квадратична похибка прогнозу;
 $MAPE$ — відносна середня абсолютна похибка прогнозу;
 MPE — відносна середня квадратична похибка прогнозу;
 Y — фактичний валютний курс;
 $\hat{Y}$ — прогноз валютного курсу;
 n — період упередження.



1 — фактичний;
 2 — значення, отримані на основі розробленої моделі;
 3 — прогноз.

Рис. 10.18. Обмінний курс євро/долар США:



1 — фактичний;
 2 — значення, отримані на основі розробленої моделі;
 3 — прогноз.

Рис. 10.19. Обмінний курс євро/долар США:

$MAD = 0,00072$ — американських доларів на один євро, $MSE = 0,000000752$, $MAPE = 0,55\%$, $MPE = 0,00025\%$. Отже, точність прогнозу для періоду упередження рівного одній годині п'ятнадцяти хвилинам становить у середньому 0,072 цента, або 0,55%.

Виконуємо перерахунок курсу євро у гривневому еквіваленті (на той час вартість американського долара була зафіксована Національним банком України на рівні 505,00 за 100 USD):

$EUR^y = 1,4832 \cdot 5,05 = 7,4902$ — мінімальний курс у гривневому еквіваленті,

$EUR^y = 1,4836 \cdot 5,05 = 7,4922$ — максимальний курс у гривневому еквіваленті.

Якщо зробити корегування відносно обмінного курсу долара США, що торгувався на Міжбанківській валютній біржі: максимальний — 507,74 та мінімальний — 504,89 (за даними НБУ), маємо:

$EUR^y = 1,4832 \cdot 5,0489 = 7,4885$ — мінімальний курс у гривневому еквіваленті,

$EUR^y = 1,4836 \cdot 5,0774 = 7,5328$ — максимальний курс у гривневому еквіваленті.

Порівнюємо із середньозваженим курсом гривні щодо євро за операціями депозитних корпорацій (за даними Національного банку України), зафіксованим на 31 січня 2008 року. Він коливався в межах від 745,92 до 755,60 гривень за 100 одиниць. Відхилення становить 2—3 копійки на один американський долар, порівняно із попередніми розрахунками за фіксованим курсом (4—5 копійок). Оцінимо точність прогнозу за такими показниками: $MAD = 2,625$ копійок на один євро, $MAPE = 0,35\%$.

На якість прогнозування системи моделей на основі інтегральних рівнянь суттєво впливають такі фактори:

— якість імпульсної характеристики (чи дозволяє виділений відрізок стаціонарності валютного ринку повністю описати імпульсну перехідну функцію системи);

— довжина періоду стаціонарності, на основі якого робиться передбачення.

Основні терміни та поняття



Фундаментальний аналіз

Технічний аналіз

Психологічний аналіз фінансових ринків

Економічний індикатор

Фінансовий індикатор

Фінансовий індикатор

Політичний індикатор

Графічний метод
Осцилятор
Дивергенція
Моментум
Індекс відносної сили
Стохастичний осцилятор
Осцилятор Вільямса
Індикатор розбіжності/збіжності ковзних середніх
Теорія Еліота
Аналіз на основі японських свічок
Послідовність Фібоначчі
Гіпотеза раціональних очікувань
Гіпотеза адаптивних очікувань
Очікування з розподіленим лагом
Гіпотеза регресивних або рівноважних очікувань
Інтегральна модель з авторегресією та ковзним середнім
Модель з авторегресійною умовною гетероскедастичністю
Карта Кохонена
Інтегральне рівняння згортки
Імпульсна характеристика
Сплайн

Питання для самоконтролю



1. Дайте визначення терміна «аналіз фінансових ринків».
2. Назвіть основні підходи до аналізу фінансових ринків та вкажіть їх принципові відмінності.
3. Які індикатори фундаментального аналізу є первинними для дослідження: фондового ринку, валютного ринку.
4. Назвіть переваги та недоліки інструментарію технічного аналізу.
5. Дайте визначення основним індикаторам технічного аналізу. Опишіть ситуації на ринку, коли треба надати перевагу осциляторам?
6. До якого виду технічного аналізу (графічного чи математичного) варто віднести аналіз фінансових активів на основі теорії хвиль Еліота?
7. Яким чином за допомогою графіків зміни вартості фінансового інструменту можна побудувати «японські свічки»?

8. Назвіть переваги та недоліки застосування для прогнозування фінансових інструментів нейронних мереж?

9. Дайте визначення термінам «інтегральне рівняння згортки», «імпульсна характеристика».

10. Опишіть процедуру використання системи інтегральних рівнянь для прогнозування динаміки ціни фінансового активу.

11. Які обмеження мають виконуватись під час моделювання на основі інтегрального рівняння згортки?

Питання та завдання для самостійної роботи



1. Визначте вплив наведених фундаментальних індикаторів на зміну валютного курсу: індекс промислового виробництва, середня заробітна плата населення, дефіцит державного бюджету, офіційні резервні активи, темпи житлового будівництва, відсоткові ставки за депозитами. Вкажіть можливі причини різноспрямованої поведінки курсу.

2. Перевірте справедливість визначених закономірностей для обмінного курсу української гривні.

3. Для обраного фінансового активу визначте комбінацію ковзних середніх для прогнозування його ціни на ринку.

4. На основі історичних даних обраного фінансового інструменту обчисліть стохастичний осцилятор $%D$, $%K$, $%R$. Установіть екстремальні зони індикатора, що формують найточніший сигнал на купівлю/продаж для інвестора.

5. Експериментально перевірте дію індикатора MACD на основі історичних даних обраного фінансового інструменту.

6. На основі історичних даних про динаміку обраного фінансового інструменту перевірити дієвість теорії ринкових хвиль Еліота.

7. На основі даних про динаміку валютного курсу обраної грошової одиниці побудувати графік її зміни у вигляді японських свічок. Визначити ділянки стійкого зростання та зменшення вартості грошової одиниці.

8. Запропонуйте варіанти перевірки часового ряду на стаціонарність для використання системи моделей на основі інтегральних рівнянь.



1. Мерфи. Дж. Технический анализ фьючерсных рынков : теория и практика. — М. : Диаграмма, 2000. — 479 с.
2. Якимкин В. Н. Финансовый дилинг. — Книга 1. — М. : ИКФ Омега-Л, 2001. — 480 с.
3. Швагер Дж. Технический анализ. Полный курс. — М. : Альпина Паблишер, 2001. — 768 с.
4. Якимкин В. Н. Фундаментальный анализ. — М. : ИКФ Омега-Л, 2006. — 640 с.
5. Кияница А. Фундаментальный анализ финансовых рынков. — СПб. : Питер, 2005. — 288 с.
6. Томас Р. Демарк. Технический анализ — новая наука. — М. : Диаграмма, 2006. — 280 с.
7. Сафин А. Изучаем стохастический осциллятор//Валютный спекулянт. — 2000. — № 9. — С. 39—43.
8. Frost A.J., Prechter Robert Jr. Elliott Wave Principle: Key to Market Behavior. — Wiley Publishing. — 2003. — P. 240.
9. Лиховидов В. Кодирование японских свечей // Валютный спекулянт. — 2000. — № 1—2. — С. 23—28.
10. Нечехин А. Эффективность фильтрации свечей // Валютный спекулянт. — 2006. — № 1 (75). — С. 51—56.
11. Келасев В. Истинные формации японских свечей // Валютный спекулянт. — 2006. — № 1 (75). — С. 60—61.
12. Якимкин В. Н. Кластеры японских свечей // Валютный спекулянт. — № 3 (17). — С. 34—36.
13. Суворов С. Г. Азбука валютного дилинга. — С.-П. : С.-П. ун-тет. — 2000. — 296 с.
14. Nison S. Japanese Candlestick Charting Techniques, Second Edition. — Prentice Hall Press, 2001. — P. 320.
15. Келасев В. Аналитические линии Фибоначчи// Валютный спекулянт. — 2006. — № 6 (80). — С. 36—37.
16. Оберлехнер Т. Динамика общественной стадности на валютном рынке // Валютный спекулянт. — 2006. — № 4. — С. 72—74.
17. Muth J. Rational expectations and the theory of price movements // Econometrica. — 1961. — № 29. — P. 315—335.
18. Мусеев С. Ожидания на валютном рынке // Валютный спекулянт. — 2002. — № 1. — С. 20—23.
19. Frankel J. and Froot K. Using survey data to test standard propositions regarding exchange rate expectations // American Economic Review. — 1987. — № 77. — P. 133—153.
20. Сулов В. И., Ибрагимов Н. М., Талышева Л. П. и др. Эконометрия. — Новосибирск : НГУ, 2003. — 600 с.

21. *Наконечный С. И., Терещенко Т. О., Романюк Т. П.* Эконометрія : Підручник. — Вид. 2-ге. — К. : КНЕУ, 2000. — 296 с.
22. *Ханк Д. Э., Уичерн Д. У., Райтс А. Дж.* Бизнес-прогнозирование. — 7-е изд. : пер. с англ. — М. : «Вильямс», 2003.
23. *Канторович Г. Г.* Анализ временных рядов // Экономический журнал ВШЭ. : М. : ВШЭ. — С. 107—109.
24. Engle Robert F. and Tim Bollerslev (1986). «Modelling the Persistence of Conditional Variances», *Econometric Reviews*, 5, 1—50, 81—87.
25. Bollerslev Tim (1987) «A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return», *Review of Economics and Statistics*, 69, 542—547.
26. *Суслов В. И., Ибрагимов Н. М., Талышева Л. П. и др.* Эконометрия. — Новосибирск : НГУ, 2003. — 600 с., С. 431—434.
27. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. — М. : Мир, 2000.
28. *Федер Е.* Фракталы : пер. с англ. — М. : Мир, 1991. — 254 с.
29. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. — М. : Мир, 1988. — С. 240.
30. *Морозов А. Д.* Введение в теорию фракталов. — М.-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. — 160 с.
31. *Вильямс Б.* Торговый хаос II. — М. : ИК «Аналитика», 2005. — 208 с., С. 19—26.
32. *Остроухов И., Панфилов П.* Нейронные сети : карты Кохонена // Валютный спекулянт. — 2000. — № 9. — С. 50—54.
33. *Круглов В. В., Борисов В. В.* Искусственные нейронные сети. Теория и практика // М. : Горячая линия — Телеком, 2002. — 382 с.
34. *Кравчук В. К.* Новый адаптивный метод следования за тенденцией и рыночными циклами // Валютный спекулянт. — 2002. — № 12 (38). — С. 48—53.
35. *Доровской В. А., Шелевицкий И. В.* Оперативный сплайн прогноз валютных курсов // Придніпровський науковий вісник. — № 129. — 1998. — Дніпропетровськ, С. 72—75.
36. *Стрельченко І. І.* Моделювання динаміки економічної системи на базі інтегральних рівнянь / Інна Іллівна Стрельченко // Моніторинг, моделювання та менеджмент емерджентної економіки : матеріали I Міжнародної науково-практичної конференції. — Черкаси : Брама. — С. 241—243.
37. *Дженкинс Г.* Спектральный анализ и его приложения / Г. Дженкинс, Д. Ваттс; пер. с англ. В. Ф. Писаренко. — М. : Мир, 1971. — 317 с.
38. *Колемаев В. А.* Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности 061800 «Математические методы в экономике» / В. А. Колемаев. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — 295 с.
39. *Стрельченко І. І.* Ідентифікація динаміки валютних курсів на основі інтегральних рівнянь / Інна Іллівна Стрельченко, Ігор Володимирович Шелевицький // Вісник Криворізького економічного інституту. — Криворізький економічний інститут. — 2008. — № 2. — С. 79—86.

ФІНАНСОВИЙ РИНОК ЯК ФРАКТАЛЬНА СТРУКТУРА

У результаті вивчення теми студент повинен:

— *знати*: сучасний інструментарій дослідження наявності хаотичної поведінки, довжини пам'яті у фінансово-економічних часових рядах валютних курсів, фондових індексів, курсів акцій тощо;

— *уміти*: адекватно застосовувати фрактальний аналіз, R/S-аналіз для дослідження ринків капіталу: фондового ринку, ринку облігацій, валютного ринку тощо з метою прийняття раціональних інвестиційних рішень.

Звертаємо увагу читача на те, що у розділі 11 використані результати досліджень, проведених на основі статистичних даних фінансових ринків США та інших країн з розвинутими ринками. На жаль, використання інформації, що характеризує український ринок, дещо обмежене тим, що, насамперед, відповідні часові ряди дуже короткі, більше того — дуже часто відповідна інформація просто відсутня.

11.1. Фрактальні форми

Поява фракталів (які на той час ще не отримали свого імені) у математичній літературі понад сто років тому викликала сумну ворожість, як це часто бувало в історії розвитку багатьох математичних ідей. Відомий математик Шарль Ерміт навіть охрестив їх «монстрами». Принаймні загальна думка визначала їх, як патологію, і схилилася до того, що вони представляють інтерес тільки для дослідників, які зловживають математичними примхами, а не для дійсних учених. На той час вважалися нонсенсом і мали

«дурну» репутацію множина (пилюка) Кантора, криві Пеано, функції Вейєрштрасса і їх численні різновиди, границя сніжинки Коха тощо.

У результаті зусиль Бенуа Мандельброта таке ставлення до фракталів змінилося, фрактальна геометрія стала шанованою прикладною наукою. Мандельброт увів до вжитку термін «фрактал» у 1975 році, ґрунтуючись на теорії фрактальної (дробової) розмірності Хаусдорфа, запропонованої ще в 1919 році.

Це відкриття торкнулось як багатьох прикладних наук, так і чистої математики, і вже у 80—90 роки ХХ століття фрактали стали предметом пристрасних дискусій. Тільки впродовж 1990 року було опубліковано більш ніж 5000 статей зі словом «фрактал» у назві. Для багатьох фрактали означали революцію в науці. Сьогодні не знати, що таке фрактал, стало непристойним, хоча часто-густо їх ототожнюють з інтригуючими картинками із загадковим та складним узором, не здогадуючись, яка серйозна та незвична математика криється за цим.

Говорячи спрощено, *фрактали* — це все, що є поламаним та пористим, розгалуженим, пом'ятим та розірваним, причому залишається таким, як пильно ми б до цих об'єктів не придивлялися. Дерево складається з гілок та гілочок, хмара — з менших хмаринок, затоки — з бухт, і так багато разів, майже нескінченно. Беручи все більш та більш сильний бінокль, ми бачимо затоки між скелями, камінцями, піщинками. *Сутність фракталів полягає в їх самоподібності*: їхня геометрична структура залишається приблизно такою самою за будь-якого масштабу їх споглядання.

Введене до вжитку Бенуа Мандельбротом слово *фрактал* співзвучне з однокорінними англійськими словами *fracture* (тріщина, злом, розрив) та *fraction* (частина, дріб).

Розуміння того, що народилася нова наука, прийшло у 1982 році, після виходу друком нової книжки Б. Мандельброта, наукового есе «Фрактальна геометрія природи» [2]. З того часу почався бурхливий розвиток фрактальної геометрії. Фрактали виявляли практично в усіх природних явищах та процесах. Ідеї та досягнення нової геометрії знайшли різноманітні впровадження. Фрактальні моделі використовуються у медицині для ранньої діагностики ракових пухлин; у геології та ґрунтознавстві; у матеріалознавстві для вивчення процесів руйнування виробів; у ядерній фізиці та астрономії для вивчення елементарних частинок, розподілу галактик у Всесвіті, процесів на Сонці; в інформації для стиснення інформації та покращання трафіка у мережі Інтернет; для аналізу коливання ринкових цін в економіці; серцевого

ритму в кардіології; погоди в метеорології; у хімії; мистецтвознавстві... — перелік можна продовжувати нескінченно. Навіть кіноіндустрія не залишилась осторонь. Мільйони людей милувалися гірським ландшафтом у фільмі «Зоряне переселення II: гнів Хана», сконструйованого за допомогою фракталів.

Погляд на світ з погляду фрактальної геометрії дуже відрізняється від пропонованого геометрією «Евкліда», яка є вираженням та розвитком давньогрецької філософії. Античні греки, спостерігаючи життя навколо себе, заповнене, здавалось, би хаотичними, випадковими подіями, «спотворили» реальні (прості) форми та порядок, що приховані під покривалом повсякденного шуму. Вони хотіли звести природу до простих форм і їх інструментом була математика. Багато що з написаного древніми греками наповнене містичної спорідненості з математикою. Багато в чому наша потреба знайти структуру в природі є наслідком античності. Існує багато паралелей між тим підходом, який ґрунтується на пошуку спрощених (чистих) форм в основі повсякденного життя, і пошуками економістів циклічного порядку в шумі щоденних угод. Античні греки вірили у порядок чисел та його спорідненість з порядком універсуму. Вони працювали над тим, щоб інтегрувати числа в природу за допомогою системи законів природи.

Евклід зібрав воедино окремі закони, відкриті Піфагором, Аристотелем та іншими, і створив із них цілу систему. Його базова структура (аксіоми, теореми та доведення), що лягла в основу (елементарної) геометрії, широко використовується і в наш час.

Евклід звів природу до простих і симетричних об'єктів: точка, одновимірна лінія, двовимірна площа, тривимірне тіло. Серед тіл наявна низка суто симетричних форм, таких як сфери, конуси, циліндри тощо. Жоден із цих об'єктів не має у собі отворів та зовнішніх нерівностей. У кожного правильна гладка форма. Для греків симетрія та суцільність були ознаками досконалості. Тільки досконалість допускалась у природі.

Але реальна *природа відкидає симетрію*, разом з тим *вона не любить рівноваги* — ці у певному розумінні еквівалентні стани. Природні об'єкти огрублених форм не є різновидами простих евклідових структур. Як наслідок, створення комп'ютерних зображень гір за допомогою евклідової геометрії становить дуже важку задачу, яка вимагає досить складного й громіздкого програмного забезпечення та багаторазового звертання до датчика випадкових чисел. За допомогою ж фрактальної геометрії гору можна створити на екрані дисплея із застосуванням лише кількох повторно використовуваних правил.

Бенуа Мандельброта можна назвати Евклідом фрактальної геометрії. Він зібрав спостереження математиків, які вивчали «монстрів», тобто об'єкти, що не піддавались визначенню та осмисленню за допомогою інструментів евклідової геометрії. Узагальнення результатів цих математичних досліджень та його геній дозволили йому створити геометрію природи, яка досягла неабияких результатів у процесі опису асиметричності та нечітких форм. Мандельброт сказав: «гори — це не конуси, і хмари — не сфери».

Нездатність евклідової геометрії описувати природні об'єкти найкраще демонструє така властивість. В евклідовій геометрії чим більше ми наближаємо свій погляд до об'єкта, тим простішим він стає. Тривимірне тіло (із плоскими гранями) стає двовимірною площиною, потім одновимірною лінією, до тих пір, поки не стане точкою. З другого боку, у природного об'єкта з'являється для нас усе більше і більше деталей у процесі наближення погляду — на всьому шляху, аж до субатомного рівня. Така властивість притаманна фракталам: чим пильніше ми їх вивчаємо, тим більше деталей можемо побачити.

Так що ж таке фрактал? Усеосяжного, остаточного визначення фракталу не існує. Мандельброт [2] початково визначив фрактали, базуючись на топологічній розмірності. А саме, він говорив, що певна множина є фрактальною, якщо розмірність Хаусдорфа-Безиковича¹ (d_{HB}) цієї множини більша за її топологічну² розмірність (d_T), тобто, що має місце нерівність:

$$d_{HB} > d_T.$$

Згодом він відмовився від цього означення [2]. Надалі будемо дотримуватись такого (робочого) визначення: *фрактал — це певна самоспіввіднесеність, або самоподібність* [3].

Один з найбільш наочних природних фракталів — це дерево. Гілки дерева відповідають фрактальному скейлінгу (масштабуванню). Кожне відгалуження із власними гілками подібне до всього дерева в цілому в якісному розумінні.

Геометричним фракталам властива самоподібність у просторі, *фрактальним часовим рядам* притаманна статистична само-

¹ Детальніше питання обчислення розмірності Хаусдорфа-Безиковича будемо розглядати у п. 7.5.

² Зазвичай, говорячи про розмірність об'єкта, мають на увазі його *топологічну розмірність*. Формально вона визначена російськими математиками П. С. Александровим та П. С. Урисоном. Вона «не чутлива» до покрученості лінії, пошкарубленості поверхні тощо і дорівнює (-1) — для пустої множини, 0 — для точки, 1 — для лінії, 2 — для поверхні чи фігури, 3 — для тіла чи простору.

подібність щодо часу. Їх можна віднести до *стохастичних фракталів* і вони мають більше спільного з природними об'єктами, аніж чисті математичні фрактали, які ми розглянемо в наступному пункті. Надалі ми розглядатимемо в основному фрактальні часові ряди. Разом з тим геометричні фрактали є хорошим підґрунтям для інтуїтивного усвідомлення, оскільки для них «самоподібність» можна наочно відобразити. На їхньому фоні стають зрозумілішими фрактальні часові ряди. Для прикладу розглянемо часовий ряд ринкового прибутку. На рис 11.1 наведено денний, тижневий та місячний прибутки згідно зі статистикою фондового індексу S&P 500 для сорока послідовних спостережень. Чи можна визначити, який із графіків перед нами, не знаючи масштабів вимірювань уздовж осей координат? Власне, рис. 11.1 ілюструє самоподібність фрактального часового ряду.

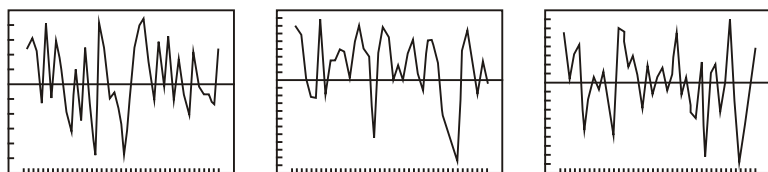


Рис. 11.1. Самоподібність прибутків індексу S&P 500:
денні, тижневі місячні прибутки

11.2. Класифікація фракталів

Досить часто різноманіття фракталів розбивають на *детерміновані* (алгебраїчні та геометричні) та *стохастичні* (недетерміновані).

Найбільша група фракталів — це алгебраїчні фрактали. Їх отримують за допомогою нелінійних (ітераційних) процесів, які інтерпретуються як дискретні динамічні системи у відповідних фазових просторах. Реалізуючи ітераційний процес і змінюючи алгоритм розфарбування областей притягування атракторів динамічної системи, отримуємо складні фрактальні картинки з незвичними багатобарвними візерунками.

Геометричні фрактали є найбільш наочними. У двовимірному просторі їх отримують за допомогою деякої ламаної (або по-

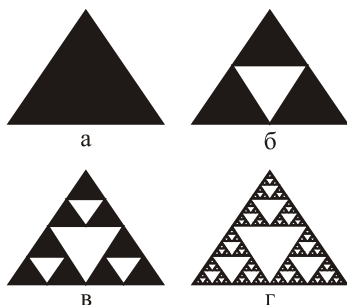
верхні у тривимірному просторі), яку називають *генератором* (або *породжуючим правилом*). За один крок алгоритму побудови фракталу кожен з відрізків ламаної замінюють на ламану-генератор у відповідному масштабі. Геометричний фрактал отримують у результаті нескінченного повторення цієї процедури.

Якщо в ітераційних процесах побудови фракталу випадково змінювати значення певних параметрів, то отримуємо *стохастичні фрактали*.

Геометричні та стохастичні фрактали покладені в основу аналізу часових рядів, а тому розглянемо їх детальніше.

Геометричні фрактали

Геометричні фрактали (їх називають також *конструктивними*, або *фрактальними формами*) можуть породжуватись різними способами. Найпростіший з них — задати породжуюче правило (генератор) і виконати послідовність ітерацій. На рис. 11.2 наведено кроки (ітерації) побудови так званого трикутника Серпінського. На початковому кроці (нульова ітерація рис. 11.2 а) розглядається суцільно зафарбований рівносторонній трикутник. На першому кроці (перша ітерація, рис. 11.2 б) відкидається рівносторонній трикутник, вершини якого лежать на серединах сторін початкового трикутника, — залишається три менших суцільних (зафарбованих) трикутники та пустий трикутник посередині. Далі відкидаються трикутники з малих суцільних (зафарбованих) трикутників, що залишилися (друга ітерація, рис. 11.2 в). Якщо ми будемо повторювати цей процес, то в результаті отримаємо структуру, наведену на рис. 11.2 г — трикутник, що має всередині нескінченну кількість зменшених трикутників.



11.2. Генерація трикутника Серпінського

Алгоритм (послідовність ітерацій):

(а) *нульова* ітерація: початок — суцільно зафарбований рівносторонній трикутник;

(б) *перша* ітерація: побудова утворюючого елемента (породжуючого правила);

(в) *друга* ітерація: заміна зафарбованих трикутників, отриманих у попередній ітерації, зменшеним у 4 рази утворюючим елементом;

(г) *n*-на ітерація ($n \sim 10^4$): отримано передфрактал — трикутники всередині трикутників.

Власне, отриману на рис. 11.2 б фігуру можна розглядати як утворюючий елемент у процесі побудови структури 11.2 г, оскільки для реалізації кожної наступної ітерації достатньо замінити суцільні (зафарбовані) трикутники зменшеним у відповідну кількість разів (у даному випадку у чотири рази, порівняно з попередньою ітерацією) утворюючим елементом.

Очевидно, що за умови збільшення будь-якої частини трикутника, зображеного на рис. 11.2 г, можна було б побачити у ній ще більше зменшених трикутників. Отже, нескінченна кількість трикутників міститься на скінченній площині, обмеженій початковим трикутником. Тобто за допомогою досить простого правила на скінченній площині утворена нескінченна складність. Цю особливу фрактальну форму називають *трикутником Серпінського*. Як побачимо далі, він використовується в аналізі часових рядів.

Проаналізуємо тепер трикутник Серпінського з позиції евклідової геометрії. Він не одновимірний, оскільки не є лінією. І не двовимірний, як суцільний трикутник (рис. 11.2 а), оскільки має отвори. Отже, його розмірність знаходиться між одиницею та двійкою. Як показують розрахунки (формулу для реалізації цих розрахунків буде наведено далі), розмірність трикутника Серпінського становить 1,58 — це *дробова, або фрактальна, розмірність*.

Фрактальні розмірності є *основними ідентифікаційними характеристиками фракталів*. Проникливу думку Мандельброта про те, що фрактальна розмірність реально існує, можна порівняти з винаходом числа «0» (нуль) середньовічними східними математиками, чи з винаходом від'ємних чисел ранньоіндійськими математиками. *Фрактальні розмірності — це об'єктивна реальність*. Не привертаючи раніше особливої уваги, тепер вони поглибили та розширили дескриптивні можливості математики.

Ми схильні до думки, що будь-який плоский об'єкт є двовимірним. З погляду евклідової геометрії це не завжди так, оскільки евклідова площина — це рівна поверхня без щілин та проломів. Аналогічно, ми схильні вважати, що будь-який об'єкт, що має «глибину», — тривимірний. І знову, з погляду евклідової геометрії, це завжди так, оскільки тривимірний об'єкт — це гладка суцільна форма. Математично він вирізняється властивостями своєї повної поверхні — у ній немає дірок та щілин. Отже, реальний об'єкт, з притаманною йому «глибиною» не обов'язково тривимірний.

Повернемось до розгляду часового ряду фондових цін, геометричним образом якого може слугувати зазубрена лінія. Вона не одновимірна, оскільки не є прямою. Але вона також і не двовимірна, оскільки не заповнює площину. Мовою розмірностей, вона більше ніж лінія, і менше, ніж площина. Її розмірність знаходиться між одиницею та двійкою. Наприклад, як стверджує Е. Петерс [3], крива статистики фондового індексу S&P 500 має розмірність 1.24.

Ще одним прикладом фрактальної форми може служити *сніжинка Коха*. Подібно до трикутника Серпінського, сніжинка Коха утворюється на основі адитивного правила. Цю процедуру показано на рис. 11.3. Вона починається з рівностороннього трикутника (рис. 11.3 а). На середній третині кожної зі сторін будується новий рівносторонній трикутник, утворюючи форму, наведену на рис. 11.3 б. Повторюючи попередній крок, отримуємо «сніжинку», наведену на рис. 11.3 в.

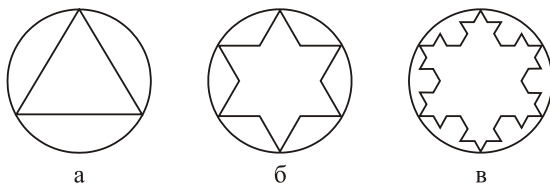


Рис. 11.3. Генерація сніжинки Коха

Алгоритм (послідовність ітерацій):

- а) *нульова ітерація*: початок — рівносторонній трикутник;
- б) *перша ітерація* — додавання рівностороннього трикутника на середній третині кожної зі сторін;
- в) *друга ітерація* — продовження додавання трикутників.

Власне, утворюючий елемент у процесі побудови сніжинки — це ламана AKLMВ на рис. 11.3 б (перша ітерація у процесі побудови даної структури), утворена з чотирьох прямолінійних ланок

довжиною $AB/3$. Для реалізації наступної ітерації кожен прямо-лінійну ланку фігури 11.3 б замінюють на зменшений у три рази утворюючий елемент.

Очевидно, що периметр «сніжинки» (передфракталу) зі зростанням номера ітерації (тобто, у процесі додавання трикутників) постійно збільшується і може сягати (як показують розрахунки) нескінченної величини. У той час, як коло, в яке вписаний початковий трикутник, обмежує скінченну площу. Тобто, ми отримуємо лінію нескінченної довжини всередині обмеженої площини. І чим ближче ми розглядатимемо профіль цієї «сніжинки», тим більше побачимо її деталей. Більше того, стануть видимими зменшені версії більшої форми.

Отже, шляхом простого ітеративного правила ми знову утворили об'єкт нескінченної складності всередині скінченного простору.

Ці два приклади — трикутник Серпінського та сніжинка Коха — симетричні фрактали. Вони детерміновані, оскільки утворені детермінованими правилами. Але природні (реальні) об'єкти (такі як хмари, гори, берегова лінія моря, поверхня матеріалу тощо) ніколи не бувають симетричними. А тому зазначені фрактальні форми не можна розглядати як відображення природних форм чи ринків капіталу, але вони ілюструють деякі важливі характеристики фракталів. Вони є об'єктами, створеними на основі простих ітераційних правил, генеруючи самоподібні форми з фрактальними розмірностями. Більш реалістичними є стохастичні (випадкові) фрактали.

Стохастичні фрактали

Хорошим прикладом *стохастичних фракталів* служать *берегові лінії (моря)*. З літака на великій висоті берегова лінія виглядає гладкою кривою. У разі зменшення висоти польоту починає проявлятися зазубреність берегової лінії, і, нарешті найближчий розгляд дозволяє побачити кожен найдрібніший виступ. Суто візуально берегові лінії можна порівняти із зазубреними лініями цінкових змін, чи прибутків на фондовому ринку.

Стохастичні (випадкові) фрактали — це комбінація породжуючих правил, вибраних навмання у різних масштабах. Як приклад стохастичного фракталу, можна навести структуру легенів ссавців. Кожна з легенів має головний стовбур, трахею, яка, у свою чергу, має два перших відгалуження. Ці гілки мають ще більше своїх відгалужень. Діаметри цих відгалужень зменшуються

у середньому згідно з показниковим законом. Проте кожна з легенів — це симетричний фрактал, подібно до сніжинки Коха. Кожний з ієрархічних рівнів судин легенів має у середньому зменшений діаметр, але окремі гілки можуть дещо відрізнитися в розмірах. Скейлінг кожного нового рівня ієрархії не має певного характеристичного масштабного коефіцієнта. Це — природне «правило», яке є причиною множинного скейлінгу, пов'язаного з адитивним процесом даної системи. Якщо діаметр однієї частини ієрархічного рівня відгалуження зменшується, то це компенсується іншою частиною цього рівня. Природна селекція працює на користь випадкового фрактального скейлінгу, хоча й вона також випадкова. Така комбінація випадковості та детермінованості породжуючи правило, або «причинність», може виявитись корисною в аналізі ринків капіталу.

11.3. Гра хаосу

Математичний апарат для породження фрактальних форм розробив Майкл Барнслі. Він назвав його *ітеративною функціональною системою* (*Iterated Function Systems* — IFS). В одній з підмножин IFS фрактали породжуються детермінованим правилом, яке виконується випадково. Як наслідок, виникає щось таке, що важко піддається нашій уяві. М. Барнслі назвав свій алгоритм *гра хаосу*.

Одну із форм гри хаосу показано на рис 11.5. Починається гра з трьох рівновіддалених точок (рис. 11.5 а). Помітимо точку *A* як (1; 2), точку *B* як (3; 4) і точку *C* як (5; 6). Це гральна дошка. Виберемо тепер довільну точку всередині трикутника *ABC* (рис. 11.5 а).

Щоб зіграти гру, кидаємо гральний кубик і просуваємося на половину шляху до точки, номер якої випав. Наприклад, якщо випало 5, пройдемо половину відрізка до точки *C* (5; 6) і нанесемо нову точку, як це зображено на рис. 11.5 б. Повторивши ці дії 10 000 разів (використовуючи комп'ютер), отримаємо результат, наведений на рис. 11.5 в. Цей результат нам уже знайомий — це трикутник Серпінського, незважаючи на те, що точки отримані зовсім іншим шляхом. Як же це могло статися?

М. Барнслі стверджує, що трикутник Серпінського є границею даної IFS. Він є атрактором системи.

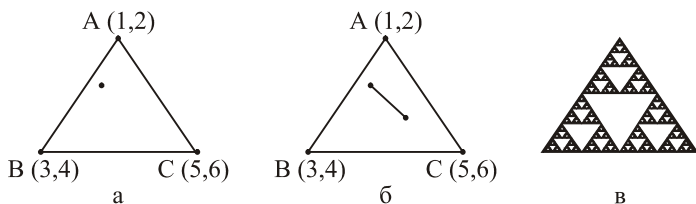


Рис. 11.5. Гра хаосу: а) початок; б) 1-а ітерація;
в) трикутник Серпінського, отримуваний після 10 000 ітерацій

Проаналізуємо, як здійснюється ця гра хаосу. Інформація, що видається гральним кубиком (за умови, що він симетричний і центр його ваги не зміщений), випадкова. Система не знає, куди вона буде рухатися до моменту, коли випадає наступна випадкова цифра, а тому передбачити напрям руху неможливо. Але отримавши інформацію, процес регулюється внутрішнім детермінованим правилом. Як результат, отримуємо цілий діапазон можливостей і при цьому кількість цих можливостей нескінченна. Отримана структура — нескінченні можливості всередині скінченного діапазону — це атрактор (границя) множини, що задається відповідною IFS.

Зауважимо, що цей атрактор не випадковий, не зважаючи на нескінченну кількість можливих варіантів його отримання. Кожна точка всередині трикутника з'являється по-різному і місце її знаходження залежить від розміщення попередньої точки. Насправді ж місцезнаходження кожної точки залежить від розміщення усіх попередніх точок, не зважаючи на те, що інформація, використовувана IFS, генерується як випадкова.

Як побачимо в подальших викладках, комбінація випадкових подій та залежності є характеристикою фрактальних часових рядів.

Отже, підсумовуючи сказане, можна дещо уточнити дане нами означення фракталу:

фрактал — це атрактор (границя множини) породжуючого правила (інформаційного процесора). Це — певна самоподібність, у якій менші частини співвідносяться з цілим. Він має фрактальну (дробову) розмірність.

Як бачимо, це означення є більш складним порівняно з наведеним раніше. Проте не існує абсолютно точного означення фракталу. Можливо, згодом таке означення хтось і запропонує, але такого може і не статися, оскільки фрактальна геометрія — це

геометрія природи, тобто дефініцію фракталу неможливо встановити, як і дефініцію природи.

11.4. Фрактальна розмірність

Нездатність евклідової геометрії описати більшість об'єктів природи обмежує наші можливості щодо встановлення принципів їх виникнення. Це ж стосується й часових рядів, оскільки кількість чинників, що впливають на процеси їх становлення, дуже велика.

Фрактальна ж розмірність описує, як об'єкт (чи часовий ряд) заповнює свій простір, вона — продукт усіх чинників, що впливають на систему, і які, власне, породжують цей об'єкт (чи часовий ряд).

Зазначимо, що *часовий ряд* буде *випадковим* лише у разі, коли він стає наслідком великої кількості рівномірних подій. У термінах статистики — він має велику кількість степенів вільності. *Невипадковий часовий ряд* відображає не випадкове походження впливів. Стрибки даних відповідають стрибкам чинників впливу, відображаючи притаманну їм кореляцію. Іншими словами, *часовий ряд є фракталом*.

Зазвичай ми розміщуємо об'єкт у просторі, розмірність якого більша за фрактальну розмірність цього об'єкта. Розмірність цього простору називають *розмірністю вкладення* або *топологічною розмірністю*. Коли природні об'єкти мають розмірність між двома й трьома, ми схильні розглядати їх як тривимірні. Прикладами таких об'єктів слугують гори й хмари.

Зазвичай ми розглядаємо берегову лінію як двовимірну, у той час як насправді її вимірність менша. Часовий ряд належить до цієї ж категорії об'єктів. Тільки випадковий часовий ряд, який суцільно покриває площину, є насправді двовимірним.

Однією із властивостей фрактальних об'єктів є те, що вони зберігають свою розмірність й у разі розміщення їх у просторі, розмірність якого вища за фрактальну розмірність. Такому природному об'єкту, як білий шум, ця характеристика не властива. Білий шум заповнює свій простір подібно до газу. Якщо певний обсяг газу помістити у контейнер більшого об'єму, то газ просто розтечеться у більшому просторі, оскільки молекули газу ніщо не

зв'язує між собою. З другого боку, тверде тіло має молекули, тісно зчеплені між собою. Аналогічно до цього у фрактальному часовому ряді положення точок визначаються кореляціями. Так, наприклад, у фракталах, подібних до трикутника Серпінського, кожна точка корелює з точкою, нанесеною до неї.

У разі випадкового ряду кореляція між точками відсутня. Ніщо не утримує точки у тому ж сусідстві і вони повністю заповнюють відповідний їм простір.

Фрактальна розмірність ідентифікується конфігурацією, отримуваною внаслідок заповнення простору об'єктом, або часовим рядом. Зазначимо, що фрактальний об'єкт заповнює простір нерівномірно, оскільки його частини залежні, або корельовані між собою. Щоб установити фрактальну розмірність, потрібно виявити, як об'єкт групується в єдине ціле у своєму просторі.

Існує багато способів розрахунку розмірності, але усі вони ґрунтуються на підрахунку об'єму, площі чи довжини фрактальної форми і того, як вона змінюється зі зміною масштабу.

Як приклад, розглянемо берегові лінії (важливість для нас цього прикладу підкреслюється можливістю проведення паралелі між береговими лініями та часовими рядами). Б. Мандельброт висунув [2] постулат стосовно неможливості вимірювання реальної довжини берегової лінії, оскільки вимірювана довжина залежить від довжини «лінійки», що використовується для цього. Тобто, *довжина як міра не придатна для порівняння берегових ліній*. Замість довжини Б. Мандельброт запропонував використовувати фрактальну розмірність. Берегові лінії являють собою зазубрені криві, а тому їх фрактальна розмірність більша одиниці (тобто, їх евклідової розмірності). Те, наскільки вона більша одиниці, залежить від ступеня зазубреності: чим вона (ступінь зазубреності) більша, тим ближча розмірність берегової лінії до двох — розмірності площини.

Власне, *фрактальна розмірність розраховується шляхом вимірювання цієї властивості зазубреності*. Це можна реалізувати таким чином. Вибирається фрагмент берегової лінії і підраховується мінімальна кількість кругів певного радіуса, потрібних для покриття цього фрагмента. Радіус цих кругів збільшують (зменшують) і знову підраховується їх (мінімальна) кількість. Продовжуючи цю процедуру, можна показати, що кількість кругів та їх радіус пов'язані такою показниковою залежністю:

$$N(r) \approx \frac{1}{(2r)^d}, \quad (11.1)$$

де $N(r)$ — кількість кругів; r — радіус круга, d — фрактальна розмірність¹.

Логарифмуючи (11.1), отримуємо, що

$$d \approx \frac{\ln N(r)}{\ln(1/2r)},$$

або ж (при $r \rightarrow 0$)

$$d = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln N(r)}{\ln(1/2r)}.$$

Якщо скористатися триадною кривою Коха (рис. 11.4) як моделлю берегової лінії, то покладаючи для спрощення викладок $AB=1$, отримуємо, що у разі $n=1$ нам потрібно чотири ($N(r)=4$) круги діаметром $\sigma_1 = 2r_1 = 1/3$ для покриття ламаної $AKLMN$ (рис. 11.6).

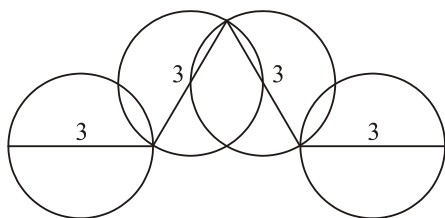


Рис. 11.6. Геометрична ілюстрація процесу обчислення фрактальної розмірності

Очевидно, що на k -й ітерації ($n=k$) діаметр $\sigma_k = 2r_k = 1/(3)^k$, кількість кругів $N(r_k) = 4^k$, тобто при $k \rightarrow \infty$ радіус $r_k \rightarrow 0$ і тоді

$$d = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln 4^k}{\ln(1/(1/3)^k)} = \frac{\ln 4}{\ln 3} \approx 1,26.$$

Реальні берегові лінії облаштовані аналогічно. Берегова лінія Норвегії, наприклад, має фрактальну розмірність, рівну 1,52, у той час як берег Англії — 1,30. Це означає, що берегова лінія Норвегії більш порізана, ніж в Англії, а тому її розмірність більш близька до 2.

Такий же підхід можна використовувати для порівняння акцій — шляхом обчислення та порівняння їх фрактальних розмірностей. За-

¹ Фрактальну розмірність називають також розмірністю Хаусдорфа-Безиковича.

звичай порівнюються оцінки ступеня ризику різних акцій, які будуються як оцінки волатильності (змінюваності) їх норм прибутку. Така концепція була вперше запропонована лауреатом нобелівської премії Г. Марковіцем [7]; вона ґрунтується на тому, що чим більша волатильність акції, тим вищий ступінь її ризикованості. Оцінкою волатильності в моделі Марковіца слугує така величина, як стандартне (середньоквадратичне) відхилення норми прибутку.

Значення стандартного відхилення залежить від відстаней, які віддаляють спостереження від середнього (середньозваженого) значення, а також імовірностей настання відповідних подій. Чим більші ці відстані, тим більша волатильність (розсіювання). Більша волатильність указує на те, що існує велика ймовірність великих коливань норми прибутку цінного папера. Тобто такому цінному паперу властивий високий рівень ризику.

Але аналітики часто не враховують той факт, що *стандартне (середньоквадратичне) відхилення як оцінка розсіювання є адекватною лише для випадкових систем*. Якщо спостереження корельовані (або мають серійну кореляцію), то користь стандартного відхилення як оцінки ступеня розсіювання суттєво знижується. Більше того, як показують результати досліджень багатьох авторів [3], розподіл норм прибутку цінних паперів не описується нормальним законом, а тому *використання стандартного відхилення як оцінки ступеня ризику цінних паперів є проблематичним*.

Розглянемо для прикладу два гіпотетичних цінних папери з нормами прибутку відповідно R^1 та R^2 , реалізації яких наведено у табл. 11.1.

Таблиця 11.1

**СТАНДАРТНЕ ВІДХИЛЕННЯ
ПОРІВНЯНО ІЗ ФРАКТАЛЬНОЮ РОЗМІРНІСТЮ**

Номер спостереження	$R^1(\%)$	$R^2(\%)$
1	+ 2	+ 1
2	– 1	+ 2
3	– 2	+ 3
4	+ 2	+ 4
5	– 1	+ 5
6	+ 2	+ 6
Накопичена прибутковість (%)	+ 1,93	+ 22,83
Стандартне відхилення	1,70	1,71
Фрактальна розмірність	1,41	1,13

Очевидно, що послідовність реалізацій R^2 має чітко виражений тренд і не підкоряється нормальному закону розподілу, а для послідовності R^1 тренд відсутній. Цінний папір з нормою прибутку R^1 має накопичену прибутковість¹ 1,93 %, з нормою прибутку R^2 — 22,83, у той час як їх стандартні відхилення майже рівні: для першого — 1,70 %, для другого — 1,71 %.

Як бачимо, два цінних папери з фактично однаковими оцінками волатильності мають абсолютно відмінні характеристики прибутковості. Тобто використання стандартного відхилення для порівняння ризикованості цінних паперів у разі, коли їх норми прибутку не підкоряються нормальному закону, є некоректним — так само, як некоректним є використання довжини для порівняння берегових ліній. Фрактальна розмірність послідовності R^1 становить 1,41, послідовності R^2 — 1,13. Послідовність R^1 явно більш «зазубрена», ніж R^2 , і її фрактальна розмірність якісно та кількісно відмінна.

Отже, роблячи підсумки, можна констатувати, що два цінних папери з однаковою оцінкою волатильності можуть мати суттєво відмінні моделі прибутковості. Одному з них властива «хитка» (майже випадкова) поведінка, другому — стійкий тренд. У свою чергу, оцінка волатильності — не зовсім придатна оцінка ступеня ризику цих двох цінних паперів і підлягає суттєвому коригуванню. Фрактальні ж розмірності цінних паперів є підґрунтям для формування нового бачення цієї проблеми.

11.5. Метод нормованого розмаху (R/S-аналіз)

Гіпотеза ефективного ринку, яка і в наш час є базовою концепцією економіко-математичного моделювання, стверджує, що оскільки поточні ціни відображають усю наявну в розпорядженні або відкриту інформацію, майбутні цінові зміни можуть визначатись тільки новою інформацією. Оскільки уся попередня інформація уже знайшла своє відображення в цінах, ринкам притаман-

¹ Накопичена прибутковість $((\tilde{R}^i))$ обчислюється як мультиплікативна оцінка щодо

її реалізацій $\tilde{R}_1^i, \dots, \tilde{R}_n^i$ за формулою: $\tilde{R}^i = \prod_{k=1}^n (1 + R_k^i) - 1$.

не випадкове блукання. Сьогоденний рух ціни не має ніякого відношення до подій попередніх днів. Підґрунтям гіпотези ефективного ринку є те, що інвестори негайно реагують на нову інформацію і, таким чином, майбутнє не пов'язане з минулим чи сьогоденням. Це припущення було введено для того, щоб для аналізу ринку капіталу використовувати центральну граничну теорему (теорії ймовірностей). Ця теорема потрібна для виправдання правомірності використання ймовірнісних методів та лінійних моделей.

Як же насправді люди приймають рішення? Одні з них реагують на інформацію зразу після її отримання, але більшість людей очікує підтвердження і не приймає ніяких рішень до того часу, поки тренд явно стабілізується. Для підтвердження реального тренду потрібна певна кількість підтверджуючої інформації, але нерівномірне її сприйняття може спричинити *зміщені випадкові блукання*. Такі часові ряди вивчалися Херстом¹ у 40-х роках XX століття та Мандельбротом у 60—70-х роках XX століття. Мандельброт назвав їх *узагальненим броунівським рухом*. Ми ж будемо дотримуватись їх сучасного трактування — *фрактальні часові ряди*.

Зазвичай припущення, якого дотримуються у процесі побудови моделей складних систем з багатьма ступенями вільності, полягає в тому, що випадкові блукання притаманні некерованій частині системи. Херст, перевіряючи це припущення на прикладі такої складної системи, як екологія басейну річки Ніл, виявив, що для більшості природних систем це припущення не справджується.

Цього висновку Херст дійшов, вимірюючи коливання рівня води у водосховищах, що знаходяться у басейні річки Ніл, відносно середнього рівня з плином часу. Очікувалося, що діапазон таких флуктуацій буде змінюватись залежно від проміжку часу вимірювання. Відомо, що у разі випадкового часового ряду його розмах змінюється пропорційно до кореня квадратного з часу (так зване правило « $T^{1/2}$ »). Як виявилось, для більшості природних явищ (наприклад, стокам ріки, температурі, опадом, сонячним плямам тощо) притаманне «зміщене випадкове блукання» — *тренд із шумом*. Це явище притаманне й часовим рядам в економіці.

Дослідження Херста започаткували появу нової статистичної техніки (надалі — *статистики Херста*), в основу якої покладено

¹ Гарольд Едвін Херст (1880—1978) — англійський фізик, гідролог. Займався проблемою резервування запасів води у басейні річки Ніл та контролю їх рівня. Прожив у регіоні Нілу майже 40 років, заслужив величання Абу Ніл (батько Нілу).

аналіз так званого показника Херста. Цей показник фігурує у співвідношенні

$$R(t;T)/S(t;T) = (\alpha \cdot T)^H, \quad (11.2)$$

де $R(t;T)/S(t;T)$ — нормований розмах; t — початок відліку (точка відправлення); T — кількість спостережень (зміщення або сповільнення); α — константа; H — показник Херста (величина його не залежить від t , тобто залишається незмінною з плином часу).

Для обчислення нормованого розмаху знаходять:

а) величину $R(t;T)$ — розмах відхилення величин $x_{\tau,T}$

$$R(t;T) = \max_{t \leq \tau \leq t+T} x_{\tau,T} - \min_{t \leq \tau \leq t+T} x_{\tau,T}, \quad (11.3)$$

де $x_{\tau,T}$ — накопичене відхилення за τ періодів, яке обчислюється за формулою

$$x_{\tau,T} = \sum_{k=t}^{\tau} (x_k - \bar{x}_T), \quad \tau = t, \dots, t+T, \quad (11.4)$$

x_k — реалізація часового ряду в k -й період, $\bar{x}_T$ — середнє значення спостережень за T періодів ($\bar{x}_T = \frac{1}{T} \sum_{k=t}^{t+T} x_k$);

б) величину $S(t;T)$ — стандартне (середньоквадратичне) відхилення¹

$$S(t;T) = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{k=t}^{t+T} (x_k - \bar{x}_T)^2}. \quad (11.5)$$

Зазначимо, що використання у лівій частині співвідношення (11.2) нормованого розмаху дозволяє завдяки безрозмірності цієї величини порівнювати між собою різні типи динамічних рядів, а також здійснювати їх калібрування. Такий спосіб аналізу отримав назву *методу нормованого розмаху* (або *R/S-аналіз*).

Широке використання показника Херста для аналізу часових рядів спричинене такою його властивістю, як *стійкість*. Він базується на мінімальних припущеннях щодо системи, яка аналізується, і дозволяє класифікувати часові ряди.

Установлено, що у разі випадкових блукань показник $H = 0,5$, тобто нормований розмах накопичених відхилень збільшується

¹ У багатьох наукових джерелах величину стандартного відхилення позначають літерою « σ », але з урахуванням поширеної назви методу як «R/S-аналіз», тут перевага надана позначенню стандартного відхилення через « S ».

пропорційно до квадратичного кореня з часу T . Коли ж Херст скористався своєю статистикою щодо записів стоків Нілу, то отримав, що $H = 0,9$! Він досліджував й інші ріки і зазвичай отримував $H > 0,50$. На що ж це вказує?

Коли H відмінне від $0,50$, то це означає, що спостереження не є незалежними. Кожне спостереження несе інформацію про попередні події. Ця пам'ять не короткочасна, яку часто називають «марківською». Це інша пам'ять — довготривала, теоретично вона зберігається назавжди. Зрозуміло, що недавні події мають більший вплив, ніж давніші, але залишковий вплив цих (віддалених) подій завжди відчутний. У довготривалому масштабі система, що дає статистику Херста, є результатом довгого потоку взаємопов'язаних подій. Те, що відбувається сьогодні, впливає на майбутнє. Наш сьогоднішній стан визначається нашим попереднім станом. Виявилося, що час — важливий чинник. Подібно до того, як потік тягне за собою гальку, сьогоденні події спрямовані у майбутнє. Сила цього потоку постійно слабшає — до того часу, поки усі його цілі та наміри не знівельюються.

Включення «стріли часу» неможливе у стандартній економетрії, в основі якої лежить припущення, що ряди спостережень інваріантні відносно часу. У супротив цьому ми бачимо, що час — ітеративний процес, подібний до гри хаосу. Вплив дійсності на майбутнє можна відобразити за допомогою такого співвідношення [3]:

$$C = 2^{2H-1} - 1, \quad (11.6)$$

де C — міра кореляції; H — показник Херста.

Принадно зазначимо, що кореляційну міру (11.6) не можна використовувати в усіх без винятку випадках. Ця міра не має відношення до автокореляційної функції. Це пов'язано з тим, що автокореляційна функція добре «працює» у разі короткотермінових залежностей, але не дає адекватних результатів стосовно процесів з довготривалою пам'яттю.

Класифікацію часових рядів можна здійснити згідно з належністю показника Херста одному з таких трьох діапазонів:

1) $H = 0,5$. Значення H , рівне (близьке) $0,5$ указує на наявність випадкового часового ряду, тобто на події випадкові та некорельовані. У цьому разі права частина співвідношення (11.6) стає рівною нулю, тобто сьогодення не впливає на майбутнє. Принадно зауважимо, що особливістю R/S -аналізу є те, що він дозволяє ідентифікувати випадкові ряди незалежно від виду розподілу, який відповідає ряду (нормальний розподіл, рівномірний тощо).

2) $0 \leq H < 0,5$. Цей діапазон значень показника Херста відповідає *антиперсистентним*¹ (або *ергодичним*) часовим рядам. Системами, які генерують такі ряди, притаманна властивість, відома як «повернення до середнього». Якщо така система демонструє зростання у попередньому періоді, то, скоріше за все, у наступному періоді почнеться спад. І навпаки, якщо відбувалося пониження, то висока ймовірність близького піднесення. Наголосимо, що стійкість такої антиперсистентної поведінки залежить від того, наскільки близький коефіцієнт H до нуля. При цьому, чим ближче значення H до нуля, тим ближча величина C у співвідношенні (11.6) до « $-0,5$ ». Тобто реалізаціям часового ряду властива від'ємна кореляція і він є більш мінливим (волатильним), ніж випадковий ряд, оскільки складений із частих реверсів «спад—піднесення».

Лінія — геометричний образ антиперсистентного ряду — має більше розривів, ніж у разі випадкових блукань. У свою чергу, антиперсистентне значення H характеризує систему, якій притаманні частіші, ніж випадкові, зміни.

Зазначимо, що незважаючи на велике поширення концепції повернення до середнього в економічній та фінансовій літературі, на даний час наведено мало реальних прикладів, де фігурують антиперсистентні часові ряди.

3) $0,5 < H \leq 1$. У разі потрапляння значень коефіцієнта Херста у цей діапазон, говорять про наявність *персистентного*¹, або *трендо-стійкого* часового ряду. Це вказує на те, що за наявності зростання (спадання) ряду у попередній період велика ймовірність збереження незмінною цієї тенденції впродовж певного часу в майбутньому. Тренди очевидні. *Трендо-стійка поведінка* (або *сила персистентності*) збільшується з наближенням H до одиниці, або 100 % кореляції у співвідношенні (11.6). З другого боку, чим ближче H до 0,5, тим більш зашумлений часовий ряд і тим менше виражений його тренд. *Персистентний часовий ряд — це узагальнений броунівський рух* (або *зміщені блукання*).

Зазначимо, що персистентні часові ряди складають найцікавіший у прикладному аспекті клас, оскільки вони часто-густо є результатами спостережень за природними явищами (власне, це відкриття належить Херсту) і, що є дуже важливим, властиві ринкам капіталів.

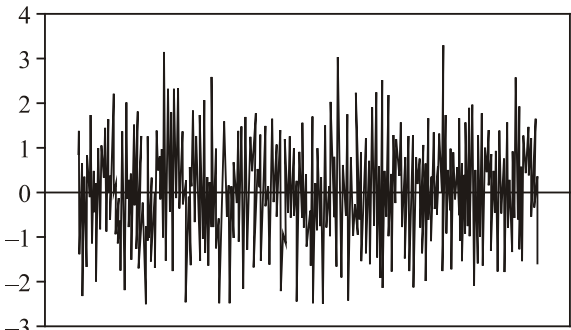
Виникнення персистентних часових рядів, генерованих структурою ринку капіталів (тобто появу в них ефекту «пам'яті», власне

¹ Антиперсистентність у науковій літературі називають також «рожевим шумом» або « $1/f$ -шумом».

¹ Персистентність у науковій літературі називають також «чорним шумом».

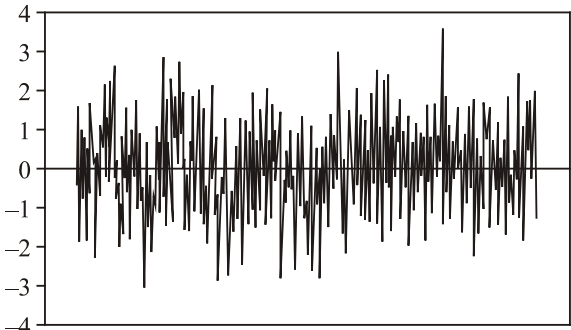
— виникнення статистики Херста), пов’язують з поведінкою реальних інвесторів. А саме інвестори, які реагують на поточний економічний стан, породжують зміщення у часі щодо прийняття рішення. Тривалість зміщення визначається моментом появи нової випадкової інформації. Ця (нова) інформація може змінити зміщення або за величиною, або за напрямком, або ж і перше, і друге.

На рис. 11.7 а наведено імітаційний ряд, що апроксимує узагальнений броунівський рух за умови $H = 0,52$, на рис. 11.7 б — за умови $H = 0,72$, , на рис. 11.7 в — за умови $H = 0,90$. Як свідчать наведені рисунки, зі збільшенням H ряд стає менш зашумленим і має більше послідовних приростів з однаковим знаком (тобто дедалі більше додатних приростів слідує за додатними, від’ємних — за від’ємними). Зауважимо також, що кореляція щодо знаків приростів такого ряду збільшується.



(а)

Рис. 11.7 а. Фрактальний шум: спостереження, $H = 0,50$



(б)

Рис. 11.7 б. Фрактальний шум: спостереження, $H = 0,72$

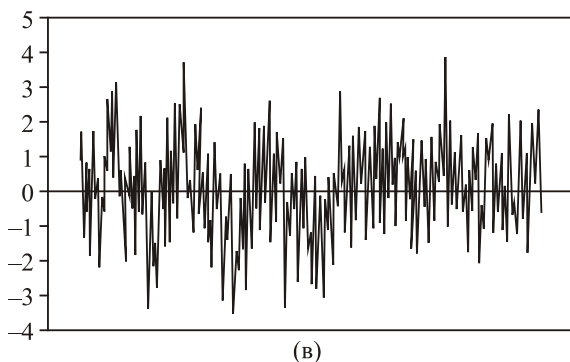


Рис. 11.7 в. Фрактальний шум: спостереження, $H = 0,90$

На рис. 11.8 а, б, в ті самі дані наведено у вигляді накопиченого часового ряду. Знову зі збільшенням H крива, утворена накопиченими значеннями, стає плавнішою та менш зазубреною, хоча при цьому збільшується розмах накопичених величин. Отримані криві менш зашумлені і «тренди» (або відхилення від середнього) більш виражені. При цьому показник Херста H є мірою зазубреності часового ряду. Зрозуміло, що абсолютно детермінована система має породжувати гладку криву.

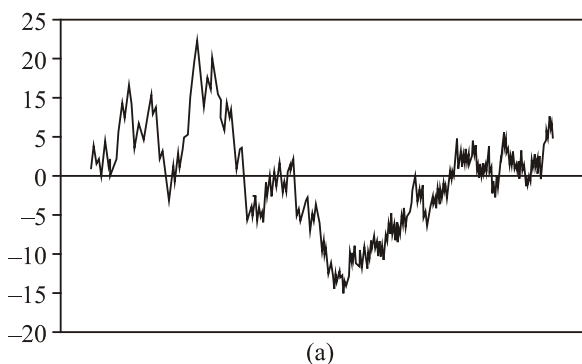


Рис. 11.8 а. Фрактальний шум:
накопичені спостереження, $H = 0,50$

Оскільки персистентний часовий ряд ($0,5 < H \leq 1$) можна описати як узагальнений броунівський рух, то він є фракталом. Він начебто відокремлює ряд суто випадковий від породженого детермінованою системою, збуреною випадковими подіями.

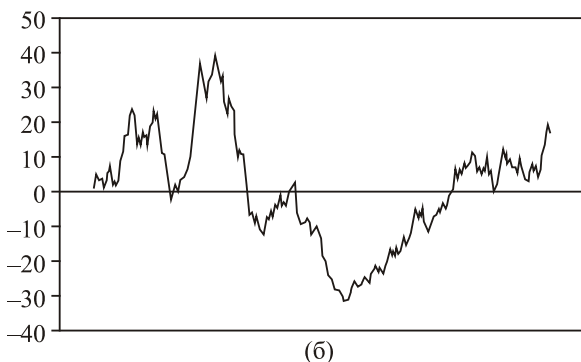


Рис. 11.8 б. Фрактальний шум: накопичені спостереження, $H = 0,72$

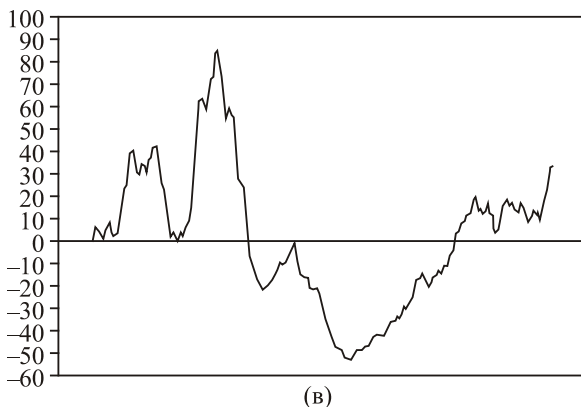


Рис. 11.8 в. Фрактальний шум: накопичені спостереження, $H = 0,90$

11.6. Оцінка показника Херста

Прологарифмуємо співвідношення (11.2):

$$\lg(R(t;T)/S(t;T)) = H \cdot (\lg T + \lg \alpha). \quad (11.7)$$

Ліва частина (11.7) лінійно залежить від $\lg T$, а тому H (показник Херста) — це тангенс кута нахилу отриманої прямої до осі абсцис (у системі координат « $\lg R/S - \lg T$ »). Можна очікувати, що для досить великих значень T (великої кількості спостере-

жень, що сукупно аналізуються) послідовність отримуваних оцінок величини H у процесі збільшення T буде наближатись до 0,5 ($0,5 = \text{tg}45^\circ$). Це пов'язано з тим, що ефект пам'яті поступово зменшується (розсіюється) до такого рівня, коли він стає непомітним. Тобто, у разі довгого ряду спостережень можна очікувати, що його властивості перестануть відрізнятися від властивостей звичайного броунівського руху (простого випадкового блукання).

На рис. 11.9 демонструється залежність (11.7) у разі $H = 0,5$. Указана залежність побудована на основі даних, відображених на рис. 11.7 а. Вони отримані за допомогою генератора псевдовипадкових чисел з гаусовим виходом і забезпечують $H = 0,55$. Ця оцінка дещо вища, ніж очікувалося, але вказані псевдовипадкові числа згенеровані детермінованим алгоритмом, що, власне, й може бути причиною зміщення.

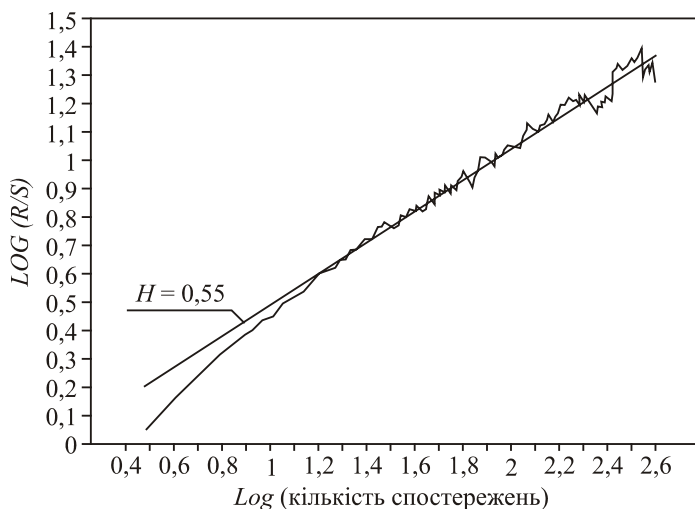


Рис. 11.9. R/S -аналіз: випадкові гаусові числа.
Фактичне значення $H = 0,5$, оцінка $H = 0,55$

Зауважимо, що R/S -аналіз — це виключно стійкий метод. Якщо встановлено, що $H = 0,5$, то це означає лише, що досліджуваному часовому ряду притаманна коротка пам'ять, тобто його члени незалежні.

На рис. 11.10 наведено аналогічну криву для $H = 0,72$ — значення, що часто спостерігаються у природних процесах. Ці дані (вони представлені на рис. 11.7 б) отримані шляхом апроксимації¹

¹ Детально алгоритм отримування даних описано у [2] у «Додатку 3».

узагальненого броунівського руху з урахуванням пам'яті щодо 200 спостережень. Аналогічна крива, але для $H = 0,90$, побудована на рис. 11.11. Оцінене значення у цьому разі виявилося дещо меншим, але в допустимих межах.

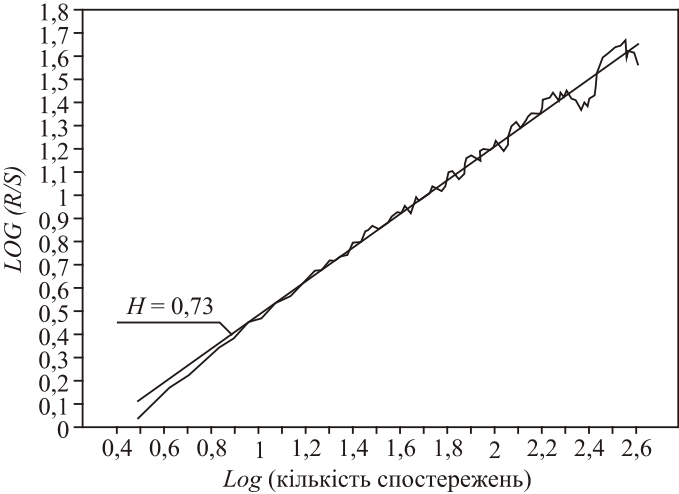


Рис. 11.10. R/S -аналіз: фрактальний броунівський рух.
Фактичне $H = 0,72$, оцінене — $H = 0,73$

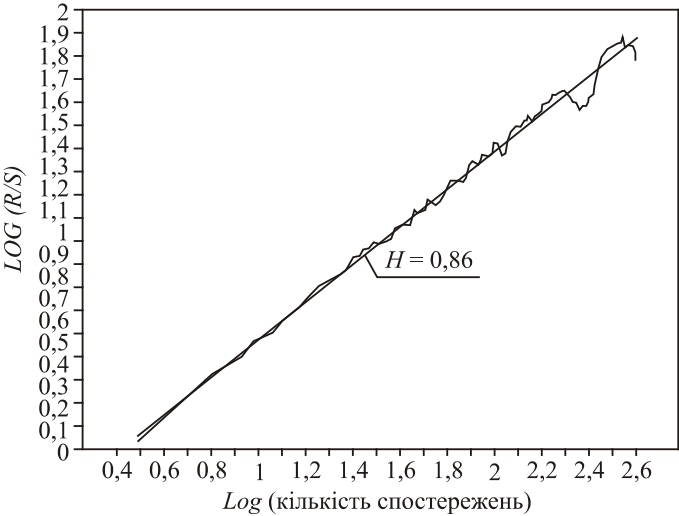


Рис. 11.11. R/S -аналіз: фрактальний броунівський рух.
Фактичне $H = 0,90$, оцінене — $H = 0,86$

Зауважимо, що дані, використані для побудови ламаних, наведених на рис. 11.7 (а, б, в) та 11.8 (а, б, в) імітують цикл із 200 спостережень. У разі перевищення $T = 200$ ($\lg 200 \approx 2,3$) R/S -спостереження (наведені на рис. 11.9, 11.10, 11.11) стають нестійкими (випадковими). Власне, ця властивість R/S -аналізу дозволяє встановити середню протяжність циклу системи. У термінах нелінійної динаміки середня протяжність циклу визначається як проміжок часу, із завершенням якого зникає вплив (втрачається пам'ять) реалізацій часового ряду, отримуваних до початку такої проміжку, на дані, отримувані після його завершення.

Для оцінювання величини H можна скористатись *емпіричним законом Херста*:

$$H = \frac{\lg(Rt;T)/S(t;T))}{\lg(T/2)}. \quad (11.8)$$

У формулі (11.8) константа α , що фігурує у формулі (11.2), покладається рівною 0,5. Як показав Федер [16], емпіричний закон Херста має тенденцію до перевищення реального значення H у разі, коли воно більше за 0,70, та, навпаки, занижувати його, якщо $H \leq 0,40$. Хоча для коротких часових рядів використовувати емпіричний закон можна як розумне наближення.

Зазначимо також, що оцінивши значення показника Херста, можна визначити фрактальну розмірність (d) часового ряду, скориставшись формулою:

$$d = 2 - H. \quad (11.9)$$

Дослідження на обґрунтованість оцінки H .

Якщо оцінка величини H отримана, то виникає питання: наскільки ця оцінка обґрунтована? Можна піддати сумніву те, чи достатньо було даних, або, навіть, чи взагалі працює R/S -аналіз.

Стосовно достатності наявного обсягу даних, то таких критеріїв, на жаль, на сьогодні не існує [3]. Зауважимо, що ця проблема досліджувалась у працях Л. Н. Сергєєвої [4]. Ми ж зупинимося на питанні працездатності R/S -аналізу. Для перевірки обґрунтованості цього методу Е. Петерс [3] запропонував скористатися таким методом, як випадкове перемішування даних та обчислення для отриманої (випадкової) послідовності даних показника Херста. Згідно з методикою Херста, у разі, коли дані початково насправді буди незалежними, значення показника H не зміниться, оскільки для них відсутнім був ефект тривалої пам'яті, тобто відсутня кореляція між спостереженнями. Тож у цьому разі перемішування даних не вплине на їх якісні характеристики.

За наявності ж тривалої пам'яті порядок, за яким отримуються дані, відіграє важливу роль. А тому перемішування даних руйнує структуру системи. Оцінка H у цьому разі виявиться значно нижчою і буде наближатися до 0,50.

Результати тестів, проведених Е. Петерсом [3], наведено на рис. 11.12 та 11.13. Для випадкового ряду (генерованого за умови $H = 0,50$) на основі R/S -аналізу він отримав $H = 0,55$. Після перемішування цього ряду, скориставшись цією методикою, Петерс отримав $H = 0,58$. Як видно з рис. 11.12, результати R/S -аналізу початкового та перемішаного часових рядів мало чим відрізняються. Збільшення ж (у результаті перемішування) оцінки H від 0,55 до 0,58 слід розглядати, як іще одне (додаткове) підтвердження факту відсутності тривалої пам'яті у початкового часового ряду.

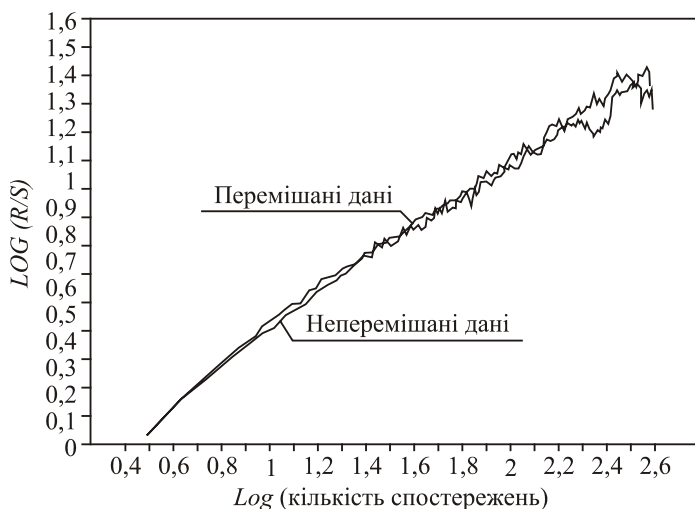


Рис. 11.12. Тест на перемішування
для R/S -аналізу: випадкові часові числа.

Для неперемішаних даних $H = 0,55$, для перемішаних $H = 0,58$

Згенерувавши часовий ряд за умови $H = 0,90$, Петерс за допомогою R/S -аналізу отримав оцінку $H = 0,87$, на той час як після перемішування отриманого ряду він дістав $H = 0,52$ (рис. 11.13). Таке суттєве зменшення величини H вказує на те, що перемішування зруйнувало структуру процесу. Як зазначає Петерс, незважаючи на те, що перемішаний ряд не став нормально розподіленим, процес перемішування зробив дані незалежними.

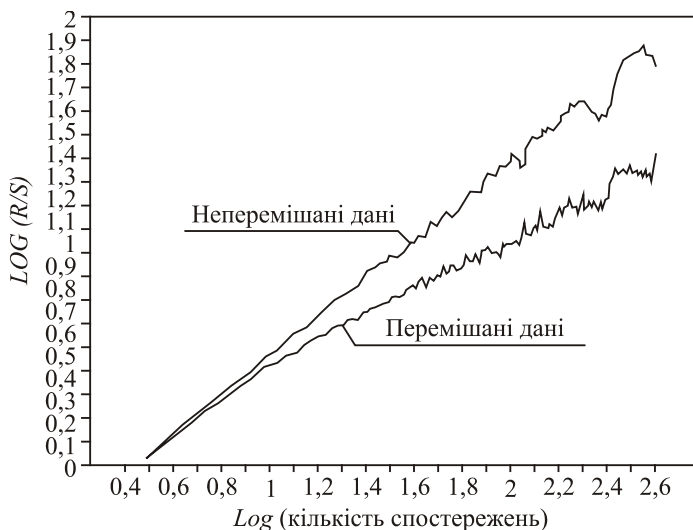


Рис. 11.13. Тест на перемішування для R/S -аналізу: фрактальний броунівський рух. Неperемішані дані: $H = 0,86$, перемішані дані: $H = 0,52$

Проведені Е. Петерсом експерименти (тести) слугують свідченням справедливості твердження Мандельброта про те, що R/S -аналіз працездатний незалежно від розподілу часового ряду.

11.7. R/S -аналіз ринків капіталу

Здійснюючи R/S -аналіз, слід пам'ятати, що для цього потрібно мати в розпорядженні досить велику кількість даних. У цьому пункті ми проаналізуємо можливості використання R/S -аналізу для різних ринків капіталу. Шляхом установлення фрактальної структури та наявності неперіодичних циклів покажемо, що *ринки капіталу є нелінійними системами*.

Для R/S -аналізу ринків доцільно використовувати *логарифмічні прибутки*, що визначаються за формулою

$$P_t = \ln \frac{C_t}{C_{t-1}} = \ln \left(\frac{C_t - C_{t-1}}{C_{t-1}} + 1 \right) = \ln(R_t + 1) \approx R_t, \quad (11.10)$$

де P_t — логарифмічний прибуток (норма прибутку) у момент t ;

C_t — ціна у момент t .

Це пов'язано з тим, що розмах, який використовується в R/S -аналізі, є накопиченим відхиленням від середнього. З другого боку:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^t \ln \left(\frac{C_k}{C_{k-1}} \right) &= \sum_{k=1}^t \ln \left(1 + \frac{C_k - C_{k-1}}{C_{k-1}} \right) = \\ &= \ln \prod_{k=1}^t \left(1 + \frac{C_k - C_{k-1}}{C_{k-1}} \right) = \ln \prod_{k=1}^t (1 + R_t) = \ln(1 + \tilde{R}_t) \approx \tilde{R}_t, \end{aligned}$$

де R_t — норма прибутку на момент t , тобто сума логарифмічних прибутків адекватна накопиченій нормі прибутку, що не властиве процентним змінам (нормі прибутку).

А тому, як початковий етап R/S -аналізу, часто розглядають перехід від реальних цін (тобто від початкового часового ряду) до ряду, складеного з логарифмічних прибутків. Після цього, поклавши протяжність часового проміжку рівною T , здійснюють розбиття отриманого ряду (з логарифмічних прибутків) на відповідні частини. Нехай отримано n_t часових проміжків.

Для j -го часового проміжку, що починається у момент t_j , розраховують розмах $R(t_j; T)$ (використовуючи формули (11.3)—(11.4)), стандартне відхилення $S(t_j; T)$ (згідно із формулою (11.5)) і відповідну R/S -оцінку. Отримавши R/S -оцінки для всіх $j = 1, \dots, n_T$, знаходять усереднену R/S -оцінку для періоду, протяжністю T :

$$(R/S)_T = \frac{1}{n_T} \sum_{j=1}^{n_T} \frac{R(t_j; T)}{S(t_j; T)}.$$

Аналогічні розрахунки здійснюють, змінюючи T у певних межах. Нехай $T = T_0, T_1, \dots, T'$. Зрозуміло, що зі збільшенням T' можна очікувати зменшення стійкості щодо оцінок $(R/S)_T$, оскільки зменшується кількість усереднюваних спостережень. У свою чергу, суттєве зменшення величини T' приводить до зниження рівня H (наближення його до 0,5).

Сукупність розрахунків для всього діапазону допустимих значень T породжує регресію $\lg(R/S)_T$ на $\lg T$ і згідно з рівнянням (11.7) нахил лінії регресії адекватний оцінці H . Проте, як зазна-

чалось раніше, оцінювати H для надто широкого діапазону значень T недоцільно (більше того, неправильно!), оскільки часовий ряд має скінченну пам'ять.

Теоретично вважається, що процес із тривалою пам'яттю бере початок у нескінченному минулому. Але, як засвідчує теорія хаосу, для будь-якої нелінійної системи, у процесі її руху, завжди існує точка, починаючи з якої втрачається пам'ять щодо початкових умов. Власне, цю точку трактують як завершення природного циклу системи. Дослідження показують, що для більшості реальних систем генеровані ними фрактальні часові ряди мають скінченну пам'ять. Тривалість пам'яті залежить від структури нелінійної динамічної системи, що спонукає до візуальної оцінки даних перед вимірюванням H .

Щодо обсягу даних, необхідних для досліджень, то, як уже зазначалося, на сьогодні не існує єдиного критерію. Так, наприклад, Федер вважає, що імітація за наявності менше, ніж 2500 спостережень, досить проблематична, але, на жаль, він не вказує — скільки потрібно спостережень для отримання адекватної оцінки. У фізичних науках дослідники можуть отримувати тисячі експериментальних точок за контрольованих умов. На відміну від них, дослідники економічних процесів, з урахуванням того, що їх можливості обмежені наявністю відносно коротких рядів даних, які, крім того, у момент їх фіксації підпадають під вплив різноманітних невизначених чинників, притаманних економічному середовищу, повинні бути дуже обережними у своєму аналізі.

Е. Петерс вважає, що даних достатньо, коли природні цикли системи легко розпізнати. На доповнення до цього теорія хаосу стверджує, що достатньо даних 10 циклів. Тобто, оцінивши протяжність циклу, адекватною можна вважати 10-циклову сукупність даних.

Фондовий ринок

Результати досліджень місячних даних рейтингової компанії Стандарт Енд Пур ($S \& P$ 500) за 38-річний період [3] (із січня 1950 до липня 1988 року), з використанням R/S -аналізу, наведено на рис. 11.14. Як видно з рисунка, тривалість циклу цього процесу становить приблизно 48 місяців ($\lg 48 \approx 1,68$). Після цієї точки наведений на рисунку графік набуває випадкового характеру (починаються випадкові блукання).

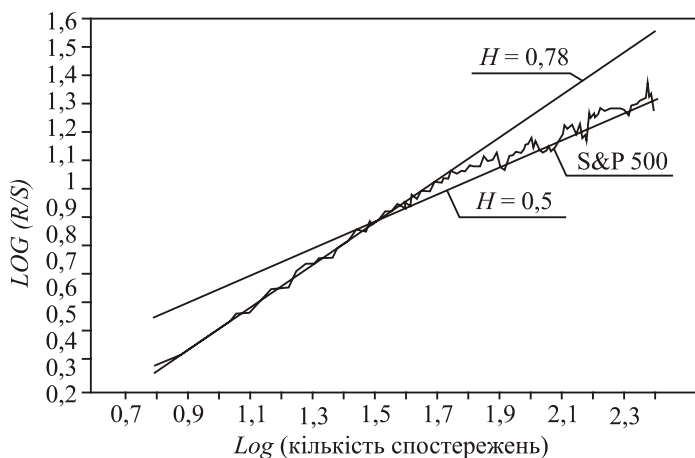


Рис. 11.14. R/S -аналіз: місячні прибутки, $S \& P$ 500, січень 1950 — липень 1988 рр. Оцінка $H = 0,78$

На рис. 11.15 наведено графік залежності величини H (показника Херста) від часу — кількості років T , що фігурують у формулах (11.2)—(11.5). Як видно з рисунка, «вершина» (максимум) графіка явно спостерігається для $T = 4$ (роки) з $H = 0,78$ — оцінкою показника Херста для $S \& P$ 500. Така висока оцінка H вказує на те, що *фондовий ринок є фракталом*, тобто він зазнає зміщених випадкових блукань.

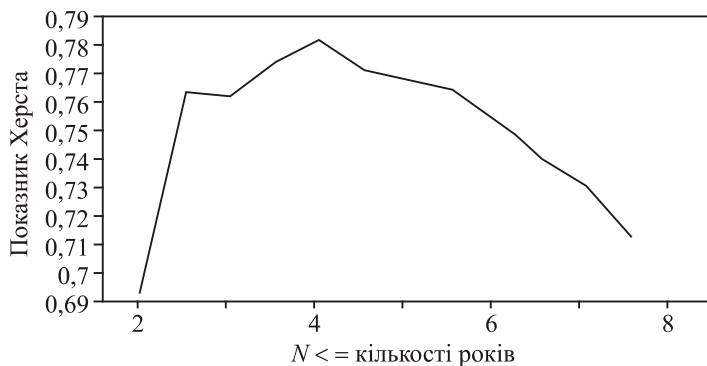


Рис. 11.15. R/S -аналіз: оцінка довжини циклу $S \& P$ 500, місячні прибутки, січень 1950 — липень 1988 рр.

У табл. 11.2 наводиться інформація, що характеризує регресію $y = a + bx$ у разі, коли $x = \lg T$ а $T \leq 48$ місяців ($b = H = 0,778$) та

$x = \lg T$ та $T > 48$ місяців ($b = H = 0,508$). Оскільки при $T > 48$ (як видно з рис. 11.15) оцінка Херста набуває значення $H = 0,508$, ми ще раз переконуємося, що *середня довжина циклу* (періоду) для даних *S & P 500* становить 48 місяців (4 роки).

Таблиця 11.2

***R/S*-аналіз ПРИБУТКІВ ФОНДОВОГО РИНКУ:
ПОБУДОВА ТА АНАЛІЗ ФУНКЦІЙ РЕГРЕСІЇ**

Показник	$T \leq 48$	$T > 48$
Константа a	$-0,32471$	$-0,04544$
Стандартна помилка u	$0,01290$	$0,02005$
R^2	$0,99559$	$0,98564$
Коефіцієнт $b(H)$	$0,778$	$0,508$

Для місячних прибутків *S & P 500* проведемо тест на перемішування. Результати *R/S*-аналізу початкових (неперемішаних) та перемішаних даних наведено на рис. 11.16. Там для початкових (неперемішаних) даних показник Херста $H = 0,78$, для перемішаних — $H = 0,51$. Як бачимо, перемішування зруйнувало структуру тривалої пам'яті початкових даних і перетворило їх на незалежні дані. Зауважимо, що присутність тривалої пам'яті у даних підтверджує й наявність «злому», який чітко простежується на лінії, що відповідає на рис. 11.16 початковим даним (для перемішаних даних це явище відсутнє).

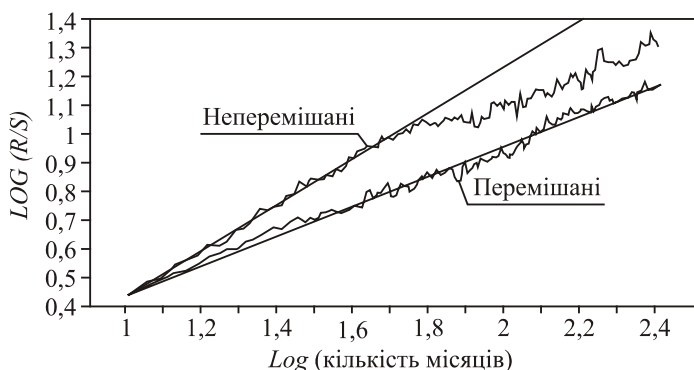


Рис. 11.16. Тест на перемішування: *S & P 500*, місячні прибутки, січень 1950 — липень 1988 рр. Неperемішані дані: $H = 0,78$, перемішані дані: $H = 0,51$

Зробимо проміжні підсумки:

1) Ринкові прибутки (моделлю яких є фондовий індекс *S & P 500*) складають персистентні часові ряди із фрактальним розподілом імовірності;

2) Оскільки такого роду система персистентна, то вона циклічна і має тенденцію до середньої довжини циклу, яка становить 48 місяців;

3) Оскільки система періодична та фрактальна, то зазначена довжина циклу, власне, є середньою величиною.

На рис. 11.17—11.20 наведено графіки для чотирьох репрезентативних видів акцій: IBM, Mobil Oil, Coca-Cola та Niagara Mohaws. Величини H для цих видів акцій указують на те, що вони персистентні, але їх середні цикли різної протяжності.

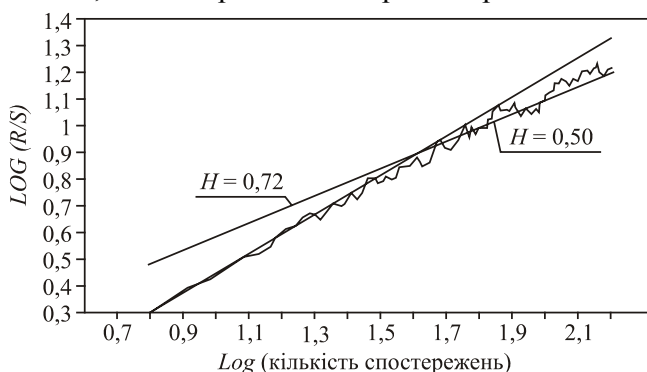


Рис. 11.17. R/S -аналіз акцій IBM: місячні прибутки, січень 1963 — грудень 1989 рр., $H = 0,72$

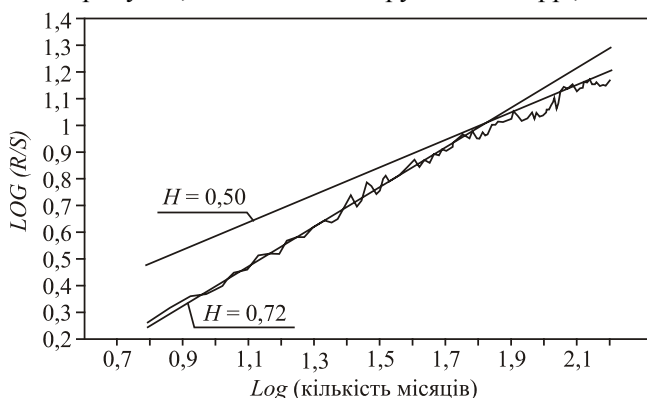


Рис. 11.18. R/S -аналіз акцій Mobil Oil: місячні прибутки, січень 1963 — грудень 1989 рр., $H = 0,72$

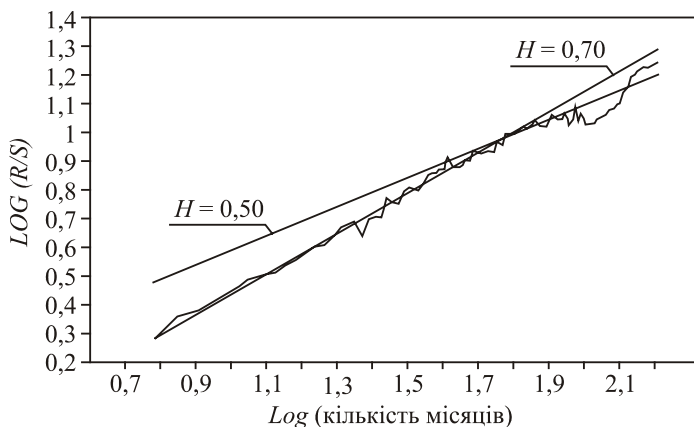


Рис. 11.19. R/S -аналіз акцій Coca-Cola: місячні прибутки, січень 1963 — грудень 1989 рр., $H = 0,70$

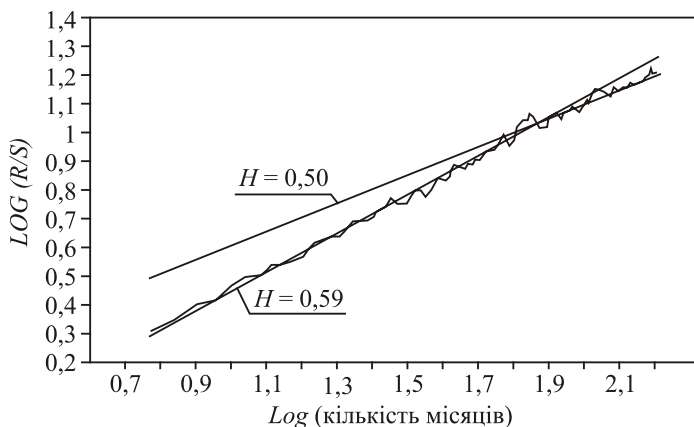


Рис. 11.20. R/S -аналіз акцій Niagara Mohawk: місячні прибутки, січень 1963 — грудень 1989 рр., $H = 0,69$

У табл. 11.3 наведено результати R/S -аналізу для фондового індексу $S \& P 500$ та ще 9 видів акцій. Як свідчать дані, наведені у цій таблиці, види акцій виробництва, що належить до одних галузей, мають подібні величини H та протяжності циклів.

Характерним є те, що виробництво з високим рівнем інновацій, які зосереджені на випуску сучасної техніки, мають тенден-

цію до більш високого рівня H та скорочених циклів. На противагу їм акції комунальних підприємств, що мають низький рівень інновацій, характеризуються меншими величинами H та дуже довгими середніми циклами.

Таблиця 11.3

R/S-аналіз АКЦІЙ РІЗНИХ ЕМІТЕНТІВ

Види акцій	Показник Херста (H)	Цикли (місяці)
$S \ \& \ P500$	0,78	48
IBM	0,72	18
Xerox	0,73	18
Apple Computer	0,75	18
Coca-Cola	0,7	42
Anheuser-Busch	0,64	48
McDonald's	0,65	42
Niagara Mohawc	0,69	72
Texas State Utilities	0,54	90
Consolidated Edison	0,68	90

Отримані результати спонукають до більш обережного використання таких широко вживаних оцінок ступеня ризику, як дисперсія та коефіцієнт бета (β). Згідно з моделлю капітальних активів (МОКА або CAPM — Capital Asset Pricing Model) акції з високим бета відносно ринкового індексу більш ризиковані, ніж акції з низьким бета. Це пов'язано з тим, що волатильність, яка вимірюється за допомогою стандартного відхилення, вища у разі більш високих значень показника бета. Так, наприклад, згідно з МОКА акції Apple Computer з їх $\beta = 1,2$ (відносно $S \ \& \ P \ 500$) більш ризиковані, ніж акції Consolidated Edison, для яких $\beta = 0,60$.

Але, з другого боку, згідно з даними табл. 11.3, для акцій Apple Computer показник Херста $H = 0,75$, а для акцій Consolidated Edison — $H = 0,68$. Тобто часовий ряд, що відповідає Consolidated Edison, більш забулених (менш персистентний), ніж часовий ряд Apple Computer. А тому виникає питання: які з цих видів акцій обтяжені більшим ризиком?

Оскільки для акцій зазначених видів показник Херста H перевищує 0,5, то вони обидві фрактальні, і використання для них стандартного статистичного аналізу стає проблематичним. Це пов'язано з тим, що їх часові ряди підлягають під фрактальний розподіл, а в цьому разі, як ми це встановимо далі, дисперсія або невизначена, або нескінченна. Тобто використання оцінки волатильності як оцінки ступеня ризику стає недоцільним, а то й помилковим. Багато авторів (наприклад, Петерс [3]) вважають, що *більші значення величини H вказують на менший ступінь ризику*, оскільки більші значення H притаманні менш зашумленим часовим рядам з яскравіше вираженими трендами (більш персистентним часовим рядам).

Згідно з викладеним, акції Apple Computer обтяжені меншим ризиком, ніж акції Consolidated Edison, у суперечення значенням показників бета. Разом з тим, зважаючи на факт багатовимірності оцінки ступеня ризику, слід урахувати, що для акцій з високим H активізується ризик різкого падіння курсу акцій (зростає ймовірність виникнення катастрофи). Тобто в цьому аспекті для акцій з високим H ризик зростає.

Як свідчать спостереження, для індексу $S \& P 500$ значення H більше, ніж для окремих акцій, представлених у табл. 11.3. Це пояснюється тим, що *диверсифікація портфеля зменшує його ризик*, власне, нівелює такий чинник, як шум, і *підвищує значення показника Херста H* .

Ринок облігацій

R/S -аналіз щодо зміни прибутковості проводився [3] і для 30-річних державних облігацій США. Вивчалися щомісячні прибутки облігацій, починаючи із січня 1950 до грудня 1989 рр. Було встановлено, що для цих облігацій показник Херста $H = 0,68$ за середньої протяжності циклу у п'ять років, що збігається з довжиною циклу американського промислового виробництва. Результати досліджень наведено на рис. 11.21.

Аналогічний аналіз проводився стосовно середньої прибутковості 3-, 6- та 12-місячних казначейських векселів (США), які є дорученнями на отримання прибутку згідно з короткотерміновими зобов'язаннями. І тут наявна статистика Херста з $H = 0,65$, але дещо більш зашумлена, ніж для довгострокових облігацій (рис. 11.22). Цікавим є те, що тут не проявляється довжина циклу. Це може бути з двох причин: або недостатньо даних, або ж, можливо, для векселів такого циклу не існує.

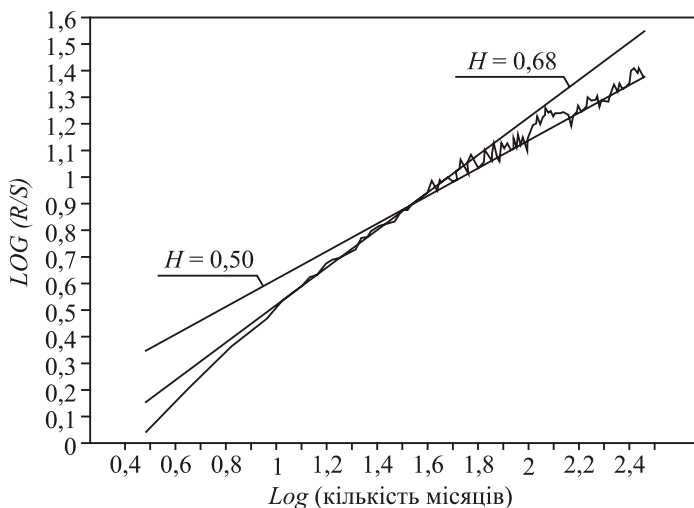


Рис. 11.21. R/S -аналіз прибутковості 30-річних державних облігацій США: місячні дані, січень 1950 — грудень 1989 рр. Оцінка $H = 0,68$

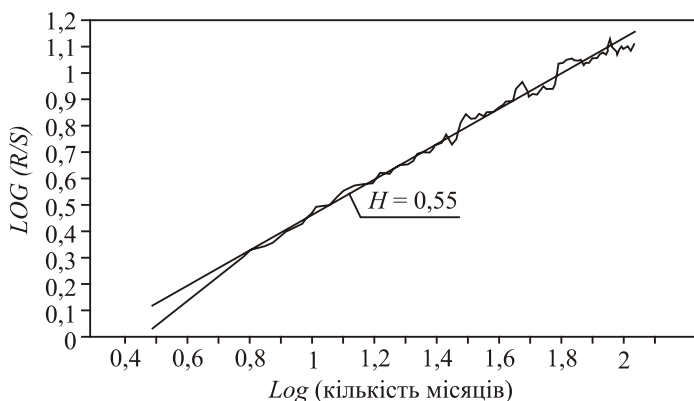


Рис. 11.22. R/S -аналіз прибутковості казначейських векселів.
Усереднені 3-, 6- та 12-місячні прибутки,
січень 1950 — грудень 1989 рр. Оцінка $H = 0,65$

Оскільки у цьому сенсі казначейські векселі є винятком, тут важко зробити будь-які висновки.

Валютний ринок

R/S -аналіз курсів валют підтверджує наявність статистики Херста і для часових рядів, породжуваних курсами валют. На

рис. 11.23—11.25 наведено результати R/S -аналізу, здійсненого Е. Петерсом, щодо обмінних курсів американського долара, японської ієни, англійського фунта та сінгапурського долара. Перші два обмінні курси вирізняються високими рівнями персистентності.

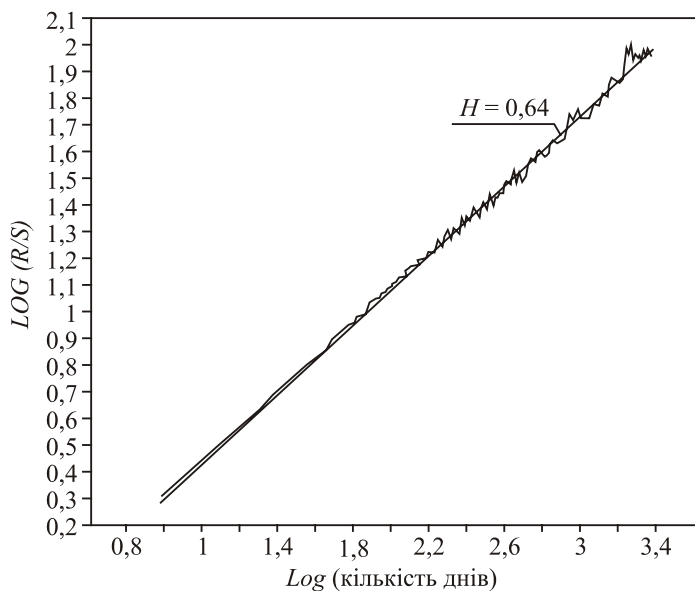


Рис. 11.23. R/S -аналіз обмінних курсів валют:
ієна-долар, денні дані, січень 1973 — грудень 1989 рр.
Оцінка $H = 0,64$

Результати R/S -аналізу, наведені на рис. 11.23—11.24, не стали несподіванкою для валютних трейдерів. Для валютних ринків характерні раптові зміни, що виникають услід за інтервенціями центрального банку — спробами уряду управляти курсом відповідної валюти на противагу природним ринковим силам. Валюти мають репутацію об'єкта «інерційної торгівлі», для якого використання технічного аналізу достатньо обґрунтоване. R/S -аналіз інформації, яку генерує цей ринок, забезпечує знаннями про те, що валютам властиві тренди. Хоча, з другого боку, значення показника Херста, отримані для цих валют, засвідчують, що відповідні часові ряди менш персистентні порівняно з акціями.

Цей аналіз здійснювався [3] на основі щоденних даних, починаючи із січня 1973 р.¹ і закінчуючи груднем 1989 р., тобто впродовж 16 років. Але природної протяжності циклу на основі кривих, наведених на рис. 11.23—11.24, виявити не вдалося. Мабуть, це пов'язано з тим, що даних, отриманих упродовж 16 років, для цього недостатньо. Більше того, надалі ми встановимо, що для виявлення циклів на фондовому ринку потрібні дані, отримані впродовж 30 років. Якби ж Е. Петерс здійснював подібні дослідження у наш час, то відповідні результати йому вдалося б отримати. На жаль, відсутність відповідної інформації не дозволяє нам самостійно завершити ці дослідження.

Зазначимо також, що збільшення кількості спостережень за рахунок збільшення їх частоти не вирішує проблеми. Це пов'язано з тим, що частота спостережень не підвищує інформативності — необхідно спостерігати за відповідним економічним процесом упродовж періоду часу більшої протяжності.

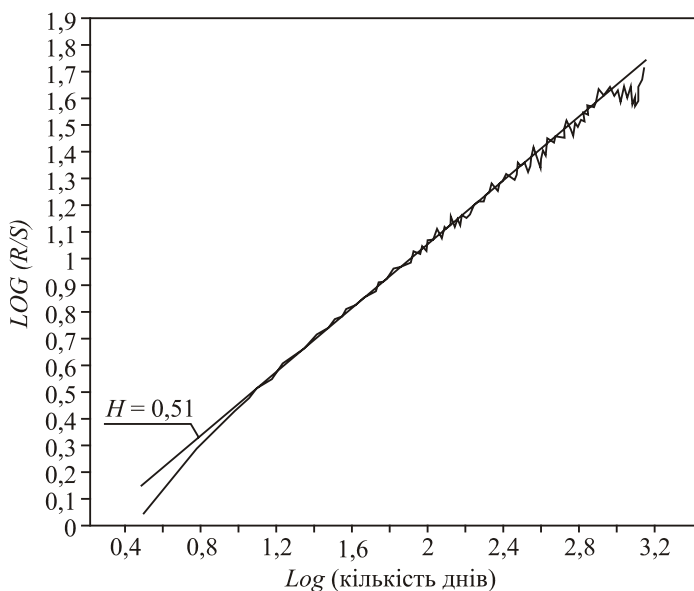


Рис. 11.24. *R/S*-аналіз обмінних курсів валют: англійський фунт-долар, денні дані, січень 1973 — грудень 1989 рр. Оцінка $H = 0,61$

¹ До 1973 р. США дотримувалися золотого стандарту, а тому обмінні курси до 1973 р. зафіксовані в умовах, відмінних від теперішніх.

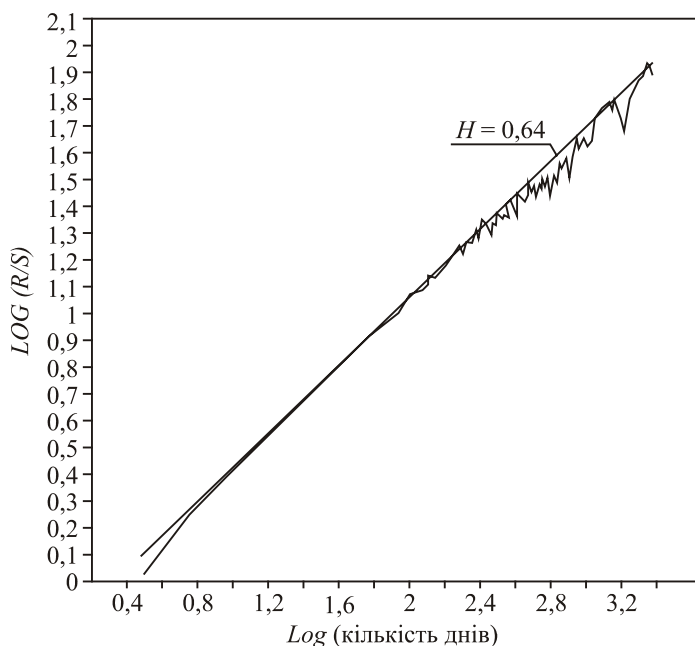


Рис. 11.25. R/S -аналіз обмінних курсів валют: сингапурський долар-американський долар, січень 1981 — жовтень 1990 рр. Оцінка $H = 0,50$

Щодо відношення американського та сингапурського доларів, то особливістю відповідного часового ряду на ринку капіталів є те, що йому не притаманна статистика Херста. Тобто обмінний курс сингапурського та американського доларів можна розглядати як приклад істинно випадкової величини (рис. 11.25, оцінка $H = 0,50$). Це вказує на те, що сингапурський уряд і банк добре виконують свою роботу. І в результаті їх свідомих зусиль усі флуктуації обмінного курсу є наслідками випадкових щодо часу дій трейдерів.

11.8. R/S -аналіз економічних індикаторів

R/S -аналіз засвідчує високу персистентність (високі рівні показника H) часових рядів, утворених значеннями таких економічних індикаторів США, як Індекс промислового виробництва, Ве-

дучий економічний індекс міністерства торгівлі, Індекс нових ділових закладів, Індекс утворення нових сімей та ін. Високі рівні показника H указують на те, що економіка розвивається згідно з неперіодичними циклами.

На рис. 11.26—11.28 наводяться результати R/S -аналізу трьох економічних індикаторів: Індексу промислового виробництва, Індексу нових економічних закладів та Індексу утворення нових сімей.

R/S -аналіз Індексу промислового виробництва засвідчив, що для нього $H = 0,91$ і протяжність циклу близько п'яти років. Ця протяжність виявилась дещо більшою, ніж очікувалося. Більшість економістів дотримуються думки, що *середній економічний цикл* — близько чотирьох років, він збігається (для США) з президентськими виборами. Але, як засвідчує рис. 11.26, точка злому (мовою теорії хаосу — появи економічного «джокера») з'являється в середньому кожні п'ять років.

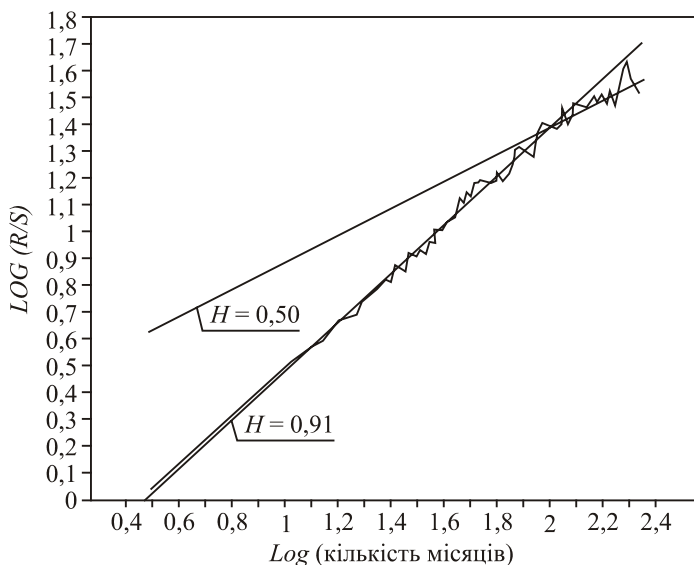


Рис. 11.26. R/S -аналіз Індексу промислового виробництва, січень 1950 — січень 1990 рр. Оцінка $H = 0,91$

Результати R/S -аналізу Індексу нових економічних закладів наведено на рис. 11.27: найбільше значення показника H становить 0,81. Для Індексу утворення нових сімей (рис. 11.28) значення показника Херста є більш типовим: $H = 0,73$. Як засвідчують резуль-

тати досліджень, наведених на рис. 11.27—11.28, для цих економічних показників середній цикл також становить п'ять років.

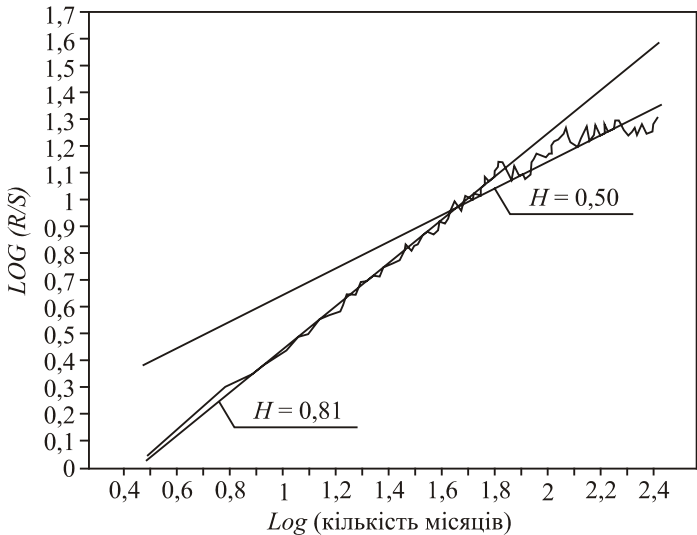


Рис. 11.27. R/S-аналіз Індексу нових економічних закладів, січень 1950 — січень 1990 рр. Оцінка $H = 0,81$

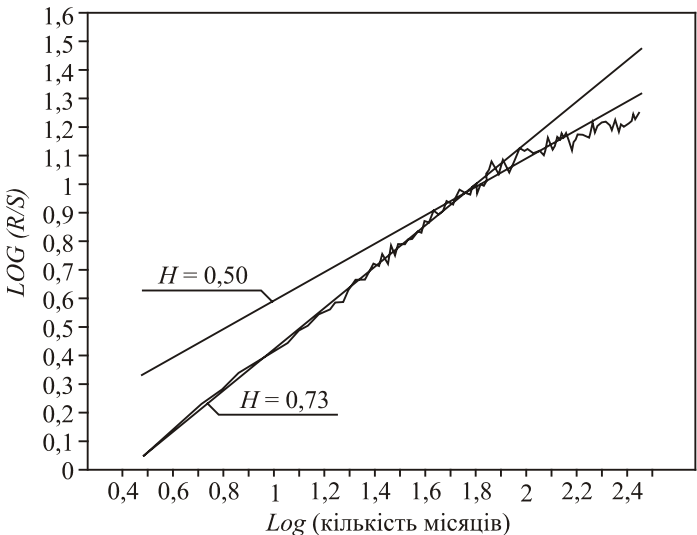


Рис. 11.28. R/S-аналіз Індексу утворення нових сімей, січень 1950 — січень 1990 рр. Оцінка $H = 0,73$

Зауважимо, що наявність зломів на наведених графіках (власне, наявність існування статистики Херста в економічних даних) має насторожити тих економістів-аналітиків, які покладаються на економетричні методи. Це пов'язано з тим, що ефект тривалої пам'яті тим чи іншим чином знецінює економетричні моделі й пояснює слабкість економічних прогнозів, отримуваних на підґрунті цих моделей.

11.9. Фрактальна статистика

Фрактальні розподіли набувають дедалі більшої ваги в процесі дослідження та моделювання сучасних ринків капіталу. Нижче ми розглянемо сутність концепції теорії ринків капіталу, в основу якої покладено припущення щодо нормального закону розподілу фінансових показників і яка широко використовується на практиці, крах лінійної парадигми щодо ринків капіталу (ЕМН), а також основні положення гіпотези щодо фрактальності ринку капіталів (ФМН).

Гіпотеза щодо нормального розподілу: виникнення, становлення і критика

В основу сучасної теорії ринку капіталів покладені такі ключові концепції:

1. *Ефективний ринок.* Ціни відображають усю публічну інформацію. Зміни в цінах не співвідносяться між собою, хіба що для дуже коротких часових залежностей, які швидко дисипують¹. Вартість визначається консенсусом великої кількості фундаментальних аналітиків.

2. *Раціональні інвестори.* Інвестори оцінюють потенціальний прибуток методом імовірнісного зважування (як математичне сподівання), який визначає очікуваний прибуток. Ступінь ризику вимірюється як середньоквадратичне (стандартне) відхилення прибутків. Інвестори надають перевагу активам, які дають найвищий очікуваний прибуток за фіксованого ступеня ризику. Вони не люблять ризикувати.

3. *Випадкові блукання.* Як наслідок двох попередніх концепцій, ціни здійснюють випадкове блукання. Тобто, імовірнісний розподіл наближено нормальний або логнормальний. Власне, ця

¹ Дисипація — від латинського *dissipo* — розсіюю.

наближеність як мінімум означає, що розподіли прибутків мають скінченне середнє значення та дисперсію.

Наведений перелік концепцій указує на те, що в основу теорії ринків капіталу покладено допущення щодо нормальності розподілу прибутків. За допомогою емпіричних досліджень, які проводились різними аналітиками, робилися спроби підтвердити допущення щодо нормальності, але часто отримувані результати були суперечливими.

Розглянемо коротко зазначені концепції.

У теорії фінансового інвестування немає концепції, яка б піддавалася перевірці і яка викликала б до себе так мало довіри, як «ефективні ринки». Це привертає до себе особливу увагу, оскільки дана концепція є фундаментом кількісної теорії ринків капіталу. Вона відіграє одну з найважливіших функцій: виправдовує використання ймовірнісних розрахунків у аналізі ринків капіталу.

Історично *гіпотезу ефективного ринку* (ЕМН) започаткував у 1900-му році Луї Башельє, який у своїй дисертації запропонував використовувати для аналізу акцій, облігацій, ф'ючерсів та опціонів методи, створені для аналізу азартних ігор. Він стверджував, що ринкові прибутки — це незалежні, ідентично розподілені, випадкові величини. На жаль, через відсутність достатніх за обсягом емпіричних даних це твердження Башельє залишилось нерезалізованим у практичному аналізі. Дисертація Башельє була революційною, вона набагато випередила час, а тому не дивно, що вона значною мірою була проігнорована.

Лише на початку 60-х років XX століття ідеї Башельє були реанімовані. Так, Осборн (Osborne) у 1964 р. формалізував твердження про те, що ціни акцій підлягають випадковому блуканню. Осборн запропонував модель, у якій зміни цін на фондовому ринку еквівалентні руху частинки в рідині (відомим під назвою «броунівський рух»). Як наслідок, згідно з цією моделлю цінові зміни незалежні, а тому слід очікувати нормального розподілу щодо цих змін зі стійким середнім значенням та скінченною дисперсією.

Роблячи свої висновки, для Осборна та інших дослідників головним був такий постулат: об'єкт, що вивчається, має бути незалежною ідентично розподіленою випадковою величиною. Тобто постулювалося, що оскільки фондовий ринок та інші ринки капіталу являють собою складні системи з великою кількістю ступенів свободи (власне — інвесторів), то поточні ціни мають відображати інформацію, якою вже володіють інвестори. Зміна ціни має відбуватися тільки у разі появи нової несподіваної інформації.

Допущення щодо поведінки інвесторів, відомі як *концепція раціонального інвестора*, власне і стали ключовою передумовою

для гіпотези ефективного ринку. Осборн виходив з того, що інвестори оцінюють акції, базуючись на очікуваній вартості (або очікуваному прибутку), який обчислюється як зважене ймовірністю середнє значення. При цьому вважали, що підґрунтям розрахунків інвесторів слугують суб'єктивно оцінені ймовірності, і вони (інвестори) маніпулюють з ними раціонально та неупереджено.

Гіпотеза ефективного ринку (ЕМН) набула статусу загально-прийнятої теорії до середини 1970-х років. Вона стверджує: ринки ефективні тому, що вони відображають усю публічну інформацію. Ця версія гіпотези відома як *напівсильна форма* ЕМН. Вона стала прийнятною для спільноти інвесторів, оскільки стверджувала, що ринки ефективні завдяки аналізу цінних паперів, а не незалежно від цього аналізу. Окрім того, напівсильна форма вбачала, що зміни в цінах акцій випадкові, оскільки на них впливають зовнішні чинники. Тобто, зміна ціни випадкова не тому, що сам ринок є «рулеткою», а внаслідок оцінки зміни становища компанії, зумовленого мікро- та макроекономічними умовами.

У 70-ті роки ХХ ст. для наукової спільноти ЕМН стала, у цілому, визнаним фактом (для спільноти інвесторів — дещо пізніше) і на озброєння теорії фінансів вибрано так звану «нормальну науку» (в основу якої покладено використання нормального розподілу). Зазначимо, що ЕМН (в основу якого покладено припущення про нормальний розподіл) базується на лінійній парадигмі — лінійному підході щодо суспільства. Згідно з цією парадигмою люди (інвестори) лінійно реагують на інформацію, тобто, отримуючи інформацію, негайно її використовують, а не очікують її накопичення впродовж низки подальших подій. У свою чергу, цінні папери характеризуються своїми коефіцієнтами бета. Але, як засвідчує дійсність, люди і природа у цілому — нелінійні. Ось чому лінійній парадигмі, не зважаючи на її простоту та концептуальну елегантність, притаманні суттєві недоліки. Проаналізуємо їх.

Детально вивчаючи денні прибутки, Фаме (Fama) ще у 1965 р. встановив, що ці *прибутки мають від'ємну асиметрію*: на лівому (від'ємному) «хвості» частотного розподілу розміщується більша кількість спостережень, ніж на правому. Крім того, «хвости» були товстішими, а пік біля середнього значення був вищим, ніж це передбачалося нормальним розподілом, тобто мав місце так званий *лептоексцес*. Це саме зазначав Шарп (Sharpe) у 1970 р. у підручнику «Теорія портфеля і ринки капіталу». Порівнюючи річні прибутки з нормальним розподілом, він звернув увагу на те, що «у разі нормального розподілу ймовірність великих відхилень від середнього значення має набувати дуже малих значень. Однак на практиці такі (екстремальні) відхилення з'являються досить часто.»

Пізніше, у 1990 р., Тьорнер і Вейгель (Turner, Weigel) здійснили глибоке вивчення волатильності, використовуючи денний індекс компанії Стандарт Енд Пур (*S & P*) упродовж 1928—1990 рр. Результати їх досліджень виявилися подібними. Власне, автори встановили, що розподіл денних прибутків щодо індексу *S & P* (а також індексу Доу—Джонса) має від’ємну асиметрію та більшу щільність в околі середнього значення, а також у сфері дуже великих та дуже малих прибутків, — якщо порівнювати цей розподіл з нормальним.

Зазначені (а також багато інших) факти наводять на думку, що прибутки американських ринків капіталу не відповідають нормальному розподілу. Як висновок, до методів статистичного аналізу, зокрема, до таких способів діагностики, як коефіцієнти кореляції, *t*-статистики тощо, виникає суттєва недовіра, оскільки вони можуть давати помилкові результати. У свою чергу, розгляд ринкових цін як випадкових блукань також стає сумнівним.

Лептоексцесні розподіли мають також ф’ючерсні ціни на державні казначейські облігації, казначейські податкові сертифікати, євродоларові контракти тощо. Про це свідчать результати досліджень Стержа (Sterge), опубліковані в 1989 р. Зокрема, Стерж звернув увагу на те, що «дуже великі» (три чи більше стандартних відхилень від очікуваного значення) зміни цін можуть очікуватися у два-три рази частіше, ніж передбачається нормальністю.

Важливо, що дослідження Стержа підтверджують факт існування лептоексцесних розподілів для фінансових показників не тільки в США, але й на інших фондових ринках світу. Власне, підтверджено *неспроможність лінійної парадигми та слабкої форми ЕМН описувати фінансові процеси* у світових масштабах.

Щодо природи лептоексцесу, то сутність найбільш загального (традиційного) пояснення його виникнення полягає у такому: інформація зазвичай надходить певними порціями, дискретно й нерівномірно, а ринкова реакція на згустки інформації власне і породжує товсті «хвости». Оскільки розподіл інформації є лептоексцесним, то розподіл цінкових змін теж має ознаки лептоексцесу.

Наведене вище пояснення базується на тому, що згустки інформації негайно освоюються та відображаються в цінах. Але, як показує досвід, люди можуть і не реагувати на інформацію одразу після її отримання. Більше того, *їх реакція теж відбувається згустками*. Мається на увазі, що інвестори ігнорують інформацію до, поки тренди не стабілізуються і лише після цього відреагують, урахувавши усю накопичену інформацію, — власне це й спричиняє появу товстого «хвоста». Це вказує на те, що люди ре-

агують на інформацію *нелінійно*. Щойно обсяг інформації перевершить певний критичний рівень, почне проявлятися її сукупний вплив, який до того не спричинював жодних наслідків. Власне, за цим криється не що інше, як вплив минулого на майбутнє, і, як наслідок, неспроможність ЕМН.

Як бачимо, аномалій ЕМН, які б схилили до необхідності заміни (лінійної) парадигми, на кінець ХХ століття було виявлено достатньо. Нагадаємо, що головна з них — це те, що розподіл прибутків на фондовому ринку завжди має гострий пік в околі середнього значення і товстіші, порівняно з нормальним розподілом «хвосты» — він схожий на класичний розподіл Парето. Крім того, було знайдено й інші аномалії ЕМН — січневий ефект, ефект дрібних акцій, ефект низького відношення P/E (price/earnings — ціна/прибуток) та ін. Усі ці аномалії стали доведенням того, що *можна отримати надлишок прибутку не збільшуючи волатильність на статистично помітну величину*.

Прийшов час, коли завдяки потужним персональним комп'ютерам та створенню великих баз даних став можливим R/S -аналіз даних на ринках капіталу і, як наслідок, — *поява фрактальної гіпотези ринку* (FMH).

Парето (фрактальні) розподіли

Одні з перших публікацій, у яких викладено результати вивчення властивостей розподілів, названих у наш час фрактальними, належать перу П. Леві (1925 р.). Його дослідження базувалися на наукових результатах, отриманих В. Парето¹ (1897 р.) стосовно розподілу прибутків. Власне, Парето встановив, що прибутки добре

¹ Одним з результатів цих досліджень став широко відомий науковій спільноті та критикам *розподіл Парето*: Функція щільності цього розподілу визначається формулою

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x_0} \left(\frac{x_0}{x} \right)^{\alpha+1}, & \text{якщо } x \geq x_0 > 0, \alpha > 0, \\ 0, & \text{якщо } x < x_0 \end{cases}$$

інтегральна функція розподілу — формулою $F(x) = 1 - (x_0/x)^\alpha$, математичне сподівання відповідної випадкової величини X — формулою $M(X) = (\alpha/(\alpha-1)) \cdot x_0$, якщо $\alpha > 1$, дисперсія — формулою

$$D(X) = \begin{cases} \frac{\alpha}{(\alpha-1)(\alpha-2)} \cdot x_0^2, & \text{якщо } \alpha > 2 \\ \infty, & \text{якщо } \alpha \leq 2 \end{cases}$$

апроксимуються логнормальним розподілом, за винятком приблизно трьох відсотків найвищих індивідуальних прибутків. На цій ділянці прибуток починає відповідати обернено степеневому закону, що й забезпечує потовщення «хвоста» розподілу.

Простіше кажучи, імовірність того, що одна людина в 10 разів багатша за іншу, відповідає нормальному розподілу. У той час, як імовірність 100-кратного перевищення багатства виявляється значно більшою за ту, що передбачається нормальним законом. Парето зробив припущення, що цей потовщений «хвіст», імовірно, виникає тому, що багатий може більш ефективно примножувати свої багатства, ніж середній індивід.

Як показують дослідження різних авторів, потовщені «хвости» відображають вплив оберненого зв'язку, який, власне, й збільшує обсяг «продукції» — в яких би одиницях вона не вимірювалася. Ефект зворотного зв'язку підсилює подію і робить «хвости» навіть довшими.

Свою концепцію щодо розподілів фінансових показників, які мають гострий пік в околі середнього значення і товсті «хвости», ще в 1964 р. відкрив Б. Мандельброт. Він, аналізуючи частотні розподіли прибутків на ринках капіталу, дійшов висновку, що ці прибутки дотримуються сімейства (стійких) розподілів, названого ним *стійким паретіаном (стійкими розподілами Парето)*. Мандельброт зазначав, що розподіли, належні цьому сімейству, гостровершинні в околі середнього значення і мають товсті «хвости»; під них підпадають тенденції щодо тренду та циклів, раптові (розривні) зміни; вони також можуть бути асиметричними. Проте кардинальною відмінністю від лептоекспесних є те, що *дисперсія стійких розподілів Парето нескінченна або невизначена*.

Концепція нескінченної дисперсії початково зазнала сильної критики. Але результати досліджень, отриманих упродовж останніх двох-трьох десятиліть, слугують підтвердженням висновків Мандельброта. Зауважимо, що стійкі розподіли Парето називають також *фрактальними розподілами*.

Вивчення та аналіз особливостей фрактальних розподілів зручно здійснювати шляхом використання такого інструменту теорії ймовірностей, як характеристична функція¹ випадкової величини.

¹ Метод, пов'язаний із використанням характеристичних функцій, створено О. М. Ляпуновим. Він, використовуючи цей метод, у 1900 р. довів одну з найбільш загальних форм центральної граничної теореми теорії ймовірностей. Пізніше цей метод набув самостійного значення і виявився досить потужним та гнучким інструментом, придатним для розв'язування різноманітних задач теорії ймовірностей. Власне, часто використання характеристичних функцій є конструктивнішим (більш зручним), ніж законів розподілу випадкових величин.

Розглянемо комплексну випадкову величину

$$Y = e^{itX} = \exp(itX),$$

де X — дійсна випадкова величина, закон розподілу якої відомий; t — параметр, $i = \sqrt{-1}$ — уявна одиниця. *Характеристичною функцією* випадкової величини X називається математичне сподівання комплексної випадкової величини Y :

$$g(t) = M(Y) = M(e^{itX}).$$

Для дискретної випадкової величини X , яка набуває значень $x_1, \dots, x_n$ з імовірностями $p_1, \dots, p_n$, характеристична функція визначається як сума:

$$g(t) = \sum_{k=1}^n p_k e^{itx_k},$$

для неперервної випадкової величини зі щільністю розподілу $f(x)$ — як інтеграл:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} f(x) dx. \quad (11.11)$$

Зазначимо, що перетворення (11.11), якому підпадає функція $f(x)$ з метою отримання функції $g(x)$, називається перетворенням Фур'є (у деяких джерелах — перетворенням Фур'є—Стільтєса).

У свою чергу, функцію $f(x)$ можна виразити через $g(x)$ за допомогою так званого оберненого перетворення Фур'є:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} g(t) dt.$$

У разі, коли випадкова величина X задовольняє нормальному закону розподілу із функцією щільності

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right),$$

де $m = M(x)$ — математичне сподівання; $\sigma^2 = D(x)$ — дисперсія, характеристична функція набуває вигляду:

$$g(t) = \exp\left(itm - \frac{t^2 \sigma^2}{2}\right).$$

Для зручності часто використовують не саму характеристичну функцію, а її логарифм:

$$\ln g(t) = itm - \frac{t^2 \sigma^2}{2}.$$

Як уже зазначалося, прибутки на ринках капіталу дотримуються стійкого розподілу Парето. У свою чергу, *сімейство стійких розподілів* можна описати за допомогою такої узагальненої характеристичної функції:

$$\ln g(t; \alpha; \beta; c; m) = imt - c|t|^\alpha \left(1 + i\beta \frac{t}{|t|} \psi(t; \alpha)\right),$$

де $m \in R^1$, $c > 0$, $-1 \leq \beta \leq 1$, $0 < \alpha \leq 2$, $t/|t| = 0$ при $t = 0$, а функція $\psi(t; \alpha)$ задається формулою

$$\psi(t; \alpha) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \ln|t|, & \text{якщо } \alpha = 1 \\ tg\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right), & \text{якщо } \alpha \neq 1 \end{cases}.$$

Як бачимо, узагальнена характеристична функція Леві—Хінчина $g(x)$ визначається чотирма параметрами: α , β , c , m . Тут m — локальний параметр середнього, c — масштабуючий параметр підгонки (наприклад, різниця між денними та тижневими даними), β — вимірює асиметрію, α — параметр стійкості (або — характеристичний показник).

Як показали дослідження, для $g(t; \alpha; \beta; c; m)$ відповідна функція щільності $f(x; \alpha; \beta; c; m)$ суттєво асиметрична (нагадує логнормальний розподіл). При $x \rightarrow -\infty$ $f(x; \alpha; \beta; c; m)$ спадає до нуля швидше за показникову функцію $\exp(-\lambda|x|)$. Крім того, Леві довів, що при $x \rightarrow +\infty$

$$f(x; \alpha; \beta; c; m) \sim c k(\alpha) x^{-(\alpha+1)}, \quad (11.12)$$

тобто, що дуже швидко $f(x)$ починає задовольняти (слабкій формі) розподілу Парето (тут, $c > 0$, $k(\alpha) > 0$, наприклад, для розподілу Парето $k(\alpha) = \alpha$). Власне, завдяки властивості, відображеній формулою (11.12), і виникла термінологія: «щільність розподілу ймовірності Парето—Леві», «стійкий паретіан» тощо.

До переваг стійких розподілів слід віднести те, що за допомогою однієї функції (на відміну від розподілу Парето) одночасно вдається охопити і великі (додатні) прибутки, і збитки, у той час, як середні прибутки дотримуються інших механізмів розподілу, не схожих на діючі у разі екстремальних величин. Б. Мандельброт [6, с. 30] зазначає, що «ці розподіли являють собою (як мінімум) першу зручну стадію у послідовному наближенні до реалістичної теорії прибутків». Це пов'язано, у першу чергу, з тим, що однією з найбільш дивовижних властивостей розподілу прибутків є, власне, його «нечутливість» до точного визначення слова «прибуток»: очевидно, що один і той самий закон властивий і для повного прибутку, і для його складових, узятих окремо. Якщо це сприймати буквально, то вказана властивість може мати місце в тому випадку, коли і часткам, і цілому властивий певний стійкий закон розподілу.

Проаналізуємо властивості функції щільності розподілу ймовірності $f(x)$ залежно від того, яких значень набувають параметри β та α . Як уже зазначалося, параметр β вимірює асиметрію і може змінюватися в межах від (-1) до $(+1)$. Коли $\beta = 0$, розподіл симетричний. Коли $\beta = 1$ — розподіл має товстий «хвіст» справа, тобто скошений вправо. Ступінь правого скосу збільшується за умови наближення β до $+1$. Лівий скіс і відповідний товстий «хвіст» розподіл має за умови, що $\beta \rightarrow -1$.

Щодо характеристичного показника α , то він, власне, вимірює гостровершинність розподілу, а також товщину «хвостів». Для усіх $\alpha > 0$ відповідні стійкі розподіли неперервні, але їх функції щільності не виражаються через елементарні функції, за винятком таких випадків:

а) $\alpha = 2$; б) $\alpha = 1$, $\beta = 0$; в) $\alpha = \frac{1}{2}$; $\beta = \pm 1$; г) $\alpha = 0$.

1) Так, у разі $\alpha = 2$ отримуємо стійкий розподіл, еквівалентний *нормальному розподілу*.

2) Якщо $\alpha = 1$, $\beta = 0$, $m = 0$ — стійкий розподіл, еквівалентний *розподілу Коші*:

$$f(x;c) = \frac{c}{\pi(c^2 + x^2)},$$

для якого характерними особливостями є *не існування математичного сподівання*, а також *нескінченно велика дисперсія* для відповідної випадкової величини. У свою чергу, *мода і медіана* існують, вони збігаються і дорівнюють (у даному випадку) нулю.

3) У разі $\alpha = 0$ отримуємо *вироджений (стійкий) розподіл*.

4) Якщо ж $0 < \alpha < 1$, то для відповідної випадкової величини *не існує стійкого середнього значення*, а *дисперсія стає невизначеною, або нескінченною*¹. Зауважимо, що для економічних показників α рідко належить цьому діапазону, хоча Е. Петерс наводить [3] відповідний приклад.

5) Але у разі, коли $1 < \alpha < 2$ *стійке середнє* для відповідних випадкових величин (вибірки) *існує*, у той час як *дисперсія невизначена або нескінченна*. Не цілі α з цього діапазону відповідають зміщеним броунівським рухам, які характеризуються довготривалими кореляціями та статистичною самоподібністю. Ці рухи мають фрактальну структуру. Принагідно зазначимо, що α — фрактальна розмірність простору ймовірностей часового ряду.

$$\alpha = 1/H, \quad (11.13)$$

де H — показник Херста. Власне, співвідношення (11.13) указує на те, що $1 < \alpha < 2$ лише у разі персистентного часового ряду, тобто коли $0,5 < H < 1$.

Зауважимо також, що, являючись фрактальною розмірністю, α відрізняється від фрактальної розмірності d у співвідношенні (11.9): d — це фрактальна розмірність часового сліду, вона вимірює «зазубреність» часового ряду, у той час як α — це фрактальна розмірність простору ймовірностей і вона вимірює товщину «хвоста» функції щільності ймовірності.

Зазначимо, що *гіпотеза ефективного ринку* (ЕМН) базується на припущенні, що завжди $\alpha = 2$. У свою чергу, *гіпотеза фрактального ринку* (ФМН) стверджує, що α може змінюватися в діапазоні від 1 до 2. Власне, у цьому й полягає основна відмінність між цими двома гіпотезами. Слід пам'ятати також, що зміна зна-

¹ Дисперсія набуває скінченного значення і є стійкою тільки за умови $\alpha = 2$, тобто вона відіграє важливу інформаційну роль для вибірки лише у разі випадкового блукання. Якщо ж $\alpha \neq 2$, дисперсія як міра розсіювання, практично втрачає будь-який сенс, а тому її недоцільно використовувати як адекватну оцінку ступеня ризику.

чення параметра α кардинально змінює характеристики часових рядів.

б) $\alpha < 2$. Як зазначає у своїх дослідженнях Б. Мендельброт [6], розподіл Парето—Леві видається хорошим першим наближенням на всій області значень випадкової величини. Але у тих випадках, коли прибуток підкоряється (слабкому) закону Парето з $\alpha > 2$, необхідне використання іншої теорії.

Б. Мендельброт зазначає також, що ситуації, коли значення α близьке до 2 або навіть переважає 2, є незаперечним фактом для економік сучасних західних суспільств.

Роблячи проміжні підсумки, потрібно зазначити, що *особливістю фрактальних розподілів* є те, що вони *статистично самоподібні щодо часу*. Так, наприклад, якщо розподіл одинденних цін має середнє значення m і $\alpha = k$, то розподіл п'ятиденних цін повинен мати середнє $5 \cdot m$ і, водночас, має залишитися $\alpha = k$. Тобто, виконана масштабно-часова підгонка має залишити незмінною форму ймовірнісного розподілу часового ряду. Зауважимо, що такий *часовий ряд називається масштабно-інваріантним*.

Крім зазначеної, фрактальним розподілам притаманні ще дві такі характеристики. Першу з них Б. Мендельброт назвав «*Йосип ефектом*». Ця назва пов'язана із тенденцією фрактальних розподілів мати тренди та цикли. У біблійській історії розказується, як Йосип дав тлумачення сну фараона: сім років достатку настануть після семи років голоду.

Другу характеристику Б. Мендельброт назвав «*Ной-ефектом*» — за ім'ям з біблійського переказу щодо Всесвітнього потопу. У технічній інтерпретації — це синдром нескінченної дисперсії. Такі системи схильні до несподіваних драматичних змін. У разі нормального розподілу великі зміни трапляються завдяки великій кількості малих змін. Зміна цін вважається неперервною. Це припущення (щодо неперервності ціноутворення) робить страхування портфеля здійсненною на практиці стратегією управління фінансами. Сутність ідеї полягає в тому, що скориставшись певною моделлю розрахунку ціни опціонів, інвестор може штучно повторювати вибір, постійно балансуючи між обтяженими ризиком активами та наявними грошовими коштами. Цей метод правдоподібний настільки, наскільки ціноутворення залишається неперервним, або принаймні близьким до цього.

Але у разі фрактального розподілу великі зміни трапляються як наслідок малої кількості великих змін. Великі зміни цін мо-

жуть бути розривними та несподіваними. Фрактальний розподіл на фондовому ринку спроможний дати пояснення щодо виникнення економічних криз у світі. Власне, як передбачає фрактальна модель, причиною розривного та несподіваного ціноутворення на цих ринках стала недостатня ліквідність. Правдивість цього пояснення підтверджується наведеними результатами досліджень щодо наявності фрактальних розподілів на ринках капіталу.

Тестування фрактальної гіпотези фондових ринків (FHM)

Тести на стійкість

Для реалізації тесту на стійкість показника Херста H необхідно здійснити відповідний аналіз даних, що належать різним незалежним часовим проміжкам, і порівняти між собою отримані результати. Крім того, у реалізацію тесту входить перевірка скейлінгу (масштабування) H для різних часових частот. Для цього необхідно мати в розпорядженні довгі часові ряди з найбільшою роздільною здатністю.

Як довели дослідження, з погляду частоти для розрахунку показника H місячні дані утворюють найбільш придатні економічні часові ряди.

Якщо ж скористатися інформацією щодо фондового індексу $S \& P 500$, то для тесту на стійкість навіть отримані впродовж 40 років (із січня 1928 р. до кінця 1989 р.) місячні дані не забезпечують адекватної кількості спостережень. У свою чергу, денні ціни впродовж цього періоду становлять 15 504 спостереження. А тому цей ряд даних дозволить досягти поставленої мети.

Як перший крок, Е. Петерс [3] здійснив Херст-аналіз повного часового періоду денних даних. Якщо виходити з того, що фондовий ринок дотримується розподілу Парето-Леві, то величина H має скласти приблизно 0,78 — значення, отримане для місячних даних. Але результати, отримані Е. Петерсом (рис. 11.29), засвідчили, що H має більш низьке значення ($H = 0,598 \approx 0,6$), ніж це передбачалося фрактальною гіпотезою (FHM). Довжина циклу стала несподіванкою — близько 1000 днів, або, грубо, чотирирічні денні дані для торгових днів. Як бачимо, цей цикл відповідає 48-місячному циклу у разі використання місячних даних.

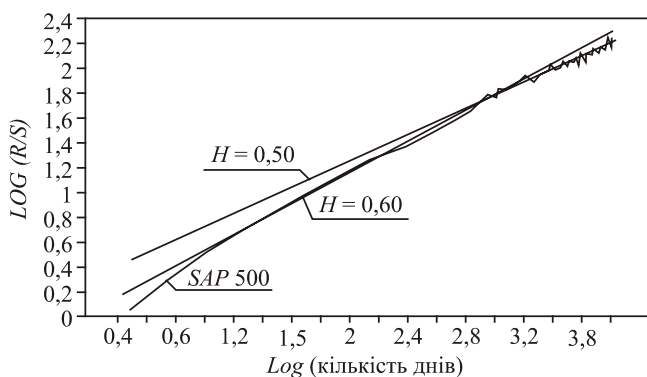


Рис. 11.29. R/S -аналіз денних прибутків $S \& P$ 500 :
січень 1928 р. — грудень 1989 р. Оцінка $H = 0,60$

Після цього, з метою перевірки стійкості H на різних часових періодах і в різних економічних умовах, Петерс здійснив R/S -аналіз на шести незалежних суміжних інтервалах протяжністю 2600 (це відповідає приблизно 10-річним денним даним). Як свідчить рис. 11.30, показнику Херста притаманна чітко виражена стійкість упродовж 40-річного періоду, який включає в себе абсолютно різні для США економічні умови: війни, Велику депресію, соціальний зсув 60-х років, нафтові шоки 70-их, штучний бум 1980-х та обвали фондових ринків у 1929, 1978 та 1987 рр.

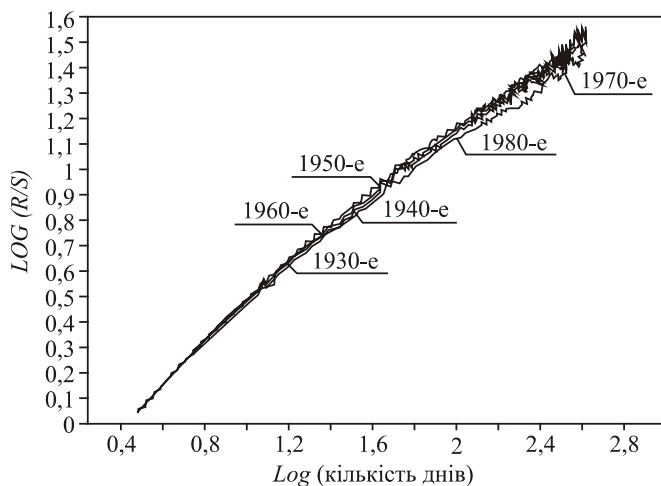


Рис. 11.30. R/S -аналіз даних прибутків $S \& P$ 500 у різних 10-річчях.
Зауважимо, що нахил кривих слабо змінюється від декади до декади.

Згідно з даними, наведеними у табл. 11.4, показник Херста змінюється у межах від 0,57 до 0,62 для кожного з десятиліть. Цікавим є й те, що чотирирічний цикл важко вирізнити. Це вказує на те, що 10-річні дані, навіть коли вони одноденні, недостатні для повного *R/S*-аналізу.

Таблиця 11.4

СТІЙКІСТЬ СТАТИСТИК

Приріст	Приблизні дати	Середній прибуток	Стандартні відхилення	<i>H</i>
1—2600	1928—1939	– 0,0598	0,3241	0,61
2601—5200	1939—1948	0,0474	0,1758	0,57
5201—7800	1948—1959	0,1228	0,1187	0,58
7801—10 400	1959—1968	0,0661	0,0993	0,59
10 401—13 000	1968—1979	0,0036	0,1383	0,62
13 001—15 600	1979—1989	0,1157	0,1772	0,59

І все ж таки *H*, менше від очікуваного, спонукає до думки, що в денних даних існує більша кількість реверсних значень, ніж це притаманно місячним даним. Про це будемо говорити далі. Що ж до стійкості, то *показник Херста*, безперечно, є однією із *найбільш стійких статистик*, яку вдалося розрахувати на сьогодні для фондового ринку.

У табл. 11.4, окрім значень показника Херста для кожного зміщення довжиною у 2600 днів, наведені середні значення та стандартні (середньоквадратичні) відхилення прибутків. Як бачимо, *вражаюче стійкою виглядає статистика H на фоні стандартних відхилень*.

Інваріантність відносно додавання

Стійким розподілам притаманна ще одна характерна особливість: сума однотипних випадкових величин, яким властивий стійкий розподіл, має розподіл того самого типу (але зазвичай з іншими параметрами). А тому, змінюючись у масштабі, випадкові величини зі стійким розподілом мають зберігати свої статистичні властивості у разі їх додавання.

Зазначимо, що випадкові величини, які відображають *k*-денні ($k = 2, 3, \dots$) зміни, можна розглядати як суму відповідних однорідних випадкових величин, що відображають одноденні зміни. У свою чергу, одноденні реальні зміни цін розглядатимемо як послідовність реалізацій відповідних (одноденних) випадкових величин.

Зробимо припущення, що одноденні ціни підпадають під нормальний¹ закон розподілу із середнім m та дисперсією S^2 . Тоді згідно з теорією у цьому разі k -денні зміни цін також мають бути нормально розподіленими, до того ж їх середнє складатиме $k \cdot m$, а дисперсія — $k \cdot S^2$. Тобто завдяки існуванню, дисперсія описується стійким законом $k \cdot S^2$ у процесі зміни параметра k .

Якщо ж, у свою чергу, розподіл денних цін вважати фрактальним із середнім m і показником Херста H , то розподіл k -денних цін повинен мати середнє $k \cdot m$, але у цьому разі дисперсія (яка, як уже зазначалося, є нескінченною або не існує для фрактальних розподілів) не повинна залишатися стійкою зі змінною k . Разом з тим показник Херста у ході зміни k має залишитися незмінним.

Результати досліджень щодо поведінки середнього, дисперсії та показника Херста, проведених Е. Петерсом на основі даних щодо фондового індексу *S & P 500*, наведено на рисунках 11.30, 11.31 та 11.32 відповідно. Як видно з рис. 11.30 (там наведено результати скейлінгу для середнього), середні ведуть себе відповідно до передбаченої теорії.

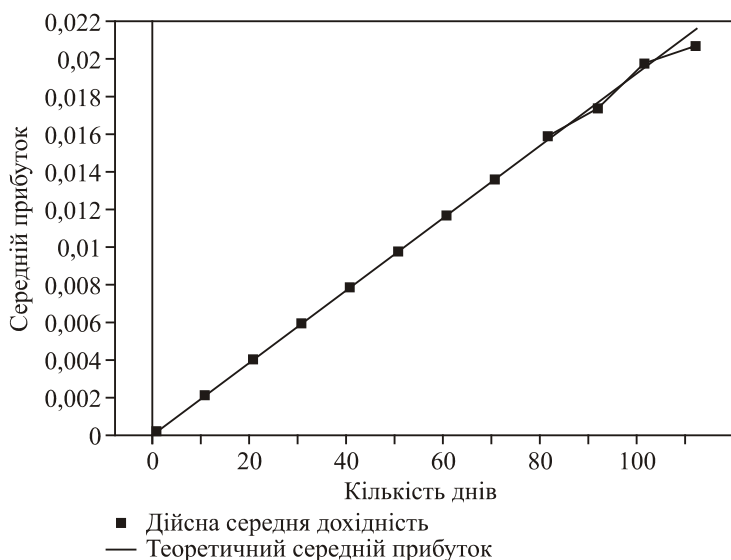


Рис. 11.30. Стійкість середнього прибутку: *S & P 500*, січень 1928 — грудень 1989 рр. Прибутки від 1 до 110-денних.

¹ Нормальний розподіл є особливим випадком у сімействі стійких (фрактальних) розподілів.

Дисперсія (рис. 11.31) набуває значень дещо більших за передбачувані гіпотезою щодо нормального розподілу. Крім того, її оцінки «поводять» себе досить таки хаотично. Власне, це ще раз підкреслює проблемність використання гіпотези щодо нормальності розподілів фінансових показників.

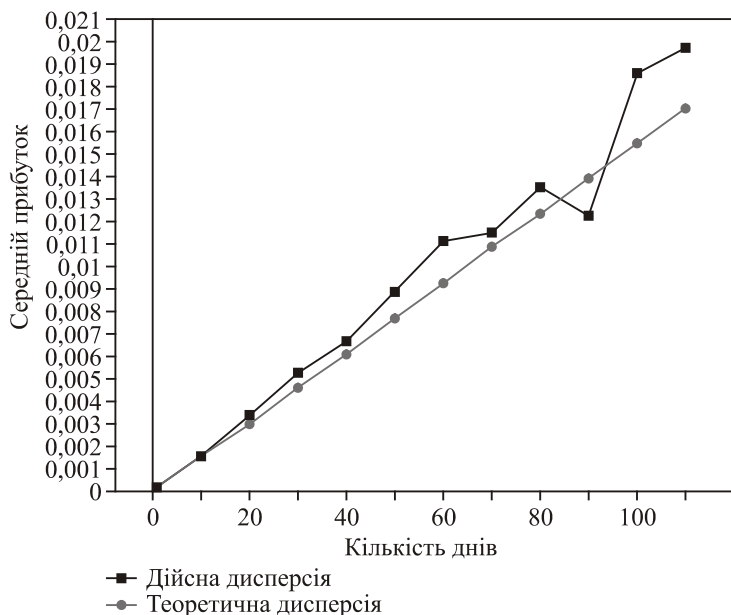


Рис. 11.31. Стійкість дисперсії: *S & P 500*, січень 1928 — грудень 1989 рр. Прибутки від 1 до 110-денних

Як бачимо з рис. 11.32, величина H зростає від 0,59 для одностовпних приростів до 0,78 для 30-ти денних приростів, хоча теоретично мала би залишатися сталою. Далі величина H коливається в інтервалі від 0,78 до 0,81 за всіма приростами. Тому можна зробити висновок, що для періодів, коротших за 20 днів, у системі наявний шум, який згодом зникає (приблизно між 20 і 30 днями) і величина H збігається до величини, приблизно рівної 0,78.

Довжина циклу виявилася досить однорідною. Вона проявляється в інтервалі від 900 до 1100 днів, тобто складає приблизно чотири роки. На рис.11.33 це проілюстровано для 20-денних прибутків.

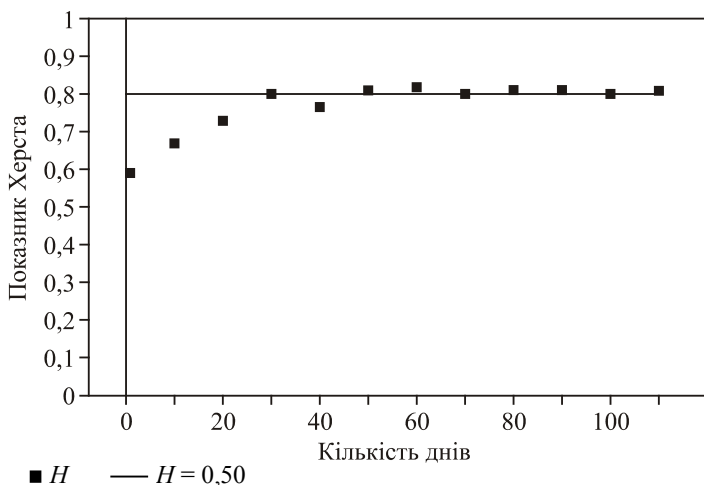


Рис. 11.32. Стійкість H : $S \& P 500$, січень 1928 — грудень 1989 рр. Прибутки від 1 до 110-денних

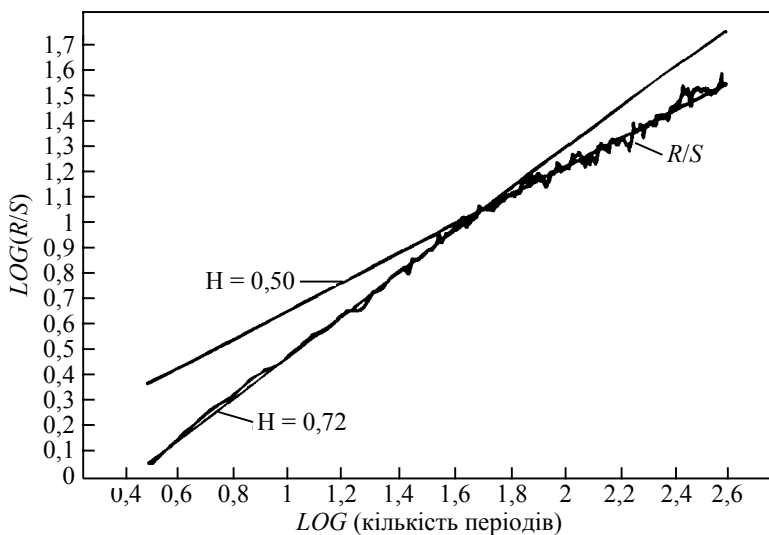


Рис. 11.33. R/S -аналіз: $S \& P 500$, двадцятиденні прибутки, січень 1928 — грудень 1989 рр.

Як бачимо, довжина циклу не залежить від роздільної здатності даних. «Джoker» з'являється у середньому кожні чотири роки незалежно від того, розглядаємо ми одностенні чи довші періоди.

Тобто, на відміну від стандартного статистичного аналізу, важливішим є не загальна кількість спостережень, а скільки періодів вони охоплюють (довжина часового періоду). Отже, щоденні дані за чотири роки, або 1040 спостережень, не дадуть такий хороший результат, який можуть дати щомісячні дані за сорок років, або лише 480 спостережень.

Отже, можна зробити висновок, що велика кількість даних (спостережень) для аналізу необхідна у тому випадку, коли досліджуються незалежні однаково розподілені величини. У такому разі час не має значення, на відміну від кількості спостережень. Однак для дослідження нелінійних систем довжина часового періоду є важливішою за роздільну здатність даних. У цьому випадку збільшення роздільної здатності даних фактично ускладнює аналіз, не підвищуючи при цьому значущість результатів.

Основні терміни та поняття



Фрактал

- алгебраїчний
- геометричний
- стохастичний (випадковий)

Динамічна система

Фазовий простір

Атрактор

Трикутник Серпінського

Сніжинка Коха

Фрактальна розмірність

Ітеративна функціональна система

Фрактальні часові ряди

Показник Херста

Метод нормованого розмаху (R/S -аналіз).

Випадковий часовий ряд

Антиперсистентний (або ергодичний) часовий ряд

Персистентний, або трендо-стійкий, часовий ряд

Емпіричний закон Херста

Циклічна система

Довжина циклу

Гіпотеза фрактального ринку

Стійкий паретіан (стійкий розподіл Парето)

Фрактальний розподіл

Питання для самоконтролю



1. Пояснити сутність фракталів (фрактальних форм).
2. Пояснити поняття алгебраїчного фракталу.
3. Пояснити поняття геометричного фракталу. Навести приклад.
4. Пояснити поняття стохастичного (випадкового) фракталу.
5. Навести приклад ітеративної функціональної системи.
6. Пояснити сутність поняття аттрактор.
7. Фрактальна розмірність: сутність поняття, властивості, способи вимірювання.
8. Дати пояснення поняття фрактального часового ряду.
9. Сутність методу нормованого розмаху (R/S -аналізу).
10. Класифікація часових рядів залежно від значення показника Херста.
11. Оцінка показника Херста.
12. Сутність емпіричного закону Херста.
13. Визначення довжини циклу. Взаємозв'язок між довжиною циклу та показником Херста.
14. Пояснити сутність лептоексцесу (лептоексцесних розподілів) на ринках капіталу.
15. Пояснити сутність Парето (фрактальних) розподілів.

Література для поглибленого вивчення



Основна

1. *Занг В. Б.* Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории : пер. с англ. — М.: Мир, 1999. — 335 с.
2. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. — М. : Институт компьютерных исследований, 2002. — 656 с.
3. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. — М. : Мир, 2000. — 333 с.

4. *Сергеева Л. Н.* Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса). — Запорожье : ЗГУ, 2002. — 227 с.

5. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация : Макроскопический подход к сложным системам. — М., 1991.

6. Mandelbrot B., Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis. Annals of Economic Social Measurement 1, 1972.

7. *Markowitz H. M.* Portfolio Selection // Journal of Finance. — 1952. — March. — P. 77—91.

Додаткова

8. *Арнольд В. И.* Теория катастроф. — М. : Наука, 1990. — 128 с.

9. *Кроновер Р. М.* Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. — Москва : Постмаркет, 2000. — 352 с.

10. *Кузнецов С. П.* Динамический хаос (курс лекций). — М. : Изд-во Физико-математической литературы, 2001. — 296 с.

11. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. — М. : Эдиториал УРСС, 2000. — 336 с.

12. *Петерс Э.* Фрактальный анализ финансовых рынков : Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. — М. : Интернет-трейдинг, 2004. — 304 с.

13. *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса : Новый диалог человека с природой. — М., 1986.

14. *Сергеева Л. Н.* Моделирование структуры экономических систем и процессов. — Запорожье : ЗГУ, 2002. — 88 с.

15. *Шустер Г. Г.* Детерминированный хаос : Введение. — М. : Мир, 1988. — 240 с.

16. *Feder J.* Fractals. — New York : Plenum Press, 1988.

17. Hurst H. E., Long-term Storage of Reservoirs. Transactions of the American Society of Civil Engineers 116, 1951.

18. Mandelbrot B. Scaling in financial prices. QUANTITATIVE FINANCE VOLUME 1, 2001.

19. Schroeder M. Fractals, Chaos, Power-laws. — New York: W. H. Freeman, 1991.

20. Kantz H., Schreiber T. Nonlinear Time Series Analysis, Cambridge Nonlinear Science Series. — Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

21. An Introduction to High-Frequency Finance / M. M. Dacorogna, R. Gencay, U. A. MGuller et al. — San Diego: Academic Press, 2001.

ТРЕНІНГ «СИСТЕМА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВИБОРУ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПРОЕКТУ»

12.1. Тренінг як інноваційна технологія активізації інтелектуального потенціалу студентів

На сьогодні однією з основних рушійних сил світової економіки є інноваційна діяльність¹, невід'ємною складовою якої є розвиток інтелектуальних технологій та їх активне впровадження в усі сфери життя. Поширення таких нових методів, механізмів і технологій дозволяє не лише значно підвищити ефективність використання різного роду ресурсів (мінеральних, природних, людських тощо), але й покращити в цілому «якість життя» людства. Також слід зазначити, що крім розвитку вже існуючих галузей економіки, впровадження різного роду інновацій² сприяє виникненню абсолютно нових напрямів бізнесу. Це, у свою чергу, потребує і нового типу спеціалістів, які були б здатні не лише швидко та вправно опановувати вже існуючі технології, але й бути джерелом нових ідей.

З огляду на це зростають вимоги і до навчальних програм вищих освітніх закладів, основним завданням яких є підготовка висококваліфікованих спеціалістів, які б відповідали сучасним ви-

¹ *Інноваційна діяльність* — діяльність, що спрямована на використання і комерціалізацію результатів наукових досліджень та розробок і зумовлює випуск на ринок нових конкурентоспроможних товарів і послуг (ст. 1 ЗУ «Про інноваційну діяльність»).

² *Інновації* — новостворені (застосовані) і (або) вдосконалені конкурентоспроможні технології, продукція або послуги, а також організаційно-технічні рішення виробничого, адміністративного, комерційного або іншого характеру, що істотно поліпшують структуру та якість виробництва і (або) соціальної сфери (ст. 1 ЗУ «Про інноваційну діяльність»).

могам ринку праці. Слід зазначити, що змін потребує не лише перелік та наповнення навчальних дисциплін, але й методика їх викладання. Зокрема, нині дедалі частіше використовуються методи активного навчання, які дозволяють значно підвищити здатність студентів сприймати великі обсяги нової інформації, активізують самостійність їхніх думок. До того ж, використання такої системи інноваційних підходів та методів спрямоване, головним чином, не на викладання готових знань і їх відтворення, а на самостійне оволодіння студентами знань у процесі активної пізнавальної діяльності.

На сьогодні доведено, що людина зазвичай запам'ятовує 10 % того, що прочитала, 20 % — того, що почула, 30 % — того, що побачила, 50 % побаченого та почутого. Тоді як за безпосередньої участі людини в будь-якому процесі у її пам'яті зберігається 80 % того, що вона говорить сама, і 90 % того, що робить або створює самостійно.

Методи активного навчання — це способи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів, які спонукають їх до активної розумової і практичної діяльності у процесі оволодіння матеріалом, коли активний не лише викладач, але й студенти [2].

Слід зазначити, що розмаїття форм та видів таких інноваційних технологій, дозволяє використовувати їх на всіх етапах навчального процесу:

Перший етап — первинне оволодіння знаннями. Зазвичай використовуються лекції, евристичні бесіди, навчальні дискусії тощо.

Другий етап — контроль знань, умінь та навичок (закріплення). Можуть бути використані такі методи навчання, як колективна розумова діяльність, тестування тощо.

Третій етап — формування професійних умінь і навичок на основі знань та розвиток творчих здібностей. Можливе використання модельованого навчання, ігрових і неігрових методів.

Класифікація методів активного навчання проводиться за такими ознаками:

- характер навчально-пізнавальної та ігрової діяльності;
- ступінь активізації студентів;
- спосіб організації ігрової взаємодії;
- місце проведення занять, їх цільове призначення;
- кількість слухачів-учасників;
- вид імітаційної моделі, що використовується, тощо.

Сьогодні найпоширенішою інноваційною формою навчання є *тренінг* — активний метод соціально-психологічного навчання,

що дозволяє за короткий термін не тільки оволодіти великим обсягом корисної інформації, а й забезпечити формування та вдосконалення відповідних професійних і практичних навичок [1]. У широкому розумінні — це запланована діяльність, скерована на формування, зміну навичок, поведінки.

Відмінність тренінгових технологій від класичних пасивних методів полягає у тому, що вони мають не узагальнений (загальноосвітній чи професійно-освітній) характер, а безпосередньо скеровані на підвищення ефективності процесу прийняття рішень.

На сьогодні найпоширенішою формою проведення тренінгів є рольові ділові гри.

Загалом існує багато різних визначень терміна «ділова гра». Так, деякі вчені розглядають ділову гру як модель¹ взаємодії людей у процесі досягнення деяких цілей економічного, політичного або престижного характеру. Дехто дотримується думки, що ділова гра — це моделювання вибірових аспектів конфліктної ситуації, яку виконують за раніше визначеними правилами, вихідними даними та методиками.

Є й таке визначення: ділова гра — це імітаційний процес моделювання систем і явищ, тобто процес аналізу, оцінювання, вироблення та прийняття рішення для конкретної навчальної ситуації в умовах, максимально наближених до реальних.

Підсумовуючи всі наведені вище означення поняття «ділова гра», можна сказати, що це спосіб набуття чи закріплення людиною певних навичок та знань, шляхом моделювання деякої практичної ситуації. Слід зазначити, що імітація ситуації відбувається в умовах, максимально наближених до реальних, тож обов'язковою ознакою тренінгу є наявність різних ролей, які розподіляються між усіма учасниками. Кожна роль має певні правила поведінки, завдання та регламент взаємодії з іншими слухачами гри, які задаються ведучим. Усі ролі зазвичай об'єднуються спільною метою.

З огляду на це в структурі тренінгу виокремлюють такі дві складові:

1. Формальну, під якою зазвичай розуміють «статичну», незмінну основу тренінгу, що включає:

- опис ситуації, в яку вступають гравці;

¹ *Модель* — це об'єкт, що замінює оригінал і відображає найважливіші риси та властивості оригіналу для даного дослідження, даної мети дослідження за обраної системи гіпотез.

- правила, які створюють основу для розвитку «неформальної» частини.

2. Неформальну «новаторську», яка втілює реальну поведінку та дії гравців, які в переважній більшості мають непередбачуваний характер.

Оскільки тренінг має передусім освітній, а не контролюючий характер, то форма його проведення має бути максимально ефективною для сприйняття аудиторією (учасниками) тієї інформації, яку прагне донести до неї викладач-ведучий.

Зважаючи на це, однією з важливих складових тренінгу є зворотний зв'язок, який виступає інструментом перевірки дієвості програми проведення тренінгу та актуальності проблематики, яка в ній висвітлюється. Крім того, оцінка, яку слухачі дають тренінгу, відіграє роль індикатора змін у тій сфері, що досліджується учасниками. Це дає змогу оперативно коригувати навчальний процес відповідно до нових вимог, які висуває до нього суспільство.

Зазвичай зворотний зв'язок здійснюється шляхом письмового опитування учасників стосовно того, наскільки вони задоволені результатами проведення тренінгу (*Додаток 2*).

Також слід зазначити, що на ефективність тренінгу істотно впливають і організаційні аспекти тренінгової діяльності: гарне освітлення, вентиляція приміщення, оптимальна температура, відсутність зайвого шуму, трансформація навчального приміщення відповідно до використовуваних методів навчання, оснащення необхідними меблями та устаткуванням тощо.

12.2. Мета, зміст та основні завдання тренінгу

Відповідно до навчальних планів підготовки магістрів зі спеціальності «Економічна кібернетика» магістерської програми «Моделювання та інформаційні технології в економіці», передбачено виконання студентами тренінгу на матеріалах віртуальної фірми/підприємства/установи.

Мета тренінгу: формування та закріплення системи професійних навичок студентів, які навчаються за спеціальністю «Еко-

номічна кібернетика» за магістерською програмою «Моделювання та інформаційні технології в економіці».

Зміст завдання тренінгу: провести аналіз альтернативних бізнес-планів на підґрунті застосування економіко-математичного моделювання з метою вирішення завдання прийняття рішення.

Завдання тренінгу розкриваються за такими змістовними модулями:

- розробка бізнес-плану власної справи; збір необхідних аналітичних даних; обчислення показників ефективності інвестиційного проекту за допомогою відповідного програмного забезпечення;
- фінансовий аналіз інвестиційних проектів на основі застосування економіко-математичного інструментарію;
- прийняття обґрунтованого та виваженого рішення з приводу того, який з альтернативних бізнес-проектів є найбільш привабливим з погляду інвестиційної компанії, котра вкладає в нього кошти.

Учасники тренінгу повинні знати: методологічні питання щодо здійснення інвестиційної діяльності; основи складання бізнес-плану; основи економіко-математичного моделювання, методи розрахунку та економічний зміст показників оцінювання ефективності інвестиційних проектів; методологічні підходи та апарат побудови ієрархічних економіко-математичних моделей.

Учасники тренінгу повинні вміти: збирати аналітичні дані на основі публічної інформації, здійснювати її опрацювання та робити відповідні висновки, використовуючи інструментарій економіко-математичного моделювання та відповідне програмне забезпечення; вільно оперувати інструментарієм економіко-математичного моделювання та пристосовувати математичні моделі для реальних економічних ситуацій.

Учасники тренінгу.

Команди студентів-магістрів, котрі виконують ролі:

- підприємців, які створюють власну фірму;
- фінансових аналітиків.

Викладачі-керівники тренінгу, яким відведена роль незалежних експертів.

Результатом тренінгу є: закріплення професійних знань; набуття професійних здібностей та відпрацювання навичок групової роботи щодо бізнес-планування; набуття та відпрацювання навичок щодо розроблення та застосування економіко-математичних моделей оцінювання ефективності бізнес-проектів з урахуванням ризику.

12.3. Етапи проведення тренінгу

Проведення тренінгу передбачає три етапи.

1. Організаційний етап:

1.1. Пояснення мети та завдання тренінгу;

1.2. Формування команд та конкретизація завдань;

1.3. Обговорення форми звітності результатів виконання завдань тренінгу.

2. Основний етап:

2.1. Робота команд із виконання завдань тренінгу;

2.2. Проведення викладачами консультацій з командами;

2.3. Презентації та обговорення результатів роботи команд.

3. Підбиття підсумків тренінгу:

3.1. Оцінювання роботи студентів;

3.2. Оцінювання ефективності тренінгу.

Детальну характеристику етапів проведення тренінгу наведено у плані-графіку (*Додаток 1*).

Вважається, що оптимальна чисельність учасників для проведення будь-якого тренінгу становить 10—20 осіб, яких можна ділити на 3—5 команд по 3—4 особи.

Відповідно до мети та завдань нашого тренінгу одна зі сформованих команд стає «Фінансовими аналітиками», які працюють в інвестиційній компанії. Решта команд стають засновниками нового бізнесу, розбудова якого потребує інвестицій (команди «Підприємці»).

Завдання для команд «Підприємців» полягає у розробленні бізнес-плану створення нового підприємства. Завданням учасників команди «Фінансові аналітики» є обґрунтування прийняття рішення стосовно вибору одного з наданих проектів для вкладання коштів на підґрунті якісного та кількісного аналізу інвестиційних проектів.

Остаточним результатом виконання завдання тренінгу є письмовий звіт, що відображає проведене командою-учасницею дослідження, та подається до захисту у вигляді доповіді-презентації.

Хоча структура звіту може залежати від багатьох факторів (обраного виду економічної діяльності та продукції, використаних методів та моделей прийняття рішення тощо), але у ньому мають бути відображені основні питання, рекомендовані навчально-методичними матеріалами (*Додаток 3—5*).

Презентація звітів команд тренінгу відбувається публічно, відповідно до встановленого кафедрою розкладу. Презентація організовується студентською командою авторів у довільній формі (для доповіді може делегуватися одна особа або кілька учасників). Доповідь має супроводжуватися наочними ілюстративними матеріалами, які полегшують сприйняття інформації. Рекомендована тривалість доповіді — 15 хвилин. Після доповіді члени викладацької комісії та інші слухачі можуть ставити питання як безпосередньо доповідачам, так і учасникам авторського колективу проекту (тобто членам команди). Орієнтовна тривалість дискусії по кожному звіту — 20 хвилин.

12.4. Загальні рекомендації щодо виконання завдань тренінгу

Матеріали для виконання тренінгу студенти збирають упродовж періоду, передбаченого навчальним планом для виконання тренінгу. Викладачі — керівники тренінгу консультують закріплені за ними команди щодо робочих питань за процедурою проведення тренінгу та перевіряють проміжні результати, отримані в ході реалізації завдання, щоб у разі наявності помилок скоригувати дії студентів.

З метою виокремлення основних структурних складових бізнес-плану, зв'язків суб'єкта економіки з навколишнім середовищем (відповідно до обраного виду діяльності віртуального підприємства та виду обраної продукції) та найбільш вагомих показників оцінки ефективності інвестиційних проектів студенти кожної команди тренінгу повинні глибоко проаналізувати такі інформаційні джерела

- періодичну та навчальну літературу, що дає змогу глибше зрозуміти методи проведення та структуру маркетингових досліджень, основи фінансового та інвестиційного аналізу;

- результати власних спостережень/досліджень студента щодо специфіки та порядку роботи фінансових інституцій;

- матеріали галузевих досліджень, опубліковані в електронних та періодичних виданнях (зокрема: наукові статті; приклади бізнес-планів; результати спостережень/співбесід з керівниками

відділів фінансового аналізу та ризик-менеджменту; матеріали, зібрані студентами із галузевих виставок/презентацій).

Особливу увагу слід надати вивченню матеріалу, який характеризує:

- ситуацію на ринку (попит, пропозицію, ціни, рівень конкуренції, контингент), на якому буде реалізовано продукцію (товари, послуги) новоствореного підприємства;
- методи якісного й кількісного аналізу та оцінювання ризиків, які притаманні тому чи іншому виду економічної діяльності;
- методологічні підходи щодо прийняття інвестиційних рішень;
- автоматизовані системи створення бізнес-моделі підприємства та обґрунтування прийняття інвестиційних рішень.

12.5. Основні теоретичні відомості

12.5.1. Бізнес-план як інструмент всебічного аналізу інвестиційного проекту та невід’ємна складова успішного бізнесу

Успішне функціонування компанії, зацікавленої у стабільному розвитку та формуванні довготривалих і міцних ділових зв’язків, неможливе без бізнес-планування. Зокрема, важливим є розроблення операційного та стратегічного планів, які, крім загального визначення пріоритетних цілей підприємства на наступні декілька років, включають програму конкретних заходів, спрямованих на їх досягнення, а також дієві системи контролю за виконанням цієї програми та оцінки якості всіх процесів на підприємстві. Як свідчить міжнародний досвід, запровадження таких механізмів дозволяє значно покращити ефективність діяльності компанії та підвищити оперативність її захисної реакції на негативні зміни зовнішнього середовища.

Це необхідно враховувати і при створенні нового бізнесу. Так, наявність детального бізнес-плану підприємства є обов’язковою умовою з боку потенційних інвесторів для надання йому інвестицій.

В економічній літературі бізнес-план розглядають у таких аспектах:

- як самодостатній інструмент внутрішньофірмового планування і аналог стратегічного плану;
- як інструмент ділового планування, насамперед, планування відносин з контактними організаціями, від яких залежить обсяг фінансових ресурсів (кредиторами, інвесторами);
- як механізм аналізу, контролю й оцінювання діяльності підприємства;
- як результат дослідження та обґрунтування конкретного напрямку діяльності й розвитку підприємства.

Найпоширенішим є таке визначення поняття бізнес-плану.

Бізнес-план — це письмовий документ, у якому викладено суть підприємницької ідеї, шляхи й засоби її реалізації, охарактеризовано ринкові, виробничі, організаційні та фінансові аспекти реалізації певного інвестиційного проекту, або функціонування діючого підприємства чи майбутнього бізнесу та особливості управління ними.

Слід зазначити, що нині бізнес-планування найчастіше використовують у процесі залучення інвестицій для реалізації певного інвестиційного проекту.

Інвестиції — це тимчасова відмова економічного суб'єкта від споживання наявних у його розпорядженні ресурсів (коштів) і використання цих коштів для зростання свого добробуту в майбутньому.

Інвестиційний проект — це план чи програма заходів, пов'язаних зі здійсненням капітальних вкладень з метою наступного повернення коштів та отримання прибутку. Проект має бути науково обґрунтованим, відповідати існуючим вимогам. Це, зокрема, обґрунтування економічної доцільності, обсягів і термінів здійснення капітальних вкладень, наявність необхідної проектно-кошторисної документації, розробленої згідно з чинним законодавством.

Стандартної форми бізнес-плану не існує, але у будь-якому випадку він повинен містити всю минулу та поточну діяльність підприємства, опис його зовнішнього ринкового середовища, а також фінансовий план інвестиційного проекту, що його планують реалізувати. Бізнес-план може розроблятися як власними силами підприємства, так і з залученням консультантів-фахівців.

Досить часто використовують структуру бізнес-плану, наведену в табл. 5.1. Вона є найбільш повною та універсальною як для вітчизняних, так і зарубіжних інвесторів.

Усі частини бізнес-плану тісно пов'язані між собою, взаємно доповнюють та підсилюють одна одну. Зокрема, аби якомога точніше визначити економічну доцільність певного інвестиційного проекту та його фінансову ефективність, особа, котра розробляє бізнес-план, має ретельно продумати та сформулювати детальний маркетинговий план майбутнього підприємства, який включатиме в себе глибокий аналіз усіх його виробничих та невиробничих процесів у статичній та динамічній, прогнози щодо ситуації, яка буде спостерігатися на ринку та в галузі впродовж найближчих 5 років, а також імовірність зміни політичної ситуації, законодавчої бази тощо. Недооцінювання конкурентів та поверхнева увага до юридичних аспектів того чи іншого виду діяльності взагалі можуть звести нанівець усі спроби розпочати власну справу чи підвищити ефективність та потужність уже діючого підприємства.

Таблиця 12.1

СТРУКТУРА БІЗНЕС-ПЛАНУ

№ з/п	Назва розділу
	<i>Резюме</i>
<i>1</i>	<i>Характеристика об'єкта інвестування</i>
1.1	Цілі проекту
1.2	Аналіз сильних та слабих сторін проекту
1.3	Короткий опис утвореного підприємства із зазначенням його організаційної структури та системи управління
<i>2</i>	<i>Характеристика продукції</i>
2.1	Опис продукції, що виробляється за проектом
<i>3</i>	<i>Аналіз ринку</i>
3.1	Оцінка галузі
3.2	Місткість ринку
3.3	Сегментація ринку
3.4	Ринкова ціна продукції
3.5	Прогноз динаміки цін на продукцію
<i>4</i>	<i>Аналіз конкурентів</i>
4.1	Перелік конкурентів та їх порівняльна характеристика
4.2	Порівняльна характеристика продукції

Закінчення табл. 12.1

№ з/п	Назва розділу
5	<i>Маркетинговий план</i>
5.1	Маркетингова стратегія
5.3	Прогнозні обсяги виробництва продукції
5.4	Прогнозні запаси готової продукції на складах
5.5	Прогнозні обсяги збуту продукції
5.6	Прогнозні обсяги доходів
6	<i>План і структура виробництва</i>
6.1	Місце розташування об'єкта інвестування
6.3	Сировина, матеріали, комплектуючі
6.4	Характеристика персоналу (штатний розклад)
6.5	Будівлі та споруди, запланована потужність
6.6	Змінні витрати за проектом
6.7	Динаміка змінних витрат
6.8	Постійні витрати
7	<i>Організаційний план та управління проектом</i>
7.1	Менеджмент проекту
7.2	План-графік реалізації проекту
7.3	Бюджет проекту
8	<i>Юридичний план</i>
9	<i>Аналіз ринку</i>
9.1	Аналіз ринку
10	<i>Фінансовий план</i>
10.1	Планова калькуляція собівартості
10.2	Точка беззбитковості за проектом
10.3	Звіт про збитки/прибутки
10.4	Рух грошових коштів
10.5	Показники ефективності інвестиційного проекту
10.6	Аналіз чутливості

12.5.2. Показники ефективності інвестиційного проекту

Зважаючи на міжнародну практику, саме оцінка ефективності інвестиційних проектів відіграє вирішальну роль у процесі прийняття інвестиційних рішень. Потенційних інвесторів цікавить питання строку окупності проекту, тобто час, через який вони зможуть повернути свої кошти, норма дохідності інвестицій, тобто, який дохід їм принесе таке вкладання коштів, та надійність/ризикованість проекту. Оцінка перших двох параметрів здійснюється за допомогою системи показників ефективності інвестиційного проекту. Ризикованість проекту визначається шляхом якісного аналізу всіх факторів, що напряду чи опосередковано можуть негативно вплинути на бізнес, а також на підґрунті аналізу чутливості показників ефективності проекту, зокрема методами імітаційного моделювання.

Кожна гривня, отримана сьогодні, коштує більше, ніж гривня, яку інвестор може отримати у будь-якому інтервалі часу наступних періодів. Тому одним із концептуальних підходів до аналізу інвестиційних проектів є оцінка вартості грошових потоків у часі. Такий підхід зумовлює необхідність визначення теперішньої вартості (дисконтування) та майбутньої вартості грошових потоків доходів і витрат, що породжує інвестиційний проект.

Найбільш поширеними є такі три основні показники оцінки ефективності інвестицій, що базуються на методі дисконтування грошових потоків у часі: дисконтований період окупності інвестицій (payback period, PP), чиста приведена вартість (net present value, NPV) та внутрішня норма дохідності (internal rate of return, IRR).

Сутність показника чистої приведеної вартості полягає в тому, що він дає можливість порівняти між собою теперішню вартість майбутніх доходів від реалізації інвестиційного проекту з інвестиційними витратами, які необхідно здійснити в поточному періоді. Інакше кажучи, чиста приведена вартість являє собою різницю між теперішньою вартістю суми чистого грошового потоку та сумою інвестиційних витрат за проектом. При цьому вливання коштів може здійснюватись як одноразово, так і частинами впродовж певного періоду. Це стосується формування прибуткових грошових потоків та повернення інвестицій. Загальна математична інтерпретація цього показника має такий вигляд:

$$NPV = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t} - I_0, \quad (12.1)$$

де I_0 — обсяг вкладених інвестицій у початковий момент часу;

CF_t — чистий грошовий потік у період часу t ;

T — тривалість проекту;

r — ставка дисконтування.

Якщо $NPV > 0$, тобто прибуток, який можна отримати в процесі реалізації інвестиційного проекту, перевищує обсяг коштів, які в нього вкладаються, то проект є дійсно ефективним та привабливим для потенційних інвесторів. За протилежної ситуації ($NPV \leq 0$) реалізація проекту є недоцільною.

У прогнозуванні прибутків за періодами бажано враховувати усі види надходжень як виробничого, так і невиробничого характеру, що можуть бути асоційовані з даним проектом.

Найбільш суперечливою змінною, яка враховується при розрахунку NPV , є ставка дисконту, що індивідуально обирається для кожного інвестиційного проекту. Її значення суттєво впливає на кількісний показник відносної вартості чистого грошового потоку в кожному інтервалі часу. Відповідно до рекомендацій UNIDO «норма дисконту має відповідати фактичній нормі доходності за довгостроковими позиками на ринку капіталу або відсотковій ставці, яку сплачує отримувач позики». У цьому разі ставка дисконту, що використовується для розрахунків чистої приведеної вартості, відповідатиме рівню прибутку інвестора, який можна отримати, поклавши таку ж суму грошей на депозит чи вклавши в інший інвестиційний проект (за умови, що рівень інвестиційних ризиків для всіх альтернативних варіантів, які розглядаються, однаковий). Інакше кажучи, ставка дисконту, що використовується у цих розрахунках, є мінімальним рівнем норми прибутку, нижче якого будь-який інвестор вважає недоцільним вкладати кошти у певний інвестиційний проект.

Ставка дисконтування має враховувати ступінь ризикованості інвестицій. Чим вищий рівень інвестиційного ризику за проектом, тим вищим має бути рівень інвестиційного прибутку за ним, а відповідно і ставка дисконту, за якою має обчислюватися чиста приведена вартість.

Залежно від виду економічної діяльності та інших параметрів зовнішнього середовища підприємства, на базі якого реалізується той чи інший інвестиційний проект, ставка дисконтування може визначатися індивідуально та змінюватись у часі відповідно до ситуації, що спостерігається на Світовому фінансовому ринку. З

огляду на те, що ступінь ризику одного й того самого інвестиційного проекту може змінюватись у часі, відповідно може коригуватися і норма дисконтування. В Україні досить часто як ставку дисконтування використовують облікову ставку НБУ.

Слід зазначити, що показник NPV має властивість адитивності у просторово-часовому аспекті, тобто NPV суми різних проектів є сумою NPV цих проектів. Це дуже важлива властивість, яка відрізняє цей критерій з-поміж інших і дозволяє використовувати його як основний для аналізу оптимальності портфеля інвестицій.

На сьогодні відомо багато різних способів і методів прогнозування змінних та параметрів, які необхідні для визначення NPV .

Фінансово-економічне обґрунтування інвестиційного проекту передбачає, зокрема, прогнозування трьох основних грошових потоків: потоку інвестицій, поточних (операційних) витрат і потоку надходжень. Жоден із цих потоків неможливо абсолютно точно передбачити (спланувати, спрогнозувати), оскільки на етапі обґрунтування проекту немає (і не може бути) вичерпної інформації, зокрема, стосовно майбутнього стану ринку, цін та обсягів реалізації продукції, цін на сировину та матеріали, решти грошово-вартісних параметрів.

Отже, у загальному випадку NPV є функцією багатьох змінних $x_j, j = 1, \dots, m$, більшість із яких можна трактувати як випадкові (чи розпливчасті, нечіткі) величини, тому і функція цих змінних (NPV) є випадковою або розпливчастою (нечіткою) величиною [14], тобто

$$NPV = f(x_1, \dots, x_m, t). \quad (12.2)$$

Наступним показником, який використовують у процесі оцінювання ефективності інвестиційного проекту, є внутрішня норма дохідності (Internal rate of return, або IRR). IRR характеризує таку ставку дисконту, за якої теперішня вартість доходів за інвестиційним проектом дорівнює теперішній вартості витрат за ним. Отже, внутрішня норма дохідності являє собою таку ставку дисконту ($IRR = r$), за якої показник чистої приведеної вартості за інвестиційним проектом набуває нульового значення, тобто

$$\sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1 + IRR)^t} - I_0 = 0, \quad (12.3)$$

де I_0 — обсяг вкладених інвестицій у початковий момент часу;

CF_t — чистий грошовий потік у період часу t ;

T — тривалість проекту.

Сутність цього коефіцієнта полягає у такому: *IRR* показує максимально допустимий відносний рівень витрат, що можуть бути асоційовані з даним проектом. Водночас слід пам'ятати, що одне й те саме значення показника внутрішньої норми дохідності може бути отримане за інвестиційними проектами з різною структурою чистих грошових потоків як за обсягом, так і у часі (кількості досліджуваних інтервалів часу реалізації інвестиційних проектів). Тому в процесі розрахунку та аналізу цього показника необхідно зіставляти структуру та розподіл у часі дисконтованих чистих грошових потоків за різними інвестиційними проектами — тільки у цьому разі порівняння показників внутрішньої норми дохідності за ними буде коректним.

Визначення показника внутрішньої норми дохідності на практиці є досить складним процесом, в основі якого лежить метод послідовних ітерацій.

Крок 1. Обираємо два значення коефіцієнта дисконтування $r_1 < r_2$ таким чином, щоб в інтервалі (r_1, r_2) функція $NPV = f(r)$ змінювала своє значення з «+» на «-», або навпаки.

Крок 2. Обчислюємо значення коефіцієнта дисконтування r_3 за формулою

$$r_3 = r_1 + \frac{f(r_1)}{f(r_1) - f(r_2)}(r_2 - r_1). \quad (12.4)$$

Крок 3. Перевіряємо, якого значення («+» чи «-») набуває *NPV* для значення коефіцієнта дисконтування r_3 .

Для наступного кроку залишається той з інтервалів (r_1, r_3) чи (r_3, r_2) , на якому функція $NPV = f(r)$ змінює значення з «+» на «-», або навпаки. Повторюємо кроки 2 і 3 доти, доки модуль різниці між двома послідовними значеннями коефіцієнтів дисконтування стане меншим за деяке задане число $\epsilon > 0$.

З метою спрощення таких розрахунків складено спеціальні фінансові таблиці та комп'ютерні програми, які дають змогу автоматично визначати показник внутрішньої норми дохідності за різних значень грошових потоків за інвестиційними проектами.

Позитивне інвестиційне рішення щодо реалізації проекту на основі показника внутрішньої норми дохідності може бути прийнято за умови, що значення цього показника перевищує ставку дисконту, яка дорівнює мінімальному рівню норми прибутку на ринку капіталу з урахуванням відповідного рівня інвестиційного ризику.

Основною проблемою, пов'язаною з використанням *IRR* і *NPV*, є те, що ці два показники конфліктують між собою, тобто

при оцінюванні двох інвестиційних проектів вони можуть давати протилежні результати.

Цю проблему можна усунути, використавши замість показника внутрішньої норми дохідності модифіковану внутрішню норму дохідності (*modified internal rate of return*) *MIRR*) [10]. Модифікована внутрішня норма дохідності — це ставка дисконту, за якої кінцева вартість надходжень за проектом дорівнює поточній вартості витрат за проектом. Модифікована внутрішня норма дохідності обчислюється за формулою

$$MIRR = \sqrt[T]{\frac{\sum_{t=0}^T CIF_t (1+r)^{T-t}}{\sum_{t=0}^T \frac{COF_t}{(1+r)^t}}} - 1, \quad (12.5)$$

де CIF_t — надходження за проектом у період часу t ;

COF_t — інвестиційні витрати за проектом у період часу t .

Показники строку окупності інвестицій (*PP*) та дисконтованого строку окупності інвестицій (*DPP*) дозволяють оцінити швидкість повернення вкладених коштів, а саме розрахувати час, необхідний для покриття інвестованих коштів за рахунок грошового потоку, який генерується в результаті здійснення інвестиційного проекту. За інших однакових параметрів потенційний інвестор віддасть перевагу тому проекту, строк окупності якого буде меншим.

Метод визначення строку окупності інвестицій не передбачає часової впорядкованості грошових надходжень. Алгоритм розрахунку строку окупності (*PP*) залежить від рівномірності розподілу прогнозованих доходів за інвестиційним проектом. Якщо дохід розподілено за роками рівномірно, строк окупності можна розраховувати діленням одноразових витрат на величину річного доходу, що ними зумовлений. При отриманні дробового числа, воно округлюється в бік збільшення до найближчого цілого. Якщо прибуток розподілено нерівномірно, строк окупності обчислюється прямим підрахунком числа років, упродовж яких інвестування буде погашено кумулятивним доходом. Загальна формула розрахунку показника *PP* має такий вигляд:

$$PP = \min n, \text{ за якого } \sum_{t=1}^n CF_t \geq I_0. \quad (12.6)$$

Для більш точного розрахунку показника *PP* треба розглянути і дробову частину року; при цьому робиться негласне припущення, що грошові потоки розподілені рівномірно протягом кожного року.

При обчисленні строку окупності інвестицій потрібно враховувати часовий аспект. У цьому випадку в розрахунок треба включити дисконтовані грошові потоки, а відповідна формула для розрахунку дисконтованого строку окупності DPP набуває вигляду

$$DPP = \min n, \text{ за якого } \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} \geq I_0. \quad (12.7)$$

В оцінюванні інвестиційних проектів критерії PP і DPP можуть використовуватись двоюко: а) проект приймається, якщо окупність має місце; б) проект приймається лише тоді, коли строк окупності не перевищує встановленого в компанії деякого ліміту.

Показник строку окупності інвестиції простий у розрахунках, разом з тим він має багато недоліків, які слід враховувати в аналізі: він не враховує впливу доходів у оцінках періодів; оскільки цей метод ґрунтується на недисконтованих оцінках, він не робить різниці між проектами з однаковою сумою кумулятивних доходів, але різним розподілом її за роками; даний метод не має властивостей адитивності.

Існує ряд ситуацій, за яких застосування методу, заснованого на розрахунку строку окупності інвестицій, є доцільним. Метод ефективний у ситуації, коли інвестиції пов'язані з високим ступенем ризику, а відтак, чим коротший строк окупності, тим менш ризикованим є проект. Така ситуація є характерною для галузей або видів діяльності, яким притаманна більша ймовірність досить швидких технологічних змін. Отже, на відміну від критеріїв NPV і IRR , критерій PP (DPP) дозволяє отримати оцінки, більш грубі, щодо ліквідності та ризикованості проекту. Поняття ліквідності проекту тут умовне: вважається, що з-поміж двох проектів більш ліквідним є той, в якого менший строк окупності. Що стосується порівняльної оцінки ризикованості проектів за допомогою критеріїв PP (DPP), то логіка міркувань тут така: грошові надходження віддалених від початку реалізації проекту років важко прогнозовані, тобто вони більш ризиковані порівняно з надходженнями перших років; тому з двох проектів менш ризикованим є той, у якого менший строк окупності.

Окрім зазначених вище показників, у процесі фінансового аналізу інвестиційного проекту також використовують і низку інших показників, які носять переважно допоміжний характер та дозволяють провести більш глибокий фінансовий аналіз інвестиційного проекту, зокрема: індекс прибутковості (profitability

index), середню норму рентабельності (average rent of return), оцінку майбутньої вартості проекту (terminal value) тощо.

Індекс прибутковості (profitability index) дозволяє визначити суму прибутку, яку приносить одиниця вкладених коштів, та розраховується за такою формулою:

$$PI = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t}}{I_0} \quad (12.8)$$

де I_0 — обсяг вкладених інвестицій у початковий момент часу;

CF_t — чистий грошовий потік у період часу t ;

T — тривалість проекту;

r — ставка дисконтування.

Якщо $PI > 1$, то реалізація інвестиційного проекту є економічно вигідною, адже дозволить отримати прибуток, обсяг якого перевищить суму вкладених коштів. У випадку $PI < 1$ вкладання коштів є недоцільним. З огляду на інфляцію та інші фактори, які поступово знецінюють вартість грошей у часі, неприйнятною для інвестора та особи, котра залучає інвестиції, є і ситуація, коли $PI = 1$.

На відміну від чистого приведенного ефекту, індекс прибутковості є відносним показником: чим більше значення цього показника, тим вища віддача кожної гривні, інвестованої в даний проєкт. Завдяки цьому критерій PI є дуже зручним при виборі одного проєкту з низки альтернативних, що мають приблизно однакові значення NPV (зокрема, якщо два проєкти мають однакові значення NPV , але різні обсяги потрібних інвестицій, то, очевидно, вигіднішим є той із них, який забезпечує більшу ефективність вкладень), або при комплектуванні портфеля інвестицій з метою максимізації сумарного значення NPV .

12.5.3. Моделювання процесу прийняття інвестиційних рішень



Ієрархічне представлення завдання обґрунтування прийняття інвестиційних рішень

Природним способом зниження складності та трудомісткості управління, зокрема, розроблення стратегічних і тактичних планів щодо діяльності економічної системи, а отже, і зниження

ступеня ризику щодо прийняття некоректних рішень, є факторизація набору показників, що дозволяє суттєво скоротити їх кількість. Така факторизація може бути здійснена в результаті заміни тієї чи іншої групи показників їх інтегрованою комплексною оцінкою.

Побудова інтегрованої комплексної оцінки включає такі основні етапи:

1) збір, систематизація та аналітичне опрацювання інформації (статистичної, експертної);

2) вибір та обґрунтування системи показників, що використовуються для обчислення інтегрованої комплексної оцінки, їх структуризація;

3) розроблення методології, методики та інструментарію щодо обчислення інтегрованого показника;

4) ранжирування об'єктів (елементів вибірки) згідно з кількісним значенням інтегрованого показника.

Зазначимо, що проблема багатоцільового (багатокритеріального) оцінювання та впорядкування елементів (об'єктів) певної вибіркової множини характеризується трьома чинниками: $\{v, k, w\}$, де v — метод нормалізації, k — співвідношення пріоритету (вагомість), w — критерій згортки.

Нормалізація застосовується для переходу до порівняльних шкал у значеннях показників ефективності та ризику, що характеризують інвестиційний проект. Під співвідношенням пріоритету (k) матимемо на увазі вектор вагових коефіцієнтів $(k_1, \dots, k_n)$ на компонентах відповідних деталізованих показників. Під критерієм згортки w матимемо на увазі інтегрований (синтезований) показник, згідно з яким здійснюється упорядкування множини елементів заданої вибірки. Як правило, критерій згортки є функцією, що відображає R^n у R^1 .

Існують різні підходи і методи нормалізації, принципи урахування пріоритету та критерії згортки [12]. Для наших цілей може бути корисним метод аналізу ієрархій, який набув уже багато практичних застосувань. Цей метод передбачає декомпозицію проблеми на окремі складові, забезпечуючи її структурування та спрощення з виокремлення (побудовою) ієрархії, що містить різні критерії.

Ієрархія (*гр.*, від священний і влада) — тип структурних відносин у складних багаторівневих системах, які характеризуються упорядкованістю, організованістю взаємодій між окремими рівнями по вертикалі. При цьому кожний елемент вищого рівня ієрархії можна розкласти (деталізувати) на кілька часткових еле-

ментів нижчого рівня, які, у свою чергу, деталізуються множиною елементів наступного (нижчого) рівня, і т. д. Разом з тим можливий і зворотний напрямок перетворень — синтез.

Залежно від того, який взаємозв'язок простежується між елементами ієрархії, розрізняють такі їх види:

- домінантні (нормальні) ієрархії, в яких елементи нижчих рівнів повністю описують вектор рішень вищого порядку. У таких ієрархіях виконується принцип ієрархічної неперервності, згідно з яким елементи нижчого рівня ієрархії є попарно порівняльними між собою з погляду елементів більш високого рівня, і цей процес неперервно продовжується від вершини ієрархії до її найнижчого рівня (альтернатив).

- холарії (ієрархії розшарування), в яких існує зворотний зв'язок. При цьому елементи нижчих рівнів не обов'язково в сумі складають вектор вищого порядку.

Існують також інші класифікаційні ознаки ієрархій. Зокрема, за кількістю ступенів упорядкування виокремлюють такі ієрархічні моделі:

- ◆ дворівневі;
- ◆ трирівневі;
- ◆ багаторівневі.

За характером зв'язку між об'єктами-«батьками» та об'єктами-«нащадками»:

- ієрархії з однаковим числом та функціональним складом елементів-«нащадків» під елементами-«батьками» (тобто кожний критерій нижчого рівня пов'язаний з усіма об'єктами вищого, по відношенню до нього, рівня).

- ієрархії з різним числом та функціональним складом елементів-«нащадків» під елементами-«батьками» (тобто кожний критерій нижчого рівня пов'язаний не з усіма об'єктами вищого, по відношенню до нього, рівня).

Нижче наведено декілька варіантів відображення ієрархічних дерев.

Даний метод представлення та аналізу задач прийняття рішень уперше запропонував Т. Сааті та назвав його методом аналізу ієрархії (Analytic Hierarchy Process). На його думку, основними перевагами такого підходу є наочність та легкість сприйняття людиною. Окрім того, детальна декомпозиція складних задач значно підвищує ефективність роботи з ними та зменшує ймовірність помилки. Слід зазначити також, що метод аналізу ієрархії можна застосовувати як для кількісного, так і якісного аналізу.

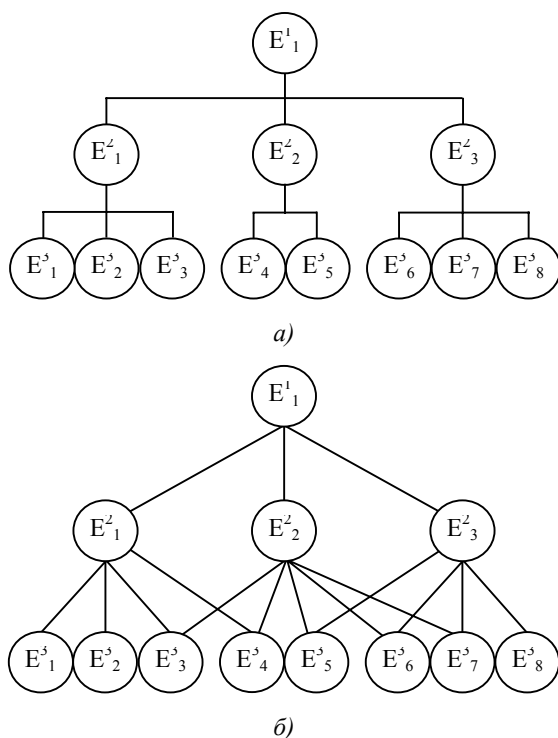


Рис. 12.1. Ієрархічні домінантні моделі, де E^i_j — елементи ієрархії, верхній індекс указує на рівень ієрархії, нижній індекс — на їх порядковий номер на відповідному рівні ієрархії.

Узагальнений алгоритм методу аналізу ієрархій складається з таких кроків:

Крок 1. Формування багаторівневої ієрархічної структури, що містить на верхньому рівні інтегрований показник, нижче — часткові критерії (блоки показників) і т. д. На найнижчому рівні ієрархії розташовані деталізовані показники, для яких не має сенсу подальша їх деталізація.

Крок 2. Побудова матриць попарних порівнянь елементів ієрархічної структури, що містяться на певному рівні ієрархії (крім інтегрованого) з погляду критерію безпосередньо вищого рівня, який деталізують порівнювані елементи.

Крок 3. Обчислення значень вагових коефіцієнтів (векторів) кожного з елементів ієрархічної структури (крім інтегрованого) з погляду елемента, який розташований на безпосередньо вищому

рівні ієрархії. Треба наголосити, що після реалізації третього кроку є сенс здійснити перевірку органічності та адекватності кількісної оцінки пріоритетів.

Крок 4. Обчислення вектора вагових коефіцієнтів деталізованих показників ефективності та ризику інвестиційних проєктів, які розташовані на найнижчому рівні ієрархічної структури з погляду інтегрованого показника, що міститься на вершині ієрархічної структури. Іншими словами, обчислюються кількісні значення вагових коефіцієнтів деталізованих показників та проводиться їх нормалізація.

Крок 5. Обчислення інтегрованого показника оцінювання конкретного інвестиційного проєкту, згідно з якими здійснюється впорядкування об'єктів досліджуваної множини.

У методі аналізу ієрархій існує три методи порівняння альтернатив: попарне порівняння; порівняння альтернатив щодо стандартів та порівняння альтернатив копіюванням.

Розглянемо метод попарних порівнянь, що найчастіше використовують для визначення вектора вагових коефіцієнтів відповідних деталізованих показників (критеріїв, альтернатив).

Нехай необхідно порівняти n альтернатив (критеріїв, показників) $C_1, C_2, \dots, C_n$ з метою визначення їх вагових коефіцієнтів $k_1, k_2, \dots, k_n$. Наголосимо, що вагові коефіцієнти мають задовольняти умови:

- $k_1, k_2, \dots, k_n > 0$;
- $k_1 + k_2 + \dots + k_n = 1$.

Результатом попарних порівнянь альтернатив будуть відношення $c_{ij} = \frac{k_i}{k_j}$, які показують, у скільки разів i -та альтернатива для експерта є важливішою за j -ту. Слід зазначити, що при попарному порівнянні зазвичай використовують шкалу відносної важливості, розроблену Т. Сааті.

Таблиця 12.2

ШКАЛА ВІДНОСНОЇ ВАЖЛИВОСТІ

Інтенсивність відносної важливості	Визначення	Пояснення
1	Рівна важливість	Рівний вплив двох критеріїв (об'єктів, подій) на загальну оцінку
3	Помірна перевага одного над другим	Досвід і судження дають легку перевагу одному критерію (об'єкту, події) над іншим

Інтенсивність відносної важливості	Визначення	Пояснення
5	Суттєва або сильна перевага	Досвід і судження дають сильну перевагу одному критерію (об'єкту, події) оцінки
7	Значна перевага	Одному критерію (об'єкту, події) надається настільки сильна перевага, що вона стає практично визначальною
9	Дуже значна перевага	Очевидність переваги одного критерію (об'єкта, події) оцінки над іншим підтверджується найбільш сильно.
2, 4, 6, 8	Проміжні рішення між двома сусідніми судженнями	Застосовуються в компромісному випадку
Обернені величини приведених вище чисел (1/2, 1/5 ...)	Якщо у результаті порівняння одного критерію (об'єкта, події) з іншим отримано одне з вищевказаних чисел (наприклад 3), то при порівнянні другого виду діяльності з першим отримаємо обернену величину (тобто 1/3)	
0	Якщо критерії неможливо порівняти	

Результати таких попарних порівнянь можна подати у вигляді матриці:

$$C = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{k_1} & \frac{k_1}{k_2} & \dots & \frac{k_1}{k_n} \\ \frac{k_2}{k_1} & \frac{k_2}{k_2} & \dots & \frac{k_2}{k_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{k_n}{k_1} & \frac{k_n}{k_2} & \dots & \frac{k_n}{k_n} \end{pmatrix} \text{ або } C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}. \quad (12.9)$$

«Ідеальна» матриця попарних порівнянь має властивості:

1. Для будь-якого i справедлива рівність $c_{ii} = 1$ $\left(c_{ii} = \frac{k_i}{k_i} = 1 \right)$;

2. Для будь-яких i та j справедлива рівність $c_{ij} = \frac{1}{c_{ji}}$

$\left(c_{ij} \cdot c_{ji} = \frac{k_i}{k_j} \cdot \frac{k_j}{k_i} = 1 \right)$, тобто матриця є обернено-симетричною;

3. Для будь-яких i , k та l справедлива рівність $c_{ik} \cdot c_{kl} = c_{il}$,
 $\left(c_{ik} \cdot c_{kl} = \frac{k_i}{k_k} \cdot \frac{k_k}{k_l} = \frac{k_i}{k_l} = c_{il} \right)$, тобто матриця є узгодженою;

4. Стовпчик $k = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \dots \\ k_n \end{pmatrix}$ є власним вектором матриці C із влас-

ним числом $\lambda = n$

$$Ck = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{k_1} & \frac{k_1}{k_2} & \dots & \frac{k_1}{k_n} \\ \frac{k_2}{k_1} & \frac{k_2}{k_2} & \dots & \frac{k_2}{k_n} \\ \frac{k_3}{k_1} & \frac{k_3}{k_2} & \dots & \frac{k_3}{k_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{k_n}{k_1} & \frac{k_n}{k_2} & \dots & \frac{k_n}{k_n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \dots \\ k_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} nk_1 \\ nk_2 \\ \dots \\ nk_n \end{pmatrix} = nk. \quad (12.10)$$

Справедливим є таке твердження: додатна обернено-симетрична матриця є узгодженою тоді і тільки тоді, коли порядок матриці та її найбільше власне число збігається ($\lambda_{\max} = n$).

Тому, як ступінь відхилення додатної обернено-симетричної матриці від узгодженої можна розглядати відношення (індекс узгодженості суджень):

$$\text{IYC} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}. \quad (12.11)$$

Отже, побудувавши матрицю попарних порівнянь, необхідно обчислити її власний вектор, який і буде шуканим вектором вагових коефіцієнтів. Існує декілька способів наближеного обчислення власного вектора.

1-й спосіб. Обчислюємо значення $a_i = \sqrt[n]{c_{i1} * c_{i2} * \dots * c_{in}}$ та нормуємо їх:

$$k_i = \frac{a_i}{\sum_{i=1}^n a_i}. \quad (12.12)$$

2-й спосіб. Обчислюємо значення $a_i = \sum_{j=1}^n c_{ij}$ та нормуємо їх:

$$k_i = \frac{a_i}{\sum_{i=1}^n a_i}. \quad (12.13)$$

3-й спосіб. Обчислюємо значення $a_i = \sum_{j=1}^n c_{ij}$. Значення вагових коефіцієнтів обчислюємо за формулою

$$k_i = \frac{\frac{1}{a_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}}. \quad (12.14)$$

Вважається, що найбільш точним є перший спосіб.

Розрахувавши наближені значення елементів вектора вагових коефіцієнтів, необхідно пересвідчитись, чи не є вони суперечливими (неузгодженими). Адже в процесі синтезу ієрархії це може значно вплинути на кінцевий результат та привести до хибних висновків.

Для того аби перевірити матрицю на узгодженість, необхідно оцінити ІУС, а для цього обчислити $\lambda_{\max}$.

Для власного вектора $k = (k_1, k_2, \dots, k_n)'$ із власним числом $\lambda = n$ виконується рівність:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \dots \\ k_n \end{pmatrix} = \lambda * \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \dots \\ k_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}. \quad (12.15)$$

А отже, власне число задовольняє рівність

$$\lambda = \frac{y_1}{k_1} = \frac{y_2}{k_2} = \dots = \frac{y_n}{k_n}. \quad (12.16)$$

Якщо матриця попарних порівнянь є неузгодженою, а вектор $k = (k_1, k_2, \dots, k_n)'$ є наближенням власного вектора, рівність (5.16)

не буде виконуватись. Обчислимо наближене значення власного числа як середнє арифметичне часток $\lambda_i = \frac{y_i}{k_i}$ [20]:

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{k_i}. \tag{12.17}$$

Значення ІУС обчислюємо за формулою (12.11). Вважається, що у разі $\text{ІУС} \leq 0,1$, можна бути задоволеними ступенем узгодженості суджень.

Якщо матриця попарних порівнянь виявилась неузгодженою, то вона, або повертається експерту на доопрацювання, або виключається з подальшого аналізу. Адже, як зазначалось раніше, суперечливість суджень може свідчити про некомпетентність експерта.

Існує припущення, що чим більше альтернатив, тим складніше експерту побудувати узгоджену матрицю попарних порівнянь. Досить поширеною є думка, що небажаною є ситуація, коли чисельність альтернатив перевищує 9 [19].

Наступним етапом є ієрархічний синтез. Цей етап включає обчислення вектора вагових коефіцієнтів деталізованих показників з погляду інтегрованого показника, нормалізацію деталізованих показників, вибір методу згортки.

Деякі методи нормалізації наведено в табл. 12.3.

Таблиця 12.3

Метод нормалізації	Математичний запис
Зміна інгредієнта	$-E_j^i; 1/E_j^i$
Відносної нормалізації	$E_j^i / \max E_j^i;$
Порівняльної нормалізації	$E_j^i - \min E_j^i; \max E_j^i - E_j^i$
Природної нормалізації	$\left(E_j^i - \min E_j^i\right) / \left(\max E_j^i - \min E_j^i\right)$
Севіджу	$\left(\max E_j^i - E_j^i\right) / \left(\max E_j^i - \min E_j^i\right)$

У нашому випадку E_j^i — це значення j -го об'єкта-«нащадка» по i -му «батьківському» критерію; $\max(\min) E_j^i$ — максимальне (мінімальне) значення j -го об'єкта-«нащадка» по i -му «батьківському» критерію.

Найбільш поширеними методами згортки є наступні.

Метод зваженої суми:

$$R_i = \sum_{j=1}^J (\alpha_{ji} \cdot k_j), \quad (12.18)$$

де α_{ji} — нормалізоване значення j -го деталізованого показника для i -ї альтернативи (інвестиційного проекту); k_j — ваговий коефіцієнт j -го деталізованого показника.

Метод зваженої середньої геометричної:

$$R_i = \prod_{j=1}^J \alpha_{ji}^{k_j}, \quad (12.19)$$

де α_{ji} — нормалізоване значення j -го деталізованого показника для i -ї альтернативи (інвестиційного проекту); k_j — ваговий коефіцієнт j -го деталізованого показника.

Метод зваженої середньої гармонійної

$$R_i = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{1i}} \cdot k_1 + \frac{1}{\alpha_{2i}} \cdot k_2 + \dots + \frac{1}{\alpha_{ji}} \cdot k_j}, \quad (12.20)$$

де α_{ji} — нормалізоване значення j -го деталізованого показника для i -ї альтернативи (інвестиційного проекту); k_j — ваговий коефіцієнт j -го деталізованого показника.

Існують і інші критерії згортки, наприклад, критерій зваженого гарантованого результату, критерій зваженої сумарної ефективності, критерій рівномірності, критерій рівності, критерій квазірівності [12].

Аналіз інвестиційних проектів з урахуванням ризику

Визначивши та проаналізувавши характерні особливості певного інвестиційного проекту, потенційний інвестор чи інвестиційна компанія, що представляє інтереси останнього, порівнює

його з іншими проектами, які мають схожі характеристики (галузеву направленість, територіальну локацію, часові обмеження, необхідний обсяг інвестицій тощо), аби обрати найкращий з можливих варіантів.

Тож наступним етапом є порівняльний аналіз, у процесі якого проекти можуть порівнюватися або один з одним, або з певним еталоном шляхом зіставлення як кількісних, так і якісних характеристик.

Значну увагу потенційні інвестори звертають на стійкість та адаптивність інвестиційних проектів до різного роду змін. Адже залишається можливість (ризик) того, що проект, визнаний привабливим і таким, що принесе в майбутньому прибутки, виявиться *de facto* менш привабливим або навіть збитковим, бо досягнуті у ході інвестиційного процесу значення (реалізація) низки змінних і параметрів як випадкових величин можуть відхилитися від запланованих або ж під час оцінювання проекту взагалі не враховувалися. Тож аналіз ризиків, визначення та порівняння їх рівнів за різними інвестиційними проектами є невід'ємною частиною процесу прийняття інвестиційних рішень.

Нині існують численні методи аналізу ризиків, що дозволяють інвесторові (керівництву підприємства) приймати раціональні рішення в умовах невизначеності. Але ці методи ще не містять строго обґрунтованих правил. Це пояснюється, зокрема, тим, що опрацьовані на даний час методи аналізу ризику ґрунтуються на досить абстрактних концепціях, які на практиці складно подати в кількісній формі. На нашу думку, ці проблеми ще тривалий час залишатимуться актуальними.

Способи (методи) оцінювання інвестиційного ризику пов'язані з описом інформаційної невизначеності вхідних даних проекту. Якщо вхідні параметри мають імовірнісний опис, то показники ефективності інвестицій трактуються як випадкові величини. Однак дедалі частіше для вимірювання можливостей (очікувань), які не можна звести до жорстко детермінованих, використовується теорія нечітких множин та нечіткої логіки.

Оцінка ризику є багатовимірною величиною (вектором), компоненти якої відбивають різні грані ризику й формуються залежно від мети дослідження, прийнятої системи гіпотез, суб'єктивного чинника, який характеризує ставлення суб'єкта ризику (управлінської команди) до невизначеності та ризику, тощо. Тобто міру ризику можна представити векторною величиною W :

$$W = \{w_1, \dots, w_N\}, \quad (12.21)$$

одна група, компонент якої кількісно характеризує ризик як об'єктивну категорію, решта — як суб'єктивну, коли враховується ставлення до ризику його суб'єктів.

У випадку ймовірнісного опису показників ефективності інвестиційного проекту як кількісні критерії порівняння зазвичай використовуються математичне сподівання (мода, медіана); середньоквадратичне відхилення як міра ступеня ризику в абсолютному вираженні; коефіцієнт варіації як міра ступеня ризику у відносному вираженні.

За умови, що показник ефективності інвестиційного проекту NPV описується дискретною випадковою величиною із заданим розподілом імовірностей, математичне сподівання обчислюється за формулою

$$m(NPV) = \sum_i^N p_i NPV_i, i = 1, 2, \dots, N, \quad (12.22)$$

де $NPV = \{NPV_1, NPV_2, \dots, NPV_i, \dots, NPV_N\}$ — можливі значення випадкової величини NPV , $P = \{p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_N\}$ — імовірності їх настання, $\sum_{i=1}^N p_i = 1$.

За наявності статистичної інформації щодо показника ефективності інвестиційного проекту NPV протягом N періодів розраховують статистичну оцінку математичного сподівання як середнє значення за такою формулою:

$$m(NPV) = \frac{\sum_{i=1}^N NPV_i}{N}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (12.23)$$

Середньоквадратичне відхилення випадкової величини показника ефективності проекту NPV обчислюється так:

$$\sigma(NPV) = \sqrt{\sum_{i=1}^N p_i (NPV_i - m(NPV))^2}, i = 1, 2, \dots, N, \quad (12.24)$$

а статистична оцінка цієї величини має вигляд

$$\sigma(NPV) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (NPV_i - m(NPV))^2}{N - 1}}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (12.25)$$

Коефіцієнт варіації обчислюється за формулою

$$CV(NPV) = \frac{\sigma(NPV)}{m(NPV)}. \quad (12.26)$$

Досить часто як кількісну оцінку міри ступеня ризику використовують показники семіквадратичного відхилення $SSV(NPV)$ та коефіцієнт семіваріації $CSV(NPV)$. На відміну від показників середньоквадратичного відхилення та коефіцієнта варіації, вони розглядають лише несприятливі відхилення $NPV(IRR, MIRR, PI$ тощо) від середнього значення.

$$SSV(NPV) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \alpha_i p_i (NPV_i - m(NPV))^2}, i = 1, 2, \dots, N, \quad (12.27)$$

де α_i — індикатор несприятливих відхилень, який визначають за формулою:

$$\alpha_j = \begin{cases} 0, & \text{у разі сприятливого відхилення,} \\ 1, & \text{у разі несприятливого відхилення.} \end{cases} \quad (12.28)$$

Статистична оцінка цього показника обчислюється за формулою:

$$SSV(NPV) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i (NPV_i - m(NPV))^2}{N-1}}, i = 1, 2, \dots, N \quad (12.29)$$

$$\alpha_i = \begin{cases} 0, & NPV_i \geq m(NPV), \\ 1, & NPV_i < m(NPV), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (12.30)$$

Відповідно коефіцієнт семіваріації розраховується так:

$$CSV(NPV) = \frac{SSV(NPV)}{m(NPV)}. \quad (12.31)$$

Ураховуючи те, що ризик має діалектичну об'єктивно-суб'єктивну структуру, пропонуємо формувати так зване ефективне значення (B_m^+) відповідного показника ефективності (зокрема NPV), що враховує також рівень несхильності суб'єктів інвестування до ризику:

$$B_m^+(\alpha) = m(NPV) - \tau(\alpha) \sigma(NPV), \quad (12.32)$$

де $\tau(\alpha)$ — коефіцієнт, який є функцією від α ($\tau(\alpha) > 0$), а α є одним із показників ступеня ризику: $\alpha = 1 - \gamma$, тут γ — імовірність

того, що значення випадкової величини NPV перебуватимуть у межах відповідного довірчого інтервалу. За заданим ступеня ризику α можна знайти таке $\tau = \tau(\alpha)$, що

$$P\{|m(NPV) - NPV| > \tau(\alpha)\sigma(NPV)\} \leq \alpha = \frac{1}{\tau^2(\alpha)}. \quad (12.33)$$

Якщо враховувати лише несприятливі відхилення відносно бази — математичного сподівання $m(NPV)$ випадкової величини NPV , то за ефективну оцінку випадкової величини NPV береться показник $\tilde{B}_m^+(\alpha)$:

$$\tilde{B}_m^+(\alpha) = m(NPV) - \tau(\alpha)SSV(NPV). \quad (12.34)$$

У випадку асиметричного розподілу показників ефективності NPV (IRR , $MIRR$, PI тощо) аналіз лише коефіцієнтів варіації як міри ризику може бути недостатнім, особливо, якщо ці значення є близькими для кількох альтернативних проектів. У таких випадках як кількісну оцінку міри ступеня ризику слід аналізувати коефіцієнт асиметрії $As(NPV)$. Його обчислюють за формулою

$$As(NPV) = \sum_{i=1}^N p_i \frac{(NPV_i - m(NPV))^3}{(\sigma(NPV))^3}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (12.35)$$

За наявності статистичної інформації щодо показників ефективності інвестиційного проекту протягом N періодів коефіцієнт асиметрії обчислюють так:

$$As(NPV) = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \sum_{i=1}^N \frac{(NPV_i - m(NPV))^3}{(\sigma(NPV))^3}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (12.36)$$

Для порівняння ризикованості альтернативних проектів можна скористатись також коефіцієнтом ексцесу ($Es(X)$), який обчислюється за такою формулою:

$$Es(NPV) = \sum_{i=1}^{N_n} p_i \frac{(NPV_i - m(NP))^4}{(\sigma(NPV))^4} - 3, i = 1, 2, \dots, N. \quad (12.37)$$

Статистичну оцінку цієї величини можна здійснити за формулою:

$$Es(NPV) = \frac{N(N+1)}{(N-1)(N-2)(N-3)} \sum_{i=1}^N \frac{(NPV_i - m(NP))^4}{(\sigma(NPV))^4} - \frac{3(N-1)^2}{(N-2)(N-3)}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (12.38)$$

Більшість інвесторів непокоїть отримання від'ємних або низьких значень NPV , у той же час великі значення NPV є привабливими для інвестора. Тому інвесторів цікавлять проекти з більшою (додатною) асиметрією. Екссес характеризує так звані «важкі хвости» розподілу. Чим хвіст розподілу важчий, тим більша ймовірність прийняття екстремальних значень, які суттєво відхиляються від середнього. Інвестори негативно ставляться до можливості екстремальних значень хвостів, а тому екссес прагнуть максимізувати.

Необхідно відзначити, що описані вище статистичні оцінки (12.22—12.38) показників ефективності проекту, можуть розраховуватися як з використанням лише тих проектів, які аналізуються, так і враховувати інші вітчизняні та іноземні проекти такого самого напряму, розміру, тощо.

Як відомо, на стадії якісної оцінки ризику інвестиційного проекту його чинники аналізують і класифікують за різними ознаками. До зовнішніх чинників ризику (безпосереднього та опосередкованого впливу) належать: стосунки з постачальниками і покупцями; конкуренція; законодавство, що регулює підприємницьку діяльність; податкова система; не передбачені заздалегідь дії органів державного управління та місцевого самоврядування; економічний стан галузі, до якої належить проект; міжнародна економічна та політична ситуація; стихійні лиха тощо.

До внутрішніх чинників ризику можна віднести ті, що пов'язані з неефективним управлінням підприємством, виробничою діяльністю, ресурсами та їх використанням тощо.

Оскільки реалізація проекту займає певний період, який найчастіше вимірюється роками, людина та й будь-яка найпотужніша обчислювальна машина не в змозі прорахувати всі можливі зміни, які можуть відбутись як у внутрішньому, так і зовнішньому середовищі підприємства в цьому періоді часу. Зокрема, завжди існує ймовірність настання певної форс-мажорної ситуації.

Для кількісного аналізу такого роду невизначеності, зокрема для аналізу «суб'єктивних імовірностей» використовують низку методів, серед яких [12]:

- метод аналогій;
- аналіз чутливості (вразливості);
- метод аналізу сценаріїв;
- методи імітаційного моделювання.

Метод аналогій для виявлення наслідків несприятливих змін спирається на досвід реалізації близьких за суттю проектів (аналогів) у минулому. На основі інформації про ці проекти будуються різного роду бази даних та знань щодо можливих чинників ри-

зику. Одержані дані обробляють, використовуючи відповідний математичний апарат та обчислювальну техніку, для виявлення залежностей та з метою врахування потенційного ризику.

Проте, з огляду на фактор часу та інші чинники, зазвичай умови реалізації навіть близьких за суттю інвестиційних проектів значно відрізняються. Тож їх порівняння може дати досить суперечливі результати.

Тому сам по собі метод аналогій можна використовувати тільки для аналізу дуже простих ситуацій, в основному він використовується як допоміжний у низці інших методів.

Аналіз чутливості (вразливості) є одним з найпростіших і широківідомих методів урахування чинників невизначеності, характерних для оцінювання проектів у бізнесі. Він дозволяє визначити, як прогнозовані показники роботи підприємства та ефективності інвестицій будуть змінюватися залежно від змін в основних припущеннях, на яких базується весь прогноз. Як правило, аналіз чутливості передувє аналізу ризиків, бо за його допомогою можна встановити, які з чинників (параметрів, що оцінюються) проекту можна віднести до найбільш «ризикованих», тобто таких, що спричиняють найбільшу частку ризиків.

Загалом, проведення аналізу чутливості певного показника до змін певних факторів складається з двох етапів.

1. Формування моделі (нерідко за допомогою програмно-технічного комплексу). Така модель визначає математичні співвідношення між змінними (параметрами), які стосуються прогнозування (планування) майбутнього. Вона зазвичай являє собою систему точно визначених правил дії (програма) із зазначенням, як і в якій послідовності ці правила застосовувати до первісних (вихідних) даних певної задачі, щоб отримати її розв'язок (результат). Зрозуміло, що математичні моделі, залежно від мети моделювання, можуть бути різноманітними.

2. Вимірювання чутливості основних показників ефективності проекту до випадкової зміни різних факторів (тієї чи іншої змінної величини параметра). Наприклад, за допомогою різних розрахунків можна визначити, наскільки зміниться норма доходу, якщо обсяг продажу продукції (який, власне кажучи, є випадковою величиною) зросте чи знизиться на 10 % порівняно з найбільш імовірним (очікуваним). Аналогічно можна проаналізувати вплив зміни цін на товари, що їх виробляє дана фірма (підприємство), цін на матеріали, комплектуючі вироби тощо. У даному випадку як показники чутливості об'єкта (проекту) щодо зміни тих чи інших чинників використовують показники еластичності.

Еластичність — це міра реагування однієї змінної величини (функції) на зміну іншої (аргументу), а коефіцієнт еластичності — це число, яке показує відсоткову зміну функції в результаті один відсоткової зміни аргументу.

Основним недоліком цього методу є те, що він визначає окремий вплив кожної змінної на результуючу величину. Утім, на практиці всі змінні впливають на результати проекту одночасно, погіршуючи або поліпшуючи результуючу величину чистої поточної вартості проекту. Тому наступним кроком під час аналізу ризиків є аналіз сценаріїв, який на основі прогнозу ймовірності настання базового, песимістичного чи оптимістичного сценаріїв покаже можливість реалізації даного проекту.

Метод аналізу сценаріїв — це техніка аналізу різного роду показників, що дає змогу врахувати як їх чутливість до зміни входних змінних, так і інтервал, в якому перебуватимуть імовірні значення цих показників. Для того аби провести такі розрахунки, аналітик має зібрати інформацію про кількісні характеристики «поганой» множини станів (низький рівень продажу, низькі ціни збуту) та «хорошій» множини станів. На основі цих даних визначається значення певного показника (наприклад *IRR*, *NPV*) за песимістичним, оптимістичним та базовим сценаріями. Потім вони порівнюються між собою та з деяким середнім значенням (по галузі, регіону тощо).

Сценарний аналіз є досить досконалим інструментом для оцінки власного ризику інвестиційного проекту, але й цей метод не позбавлений недоліків. Його обмеженість полягає в тому, що розглядається лише кілька дискретних значень результатів проекту, тим часом як у дійсності цих значень може бути нескінченно багато.

Більш потужним інструментом аналізу проектного ризику є імітаційне моделювання Монте-Карло.

В основі методів імітаційного моделювання, як і в методі аналізу чутливості, лежить оцінка коливань вихідної величини при випадкових змінах входних величин, але вона є більш детальною, з урахуванням ступеня взаємозалежності випадкових змін входних величин.

Нечітко-множинний підхід щодо прийняття слабо-структурованих рішень

Досить часто прийняття рішень відбувається за таких умов, коли цілі, обмеження та наслідки можливих дій чітко не відомі. Деякі дослідники та аналітики таку нечіткість ототожнюють з

випадковістю та використовують для розв'язання такого роду задач математичний апарат теорії ймовірності. Хоча неточність і випадковість мають різну природу та властивості, тому при їх дослідженні слід використовувати різні інструменти аналізу.

Так, випадковість характеризується ймовірністю настання чи ненастання певної події або явища, тоді як нечіткість указує на відсутність можливості однозначно оцінити певну ситуацію, показник тощо. За таких умов більш-менш точно можна встановити лише, до чого тяжіє те чи інше рішення, крім того, відсутні чіткі межі, які визначають відповідність деякої альтернативи певній множині значень.

Слід зазначити, що нечіткість є невід'ємною складовою явищ, подій та критеріїв, поведінку яких неможливо повністю описати без використання якісної (лінгвістичної) інформації та досвіду людини (експерта). Для моделювання такого роду об'єктів у середині ХХ століття Лотфі Заде вперше запропонував використати нечітко-множинний підхід, який ґрунтується на теорії лінгвістичної змінної.

Основною перевагою цього підходу є можливість побудувати нечітко-логічний апарат знаходження рішення, оперуючи змінними, які мають лінгвістичну форму, тобто їх назва і значення описуються словесними виразами природної чи штучної мови [21, 22]. Наприклад:

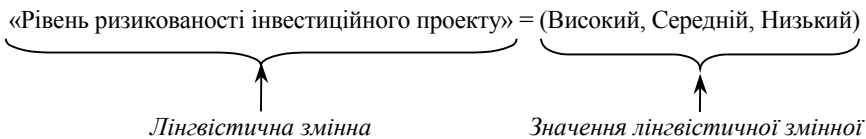


Рис. 12.5.2. Приклад зображення лінгвістичної змінної

Відповідно до теорії лінгвістичної змінної значення лінгвістичної змінної називається термом, який надалі будемо позначати через p_{il} , де індекси вказують на належність l -го терму i -й лінгвістичній змінній. Повна сукупність термів, якими описується певна лінгвістична змінна, називається терм-множиною. Належність показника терму відповідної лінгвістичної змінної описується функцією належності $\mu^{p_{il}}(x_i)$.

У загальному випадку механізм нечіткого логічного виведення складається з таких етапів:



$\mu_y^{a_l}(x_i)$ — функція належності вихідного показника у l -му терму (a_l) відповідної лінгвістичної змінної

Рис. 12.3. Загальна схема нечіткого логічного виведення

Фаззифікація (уведення нечіткості, fuzzification) включає в себе опис входних та вихідних показників лінгвістичними змінними; формування терм-множин лінгвістичних змінних та побудову функцій належності входних та вихідних показників термам відповідних лінгвістичних змінних.

Переважає більшість методів побудови функції належності базується на експертних оцінках. Залежно від того, як саме задається правило побудови функції, усі методи поділяють на прямі та непрямі. При використанні прямих методів експерт чи група експертів безпосередньо задає правило визначення значень функції належності. У непрямих методах функція належності обирається так, аби задовольнити наперед сформульовані умови.

Найчастіше для побудови нечітких моделей використовують функції належності гаусівського типу, трикутні та трапецієподібні [21, 22].

Так, трикутну функцію належності доцільно використовувати, якщо при оцінюванні деякого параметра необхідно визначити ступінь його близькості до певного заданого числа b .

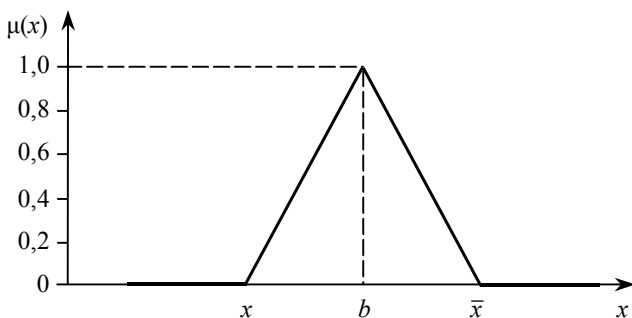


Рис. 12.4. Графічне відображення трикутної функції належності

За допомогою математичних формул її можна записати так:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < \underline{x} \\ \frac{x - \underline{x}}{b - \underline{x}}, & \underline{x} \leq x < b \\ \frac{x - x}{x - b}, & b \leq x < \bar{x} \\ 0, & x > \bar{x} \end{cases} \quad (12.39)$$

Трапецієподібна функція належності якнайкраще відповідає ситуації, коли виникає потреба визначити ступінь належності параметра певному скінченному інтервалу значень.

Загальний вигляд трапецієподібних функцій належності подано на рис. 12.5.

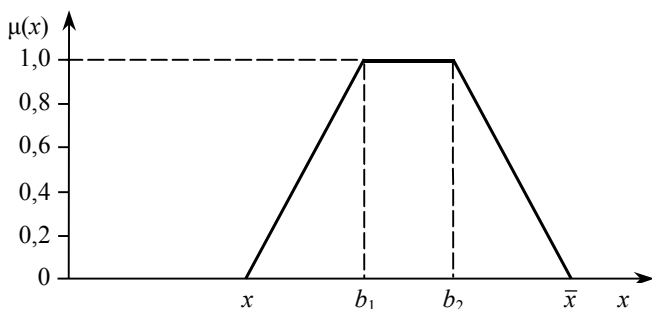


Рис. 12.5. Графічне відображення трапецієподібної функції належності.

Нижня основа трапеції $[\underline{x}, \bar{x}]$ виражає всю допустиму множину значень нечіткого фактора x , верхня основа $[b_1, b_2]$ — значення, для яких експерт установлює гарантовану відповідність обраному значенню лінгвістичної змінної. Бічні ребра трапеції відображають зміну ступеня впевненості експерта від 1 до 0.

Аналітична форма запису цієї функції має вигляд

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < \underline{x} \\ \frac{x - \underline{x}}{b_1 - \underline{x}}, & \underline{x} \leq x < b_1 \\ 1, & b_1 \leq x < b_2 \\ \frac{x - x}{x - b_2}, & b_2 \leq x < \bar{x} \\ 0, & x \geq \bar{x} \end{cases} \quad (12.40)$$

Останнім часом досить часто при побудові нечітких моделей використовується квазідзвоноподібна функція належності. Однією з основних її переваг є те, що вся її область значень не містить нуля.

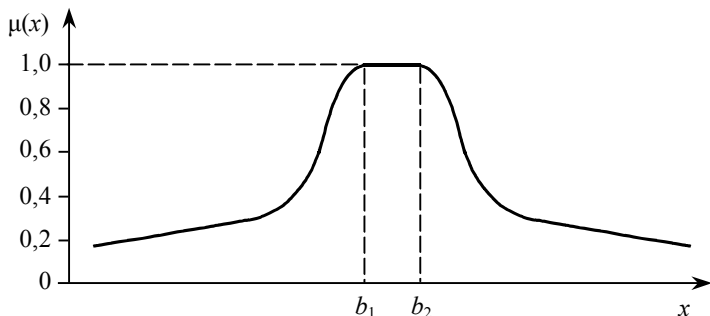


Рис. 12.6. Графічне відображення квазідзвоноподібної функції належності

Аналitiчну форму запису цієї функції наведено нижче.

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left(\frac{x - b_1}{c_1}\right)^2}, & x \leq b_1 \\ 1, & b_1 < x < b_2 \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{x - b_2}{c_2}\right)^2}, & x \geq b_2 \end{cases} \quad (12.41)$$

де b_1, b_2 — відповідно лівий та правий кінці відрізка на осі ox , на якому функція належності має максимальне значення ($\mu(x)=1$); c_1, c_2 — коефіцієнти концентрації розтягування лівої та правої дуги «дзвоника», відповідно.

Механізм логічного виведення. В його основі лежить база знань, що являє собою набір нечітких (семантичних) логічних правил «ЯКЩО-ТО, ІНАКШЕ» («IF-THEN, ELSE»), які зв'язують лінгвістичні оцінки вхідних та вихідних змінних. При цьому кількість правил у базі знань відповідає кількості термів вихідної лінгвістичної змінної. Кожне правило зазвичай складається з кількох можливих альтернатив, які записуються через

АБО (OR). Досить часто альтернативи мають різну вагу ($w_{lk_l}, k_l = 1, 2, \dots, K_l, l = 1, 2, \dots, L$, де k_l — k -та альтернатива l -го правила) для експерта.

Форма запису правил може бути табличною, семантичною або у вигляді системи логічних рівнянь.

Нехай нам треба перетворити деякі вхідні змінні $X = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_I), i = 1, 2, \dots, I$, у вихідну змінну y , тоді база знань матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 & \mu_y^{a_1}(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_I) = \\
 & = w_{11} \left| \mu^{p_{111}}(x_1) \wedge \mu^{p_{211}}(x_2) \wedge \mu^{p_{311}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{I11}}(x_I) \right| \vee \\
 & \vee w_{12} \left| \mu^{p_{112}}(x_1) \wedge \mu^{p_{212}}(x_2) \wedge \mu^{p_{312}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{I12}}(x_I) \right| \vee \dots \\
 & \vee w_{1k_1} \left| \mu^{p_{11k_1}}(x_1) \wedge \mu^{p_{21k_1}}(x_2) \wedge \mu^{p_{31k_1}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{I1k_1}}(x_I) \right| \vee \dots \\
 & \vee w_{1K_1} \left| \mu^{p_{11K_1}^F}(x_1) \wedge \mu^{p_{21K_1}}(x_2) \wedge \mu^{p_{31K_1}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{I1K_1}}(x_I) \right|, k_1 = 1, 2, \dots, K_1 \\
 & \mu_y^{a_2}(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_I) = \\
 & = w_{21} \left| \mu^{p_{121}}(x_1) \wedge \mu^{p_{221}}(x_2) \wedge \mu^{p_{321}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{I21}}(x_I) \right| \vee \\
 & \vee w_{22} \left| \mu^{p_{122}}(x_1) \wedge \mu^{p_{222}}(x_2) \wedge \mu^{p_{322}^F}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{I22}}(x_I) \right| \vee \dots \\
 & \vee w_{2k_2} \left| \mu^{p_{12k_2}}(x_1) \wedge \mu^{p_{22k_2}}(x_2^{FP}) \wedge \mu^{p_{32k_2}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{I2k_2}}(x_I) \right| \vee \dots \\
 & \vee w_{2K_2} \left| \mu^{p_{12K_2}}(x_1) \wedge \mu^{p_{22K_2}}(x_2) \wedge \mu^{p_{32K_2}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{I2K_2}}(x_I) \right|, k_1 = 1, 2, \dots, K_2
 \end{aligned}$$

.....

$$\begin{aligned}
 & \mu_y^{a_L}(x_1, x_2^F, \dots, x_i, \dots, x_I) = \\
 & = w_{L1} \left| \mu^{p_{1L1}}(x_1) \wedge \mu^{p_{2L1}}(x_2) \wedge \mu^{p_{3L1}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{IL1}}(x_I) \right| \vee \\
 & w_{L2} \left| \mu^{p_{1L2}}(x_1) \wedge \mu^{p_{2L2}}(x_2) \wedge \mu^{p_{3L2}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{IL2}}(x_I) \right| \vee \dots
 \end{aligned}$$

$$\vee w_{Lk_L} \left[\mu^{p_{1Lk_L}}(x_1) \wedge \mu^{p_{2Lk_L}}(x_2) \wedge \mu^{p_{3Lk_L}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{lLk_L}}(x_l) \right] \vee \dots$$

$$\vee w_{Lk_L} \left[\mu^{p_{1Lk_L}}(x_1^{FP}) \wedge \mu^{p_{2Lk_L}}(x_2) \wedge \mu^{p_{3Lk_L}}(x_3) \wedge \dots \wedge \mu^{p_{lLk_L}}(x_l) \right],$$

$$k_L = 1, 2, \dots, K_L.$$

Зображену вище систему можна подати і в більш компактній формі:

$$\mu_y^{a_l}(x_1, x_2^F, \dots, x_h, \dots, x_l) = \bigvee_{k_l=1}^{K_l} \left[w_{lk_l} \left(\bigwedge_{i=1}^l \mu^{p_{ilk_l}}(x_i) \right) \right] \rightarrow y = a_l \quad (12.42)$$

де $\wedge$ — логічне ТА, $\vee$ — логічне АБО;

p_{il} — l -му терм терм-множини значень, яка описує i -ту вхідну змінну;

a_l — l -му терм терм-множини значень, яка описує вихідну змінну;

w_{lk_l} — ваговий коефіцієнт k_l -ої альтернативи l -го правила, $l = 1, 2, \dots, L, k_l = 1, 2, \dots, K_l$;

$\mu^{p_{ilk_l}}(x_i)$ — функція належності i -го вхідного показника l -му терму відповідної вхідної лінгвістичної змінної в k_l -ій альтернативі l -го правила;

$\mu_y^{a_l}(x_1, x_2^F, \dots, x_i, \dots, x_l)$ — функція належності вихідної змінної y l -му терму відповідної терм-множини значень, що залежить від значень вхідних змінних.

Дефаззифікація (приведення до чіткості, defuzzification). Операція зворотна до фаззифікації. Вона описує процес перетворення нечіткої множини виведення на чітке значення вихідної змінної через відповідну функцію належності. Найчастіше це здійснюється шляхом обчислення середнього арифметичного вихідних значень, які мають максимальний ступінь належності вихідній нечіткій множині. Окрім того, іноді використовують і такі методи дефаззифікації, як центр тяжіння, медіану, найменший з мінімумів, тощо [22].

Залежно від того, які правила, логічні операції та методи дефаззифікації використовуються, виділяють такі широко розповсюджені моделі нечіткого логічного виведення, як Мамдані, Цукamoto, Сугено, Ларсена.

12.5.4. Автоматизовані системи бізнес-планування та прийняття інвестиційних рішень

Як видно з наведеної вище інформації, особа, яка розробляє бізнес-план має ретельно продумати та сформуванати детальний маркетинговий план майбутнього підприємства, що включатиме в себе глибокий аналіз усіх його виробничих та невиробничих процесів у статистиці та динаміці, прогнози щодо ситуації, яка буде спостерігатися на ринку та в галузі впродовж найближчих 5-ти років, а також імовірність зміни політичної ситуації, законодавчої бази тощо. Крім того, аби знати свої шанси залучити кошти, доцільним було б порівняти показники ефективності та ступінь ризику розробленого проекту з іншими. Усе це потребує достатніх знань у різних сферах економіки та юриспруденції, а також часу. Крім того, побудова прогнозів та оцінка ризикованості інвестиційного проекту потребують проведення цілого ряду складних розрахунків.

Щоб спростити цей механізм та зробити бізнес-планування доступнішим для осіб, які не мають підприємницького досвіду та навиків бізнес-планування, проте мають цікаві бізнес-ідеї та прагнення розпочати свою справу, нині розроблено багато програмних продуктів, які допомагають за короткий період часу розробити бізнес-модель підприємства та провести всі необхідні інвестиційні розрахунки не залучаючи сторонніх спеціалістів, робота яких є досить дорогою. До найбільш відомих із них належать: пакети «Альт-Інвест», «Альт-Фінансы» фірми «Альт»; пакети «Biz Planner», «Project Expert 4, 5, 6, 7» компанії «ПроІнвестКонсалтинг»; «PDS Бізнес-план (Professional)», розроблений «Manager Ерг»; FOCCAL, виробництва «ЦентрІнвестСофт», пакети «Інвестор», «Аналітик» фірми «ІнЭК»; «ТЕО-Інвест» Московського інституту проблем управління, пакет БЭСТ-ОФИС компанії «Інтелект-сервис»; COMFAR, Cash та PROSPINT, створені Організацією Об'єднаних Націй із промислового розвитку.

Відповідно до вимог, які ставлять до програмних продуктів такого типу учасники інвестиційного процесу, усі вони включають у себе різні модулі, що дозволяють проводити ретроспективний аналіз фінансово-господарської діяльності, розрахунок та всебічний аналіз бізнес-планів інвестиційного проекту, оцінку впливу зовнішніх та внутрішніх факторів на загальну ефективність проекту, порівнювати найперспективніші інвестиційні проекти між собою, підготувати документацію за проектом для надання її потенційному інвестору чи кредитору тощо.

У табл. 12.4 наведено порівняльний аналіз найбільш поширених із вищезазначених програм.

Таблиця 12.4

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ 3 ПРОГРАМНИХ ПРОДУКТІВ

Програмний продукт	Аль-Інвест 0,3	Аналітик 1.0	Project Expert 7.0	COMFORT 3.0	ТЕО-Інвест
Методика розрахунку	Unido, Імітаційна модель грошових потоків	Експрес-методика оцінки інвестиційних проектів	Unido, Імітаційна модель грошових потоків	Unido	Unido, Імітаційна модель грошових потоків
Аналітичні можливості	Незначні, проте їх можна розширити	Обмежені	Дуже широкі	Широкі	Широкі, можуть бути доповнені
Горизонт планування	Не обмежений	60 років	100 років	Не обмежений	Не обмежений
Кількість продуктів	Не обмежена	10 000	16 000	Не обмежена	Не обмежена
Деталізація	Середня	Не обмежена	Дуже висока	Не обмежена	Не обмежена
Опис середовища	Стандартний	Стандартний	Широкі можливості	Відсутня можливість моделювання змін в податковій сфері	Стандартний
Оформлення результатів	Відповідність російським стандартам, MS Excel	Відсутня можливість друку. Можна створити фінансовий висновок, використовуватись лише російська мова	Відповідно до західних стандартів кількома мовами, Відповідність російським формам бухгалтерської звітності досягається шляхом використання модуля «Audit Expert»	Відповідно до міжнародних стандартів	Відповідність російським стандартам, MS Excel
Наявність можливості формування короткого резюме	–	+	+	+	–
Необхідна кваліфікація користувача	Професійний користувач MS Excel	Середня	Висока	Середня	Професійний користувач MS Excel
Мова програмування	MS Excel	Delphi 3	н/д	н/д	MS Excel, Visual Basic
Захист	Відсутній	н/д	Електронний ключ	Електронний ключ	Відсутній

Найчастіше для автоматизації бізнес-планування в нашій країні використовують такі пакети прикладних програм, як: COMFORT (Computer model for feasibility analysis and reporting), PROSPINT (Project profile screening and preappraisal information) та «Project Expert». Розглянемо кожний із цих пакетів детальніше.

Програмні продукти COMFORT та PROSPINT

Структура даних COMFORT утворена такими основними блоками

- загальні капіталовкладення — будівництво;
- загальні капіталовкладення — виробництво;
- потреба в оборотному капіталі;
- джерела фінансування;
- таблиці руху коштів;
- звіти про чистий прибуток;
- проектно-балансові відомості;

Розрахунок можна здійснювати в будь-якій валюті, обравши її співвідношення до гривні. Пакет дозволяє окремо простежити іноземні та вітчизняні інвестиції, дає змогу розрахувати диверсифіковане виробництво. Можливим є розв'язання задач як рівномірної амортизації, так і лінійної та прискореної. Розраховуючи виробничі витрати користувач задає річні темпи інфляції, таким чином відстежуючи всі зміни щорічних потоків готівки з обліком ставки податків, виплати дивідендів та відсотків за позиками. COMFORT здійснює розрахунок фінансових потоків таких фінансових показників, як чистий дисконтований прибуток, прибуток на акціонерний капітал, внутрішня норма прибутковості тощо.

Пакет COMFORT реалізовано у вигляді 3-х програмних блоків:

- 1) введення даних;
- 2) розрахунків;
- 3) видачі результатів.

Крім зазначених пакет має два додаткові блоки:

- графічне відображення інформації;
- економічного аналізу витрат-вимог.

Графічний блок дає можливість за допомогою засобів ділової графіки будувати діаграми, що дозволяють приймати організаційні та фінансові рішення з урахуванням аналізу чутливості таких важливих змінних, як ціна продажу, обсяг виробництва та реалізації розмірів витрат тощо. Метою проведення економічного

аналізу є також бажання знайти дійсний результат реалізації проекту в умовах конкретної національної (регіональної) економіки і прийняти оптимальне інвестиційне рішення на весь період його виконання.

Перевагою пакета COMFORT з погляду виконання «контрольної» функції (тобто мінімізації можливості як помилок у методиці і розрахунку, так і свідомого підтасовування результатів) є закритість. У роботу пакета не можна втрутитися, що дає гарантію відповідності результатів уведеним даним і підвищує надійність результатів з погляду їх достовірності.

Проте даний програмний продукт має і низку недоліків:

- відсутній механізм виявлення інфляційного впливу як на витрати, так і на співвідношення валют;
- не передбачені такі властиві українській економіці реалії, як затримки платежів;
- неповна відповідність податкового блоку українському законодавству і необхідність застосування спеціальних прийомів з урахуванням наявних обмежень;
- розрахунок системи тільки на фіксований (річний період планування (у період будівництва — півроку));
- коротка здатність переліку вихідних даних;
- відсутність у системі достатньо розвинутих засобів для опису мережевого графіка проекту, що зумовлює необхідність додаткового використання програми Microsoft Project, Time Line та ін.
- низький рівень сервісу для користувача.

Пакет PROSPINT є інформаційною системою попередньої оцінки проектів. Він був розроблений представництвом Unido для:

- формування інвестиційного проекту;
- дослідження наслідків змін обраних параметрів;
- підготовки можливих сценаріїв, заснованих на різних припущеннях щодо перспектив проекту.

У даному випадку відмінною рисою PROSPINT від COMFORT є його інтегрованість. Користувач одночасно бачить на екрані і вхідні дані, і фінансовий результат їх розрахунків. Отриманий звіт являє собою варіант фінансового профілю проекту з урахування заданих обмежень. Водночас пакет не є засобом проведення повного фінансового аналізу, а служить для швидкого виявлення придатних для подальшого розгляду варіантів. Таблиці, що генеруються системою, містять основні фізичні та фінансові показники. Якщо їх аналіз виявить слабкі місця у фі-

нансовій структурі проекту, користувач має можливість змінювати значення вхідних даних доти, доки не знайдеться такий набір параметрів, який зробить проект прийнятним.

PROSPINT складається з двох частин:

- 1) блок введення даних;
- 2) генератор звітів.

У першому задаються: початкові інвестиції, дані про вихідні матеріали, вартість робочої сили, вартість комплектуючих та інші дані. Деякі дані можуть бути взяті за умовчанням.

Генератор звітів створює таблиці, що відображають:

- початковий обсяг інвестицій та аналіз амортизації;
- обсяг продажу та використання виробничих потужностей, потреби в ресурсах і електроенергії, витрати на заробітну плату та вартість основних фондів;
- динаміку прибутків;
- аналіз передбачуваної фінансової структури та обслуговування боргу; балансову відомість і таблицю грошових потоків;
- аналіз доданої вартості й експортних ефектів;
- виконавче завдання.

Початкові дані проекту поділяють на такі групи:

1. *Ідентифікація проекту.* Тут користувач вносить найзагальніші дані стосовно проекту:

- назва проекту;
- місце розташування;
- імена розробників і спонсорів проекту;
- обмінні курси валют;
- інформацію про податки, інфляцію і ставки дисконтування.

2. *Інвестиції.* Сюди вводяться такі дані, як вартість землі, машин, устаткування, обладнання і транспорту та амортизаційні ставки. PROSPINT надає користувачеві можливість розподілити інвестиції вливання на 5 років, указуючи відсоток, що припадає на кожен рік. За умовчання система вважатиме, що інвестування здійснюється в повному обсязі протягом першого року.

3. *Фінансова структура.* Тут містяться відомості про всі необхідні фінансові виплати, їх терміни та умови. PROSPINT дозволяє вводити одну позику для кожної з її видів (довго-, середньо- і короткострокову, зовнішню та внутрішню).

Поточні дані (виробництво/ продаж, ресурси, інші витрати).

Загалом PROSPINT являє собою стандартний пакет, що дає змогу здійснити попередній фінансовий аналіз інвестиційного

проекту. Система може бути використана під час складання бізнес-плану тільки як допоміжний засіб.

Програмний продукт «Project Expert»

Система Project Expert виробництва фірми «Про-Інвест-ІТ» (Росія) являє собою систему підтримки прийняття рішень для розроблення, аналізу та вибору оптимального плану розвитку бізнесу, створення й аналізу фінансових планів та інвестиційних проектів. Project Expert дає можливість моделювати діяльність підприємств будь-якої галузевої належності та різних масштабів — від невеликих приватних підприємств до холдингових структур.

Project Expert дає змогу:

- підготувати бізнес-план інвестиційного проекту, який відповідає міжнародним стандартам (в основу Project Expert покладено методику оцінювання інвестиційних проектів UNIDO і методику фінансового аналізу, що відповідає міжнародним стандартам IAS);

- розрахувати різні варіанти проекту і порівняти їх між собою;
- провести всебічний аналіз проекту: аналіз загальної ефективності (розрахувавши, зокрема, період окупності проекту, індекс прибутковості, чистий приведений дохід, внутрішню норму рентабельності), аналіз чутливості та аналіз ефективності проекту для окремих його учасників;

- провести аналіз проекту з урахуванням неточності початкових даних із застосуванням методу статистичного аналізу Монте-Карло;

- побудувати інтегровані фінансові потоки для групи проектів; оцінити ефективність діяльності компанії, яка здійснює комплекс різних проектів; скласти бюджет для групи проектів;

- здійснювати контроль за виконанням проектів, порівнюючи проектні та реальні грошові потоки.

Усі ці функції згруповані у спеціальних «Розділах», з яких складається даний програмний продукт.

Так, розділ «Проект» призначений для введення загальної інформації про проект, зокрема, назви, строку його реалізації. За допомогою його модулів можна сформувати перелік продуктів, установити захист від несанкціонованого доступу до проекту, а також провести налагодження модулів розрахунку та відображення результатів.

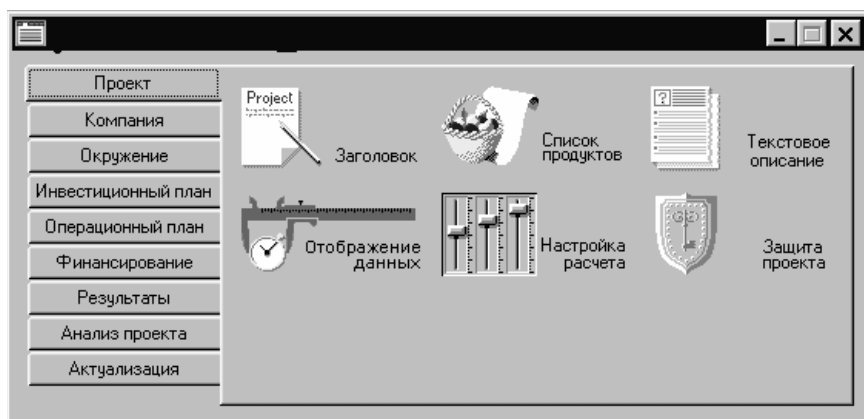


Рис. 12.7. Интерфейс розділу «Проект»

Для введення даних, які характеризують фінансово-економічний стан підприємства на початок проекту, слугує розділ «Компанія»



Рис. 12.8. Интерфейс розділу «Компания»

Уся інформація щодо фінансово-економічного середовища, в якому відбуватиметься реалізація даного інвестиційного проекту, міститься в розділі «Окружение»



Рис. 12.9. Интерфейс розділу «Окружение»

Створити календарний графік робіт із зазначенням окремих етапів та необхідних для цього фінансових ресурсів можна за допомогою функцій розділу «Инвестиционный план». Крім того, модулі цього розділу відповідають за формування активів підприємства, опис способів та строків амортизації наявних активів тощо.

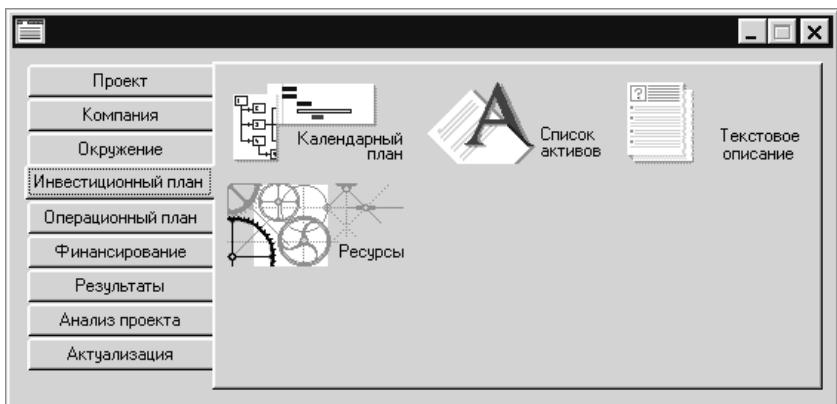


Рис. 12.10. Интерфейс розділу «Инвестиционный план»

Детальна інформація про обсяги різного роду ресурсів, необхідних для виробництва продукції, виробничий цикл, кількість персоналу, а також постійні та змінні витрати виробництва відображається в розділі «Операционный план».

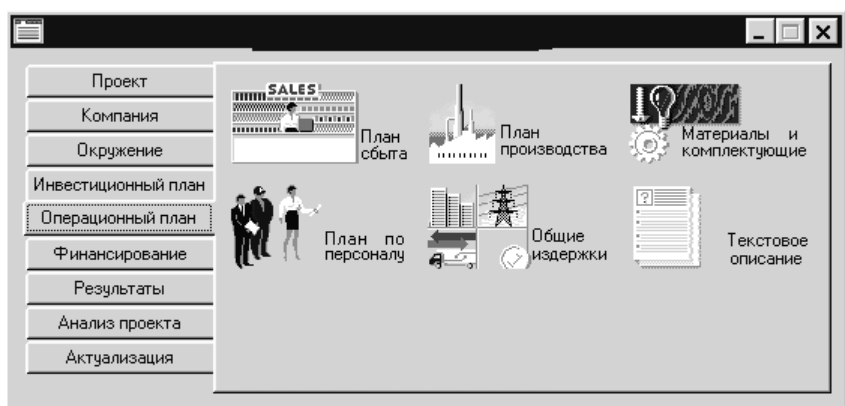


Рис. 12.11. Интерфейс розділу «Операционный план»

Усі дані, що описують процедури залучення грошових коштів для фінансування у вигляді власного (акціонерного) та позичкового капіталу, а також інформація щодо розподілу та використання вільних фінансових коштів та прибутку проекту акумулюються в розділі «Финансирование».



Рис. 12.12. Интерфейс розділу «Финансирование»

Результаты моделирования деятельности предприятия отображаются у фінансових звітах, таблицях та графіках, які можна відредагувати та переглянути в розділі «Результаты».



Рис. 12.13. Интерфейс розділу «Результаты»

Усі функції фінансового аналізу зосереджено у розділі «Анализ проекта»



Рис. 12.14. Интерфейс розділу «Анализ проекта»

Для здійснення контролю за ходом виконання проекту призначений розділ «Актуализация». До нього можна внести актуальні дані про фактичні обсяги надходжень та виплат, проглянути актуалізований звіт про рух грошових коштів тощо.

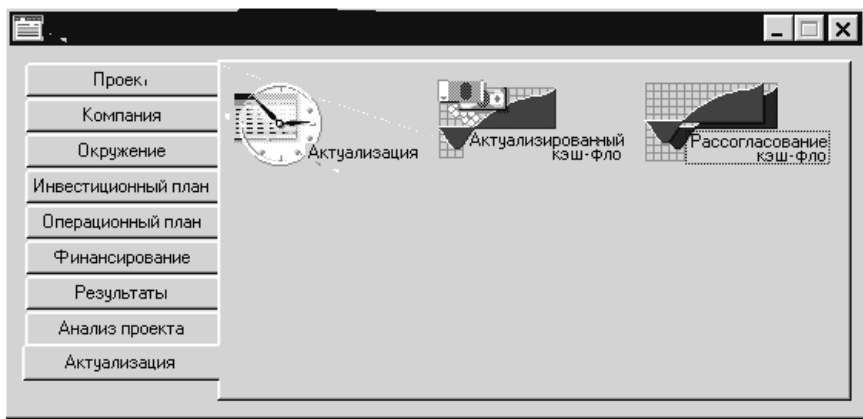


Рис. 12.15. Интерфейс розділу «Актуализация»

Як видно з наведених вище принтскрінів, «Project Expert» містить досить широкий пакет функцій, необхідних для розробки та аналізу інвестиційних проектів. При цьому, з огляду на зручний інтерфейс, легко користуватися ними може як спеціаліст (інвестиційні та фінансові аналітики), так і будь-яка пересічна особа, яка має базові навички роботи з комп'ютером.

Зважаючи на це, для виконання поставленого перед нами завдання, а саме проведення аналізу ефективності розробленого інвестиційного плану, можна використати саме цей програмний продукт. Тож нижче ми детально розглянемо механізм роботи з деякими основними розділами та модулями «Project Expert».

Робота в середовищі «Project Expert»

Щоб створити проект, необхідно вибрати пункт меню «Проект» — «Новый...» чи натиснути піктограму . Відкриється вікно «Новий проект», в якому треба ввести назву, варіант та автора проекту та натиснути кнопку «Пролистать» у нижній частині віконця.

Після цього з'явиться нове діалогове віконце, в якому в полі «Имя файла» слід ввести назву файла разом з розширенням, наприклад Project1.reh, та натиснути кнопку «Ok».

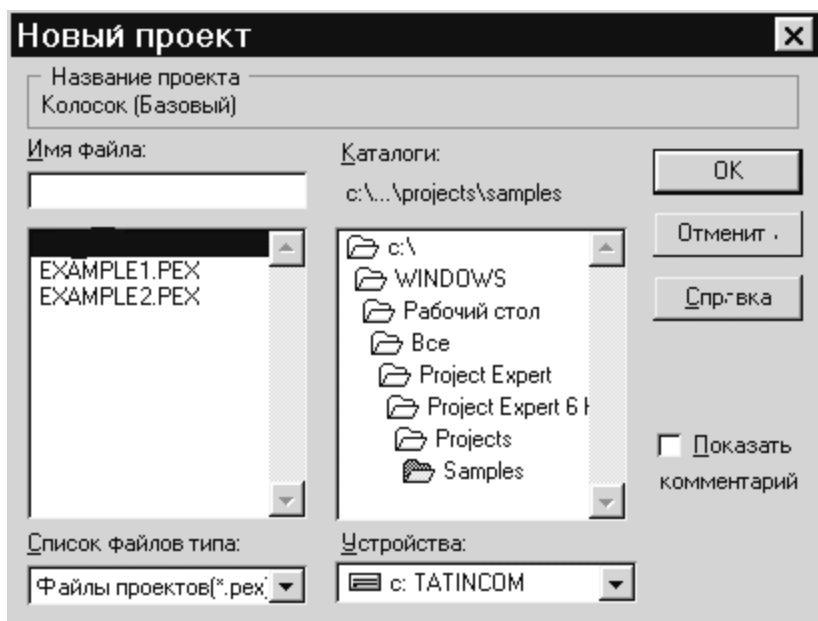


Рис. 12.16. Вікно для створення файла

Потім необхідно знову повернутися до попереднього віконця і також натиснути «Ок».

Для того аби відкрити вже існуючий проект, треба вибрати пункт меню «Проект» — «Открыть» чи натиснути на піктограму . Відкриється віконець (рис. 12.16), в якому слід вибрати потрібний нам файл та натиснути кнопку «Ок».

Після створення проекту, переходимо до поступового заповнення всіх необхідних нам для роботи Модулів та Розділів (див. рис. 12.7—12.15).

Так, для виконання поставленого завдання обов'язково слід внести інформацію про продукцію/послуги, яку виготовлятиме/надаватиме наше віртуальне підприємство. Для цього треба натиснути піктограму модуля «Список продуктов» у розділі «Проект» (рис. 12.17). Відкриється пусте віконець «Продукти/Услуги».

Список формується шляхом безпосереднього введення тексту в пустий рядок списку, звертаючись до потрібної комірки шляхом подвійного натискання на неї лівою кнопкою миші.

Щоб зберегти введений список продуктів, слід натиснути кнопку «Ок».

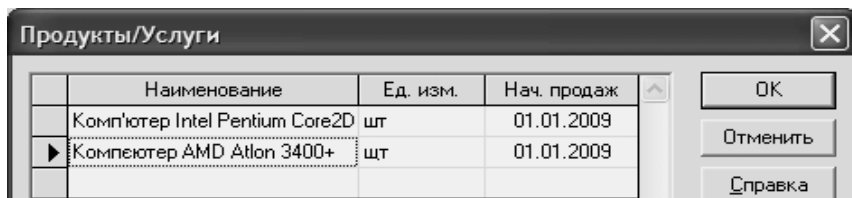


Рис. 12.17. Вікно «Продукты/Услуги»

У цьому ж розділі, натиснувши піктограму «Настройка расчётов», можна відкоригувати параметри розрахунку показників ефективності проекту, нарахування ставки дисконтування, ступінь деталізації результатів, заповнивши необхідні поля різних вкладок відповідного віконця (рис. 12.18).

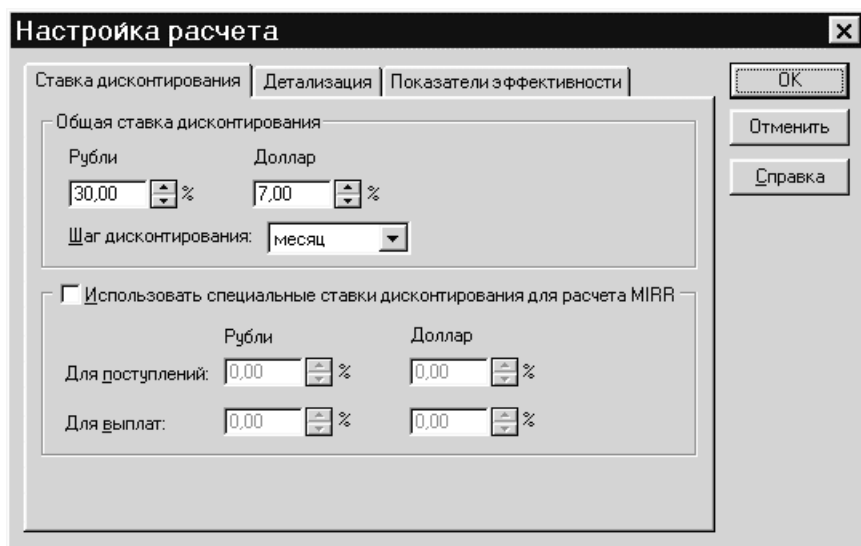


Рис. 12.18. Вікно «Настройка расчёта»

Далі переходимо до розділу «Оточення», в якому в модуль «Валюта» обов'язково необхідно внести інформацію про те, в якій валюті будуть проводитися всі розрахунки по проекту та як буде змінюватись її курс.

Валюта проекта

Валюта: _____ Ед. измерения: _____

Основная: Гривна 1

Вторая: Доллар США 1

(для расчетов на внешнем рынке)

☒ Курсовая инфляция

Курс на момент начала проекта: 1\$ US = 7,50 грн.

Темпы роста/падения курса (%) ☐ Использовать ежемесячные значения

	1 год	2 год
▶	0,00	0,00

☐ Абсолютные значения курса

✂ 📄 🗂 ⌚ 📈 📊 🖋 F₁F₂

	1.2009	2.2009	3.2009	4.2009	5.2009	6.2009	7.2009	8.2009	9.2009	10.2009

Рис. 12.19. Вікно «Валюта проекта»

Найпоширенішою формою інвестицій є кредит, відсоткова ставка за яким значною мірою залежить від розміру облікової ставки (ставки рефінансування), інформація про динаміку якої відображається в модулі «Учётная ставка».

Учётная ставка

Рубли Доллар

	1 год	2 год	3 год
▶	7,00	7,07	7,14

Тенденции изменения

1,00 % в год с 1 года по 3 год.

Пересчитать

OK Отменить Справка

Рис. 12.20. Вікно «Учётная ставка»

Якщо щорічна облікова ставка впродовж усього періоду реалізації проекту точно відома, її можна внести в таблицю (рис. 12.20) безпосередньо, звертаючись до комірок подвійним натисканням лівої кнопки миші.

За відсутності чітких даних у зазначену вище таблицю записується поточна облікова ставка для першого року реалізації проекту, а у відповідному полі в нижній частині діалогового вікна — ймовірне значення її зміни. Після натискання кнопки «Пересчёт» програма автоматично розрахує облікову ставку на весь період реалізації інвестиційного проекту та занесе ці значення в таблицю (рис. 12.20).

Тепер переходимо до детального опису процесів виробництва та реалізації товарів і послуг створеної компанії, із зазначенням усіх можливих витрат та надходжень. Для цього треба заповнити всі модулі розділу «Операційний план».

Производство

Наименование	Ед. изм.	Пр. цикл(дн.)
Компьютер Intel Pentium Core2Duo	шт	1
Компьютер AMD Athlon 3400+	шт	1

Справка Закреть

Сумма издержек на продукт:

3 900,00 грн.

0,00 \$ US

Компьютер Intel Pentium Core2Duo - Описание

Материалы Сдельная зарплата Другие издержки Продукты График производства

☐ Суммарные прямые издержки 3 900,00 грн. + 0,00 \$ US

☒ Список материалов и комплектующих

Наименование	Цена(грн.)	Цена(\$ US)
Видеокарта	800,00	
Жорсткий диск	700,00	
Материнська плата	600,00	
Пам'ять	400,00	

Видеокарта

Расход: 1,000 шт

Потери: 0,000 %

Использование в пр. цикле: В начале

Рис. 12.21. Вікно «План производства»

Шляхом безпосереднього вводу у вікно «План производства» у відповідні карточки вноситься інформація про тривалість технологічного (виробничого) циклу, необхідного для виробництва одиниці продукції; прямі витрати та графіки виробництва продукції.

Щоб забезпечити безперервність виробничого циклу, слід мати певний запас сировини та комплектуючих для виробництва тієї чи іншої продукції. З цією метою було створено модуль «Материалы и комплектующие».



Рис. 12.22. Вікно «Материалы и комплектующие»

Внесення інформації у вікно «Материалы и комплектующие» здійснюється шляхом безпосереднього введення, звертаючись до комірок подвійним натисканням лівої кнопки миші.

Уся інформація про збутову політику компанії міститься в модулі «План сбыта»

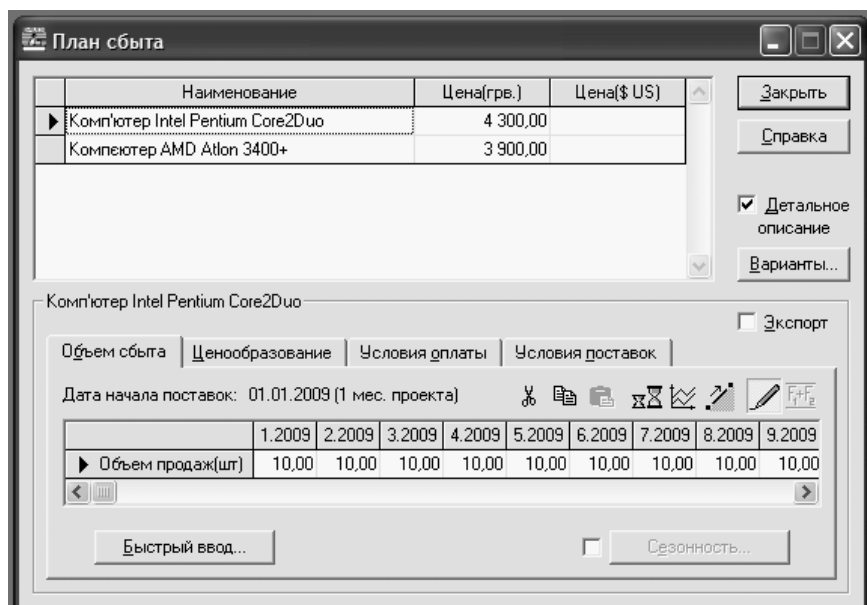


Рис. 12.23. Вікно «План сбыта»

Під час формування плану збуту обов'язково треба вказати ціну на кожний із продуктів, випуск яких передбачається цим

проектом. Вона вноситься в таблицю у верхній частині вікна шляхом безпосереднього введення у стовпчик «Ціна».

Якщо продукт реалізується на зовнішньому ринку, у вікні «План сбыта» треба поставити прапорець у полі «Експорт».

Для заповнення таблиці у нижній частині діалогового вікна (рис. 12.23) є два режими введення: спрощений та детальний.

При використанні спрощеного режиму введення даних доступною є лише карточка «Объём сбыта», куди слід внести інформацію про запланований обсяг збуту продукції за періодами. Ці дані можна внести як безпосередньо, так і скориставшись функцією «Быстрый ввод», яка спираючись на інформацію про плановий обсяг продажу та темпи його росту заповнює таблицю «Объём сбыта» автоматично.

Якщо включити опцію «Детальное описание», у нижній частині діалогового вікна стануть активними карточки «Ценообразование», «Условия оплаты» та «Условия поставок», а також з'являється можливість зазначити варіанти продажу.

Однією з основних витратних статей будь-якого підприємства є оплата праці його робітників. При цьому сума цих витрат визначається такими двома параметрами, як чисельність працівників та розмір їх заробітної плати. У «Project Expert» усі ці дані обліковуються в модулі «План персонала».

Должность	Кол-во	Зарплата (грв.)	Зарплата (\$ US)
Директор	1	4 000,00	
Бухгалтер	1	3 500,00	
Инженер	2	2 500,00	
	1		

Директор - Описание

☒ Периодические выплаты
 Ежемесячно
☐ Разовая выплата
 01.01.2009

В течение
☒ всего проекта
☐ периода производства
☐ периода с 1 по 1 мес.

☐ Сложная схема выплат
 Схема...
 Задержка платежей: 0 дн.

☐ Учет...
☐ Сезонные изменения...

Рис. 12.24. Вікно «План персонала»

Інформація про кількість та посади робітників компанії вноситься в таблицю, розташовану у верхній частині вікна «План персонала» шляхом безпосереднього введення. Для встановлення рівня заробітної плати можна використати як ручний режим введення даних, так і автоматизований розрахунок. Щоб обрати ту чи іншу схему нарахування заробітної плати, потрібно поставити прапорці у відповідному полі та внести необхідні цифри.

Схожий принцип роботи та структуру має модуль «Общие издержки», куди заноситься інформація про всі інші можливі витрати компанії.

Общие издержки

Управление | Производство | Маркетинг

Название	грв.	\$ US
Оренда офісу	1 000.00	
Комунальні платежі	300.00	
▶ Витрати на зв'язок	400.00	

OK
Отменить
Справка

Витрати на зв'язок - Описание

☒ Периодические выплаты
Ежемесячно

☐ Разовая выплата
01.01.2009

☐ Сложная схема выплат
Схема...

В течение
☒ всего проекта
☐ периода производства
☐ периода с 1 по 1 мес.

Задержка платежей: 0 дн.

☐ Инфляция... ☐ Налоги/Учет... ☐ Сезонные изменения...

Рис. 12.25. Вікно «Общие издержки»

Крім того, визначальною є інформація про умови, на яких залучаються інвестиції та їх обсяг. Ці дані відображаються в модулі «Займы» розділу «Финансирование».

Для формування у верхній частині діалогового вікна «Займы» списку залучених відсоткових ресурсів, зокрема кредитів, можна скористатися клавішами Insert та Delete, чи контекстним меню.

Займы

	Название	Дата	Сумма(грв.)	Сумма(\$ US)	Срок
▶	Кредит у КБ "Надра"	01.01.2009	20 000,00		12 м

Кредит у КБ "Надра" - Описание

☐ Выплаты процентов
 ☐ Поступления
 ☐ Возврат

Ставка: 26,00 %
 ☐ Капитализация

☒ Регулярные
 Ежемесячно
 Отсрочка первой выплаты 2 мес.

☐ Разовые
 Схема...
 Задолженность выплачивается Равномерно

☐ Учитывать календарь

Отнесение процентов: На затраты

OK
 Отменить
 Справка
 Подбор...
 Дефицит...

Рис. 12.26. Вікно «Займы»

Сума кредиту зазначається в одній із валют проекту. Порядок його отримання та повернення відображається у відповідних карточках у нижній частині діалогового вікна. При цьому строк кредиту можна вказувати у днях (д), місяцях (м) та роках (г).

Інформація про розмір відсоткової ставки та механізм виплати відсоткового доходу вноситься в карточку «Виплата процентів». «Project Expert» дозволяє обрати один із двох варіантів сплати відсотків: регулярні виплати та разові виплати.

Регулярні виплати можуть здійснюватись із заданою періодичністю (місяць, квартал, півроку тощо), яка зазначається у відповідному полі. Параметри разових виплат описуються в діалоговому вікні «Схема разових виплат процентів», яке відкривається натисканням кнопки «Схема».

Необхідно зазначити, що для зручності аналізу наявних коштів на предмет їх дефіциту в діалоговому вікні «Займы» передбачена можливість перегляду зведеної інформації з таблиці Кеш-фло. Аби це зробити, слід натиснути кнопку «Дефицит наличных средств», програма перерахує проект та відкриє додаткове вікно, в якому буде відображено інформацію з таблиці Кеш-фло із зазначенням початкового та максимального дефіциту наявних коштів.

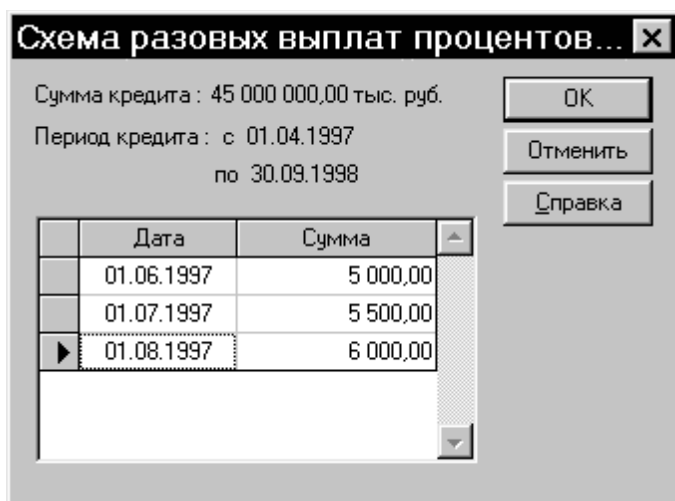


Рис. 12.27. Вікно «Схема разовых выплат процентов»



Рис. 12.28. Вікно «Дефицит наличных средств»

Після внесення всієї необхідної інформації про інвестиційний проект у відповідні модулі «Project Expert» переходимо до розділу «Анализ проекта», в якому автоматично розраховуються всі базові показники ефективності інвестицій. Аби їх переглянути, треба зайти в модуль «Эффективность инвестиций».

Эффективность инвестиций		
Длительность проекта: 24 мес.		
Период расчета: 24 мес.		
Справка		
Показатель	Гривна	Доллар
► Ставка дисконтирования, %	0,00	0,00
Период окупаемости - РВ, мес.	2	2
Дисконтированный период окупаемости - DPB, мес.	2	2
Средняя норма рентабельности - ARR, %	3 193,27	3 193,27
Чистый приведенный доход - NPV	12 573	1 676
Индекс прибыльности - PI	63,87	63,87
Внутренняя норма рентабельности - IRR, %	10 000,00	10 000,00
Модифицированная внутренняя норма рентабельности - MIRR, %	699,16	699,16

Рис. 12.29. Вікно «Эффективность инвестиций»

Слід відзначити, що всі показники ефективності розраховуються із кроком дисконтування, який дорівнює одному місяцю.

Для того щоб визначити надійність цих показників та ступінь їх можливого відхилення від розрахованого рівня, можна провести аналіз чутливості їх до зміни різних факторів за допомогою модулів «Анализ чувствительности» та «Монте-Карло». Зокрема, чим ширшим є діапазон різних параметрів, у якому показники ефективності залишаються в межах прийнятних значень, тим вищим є «запас стійкості» інвестиційного проекту та тим краще він захищений від коливань різних факторів, що впливають на результати його реалізації.

Анализ чувствительности (NPV - грн.)							
Справка Закрыть							
Доступные параметры:		Диапазон:		Анализируем по:			
- Уровень инфляции - Ставки налогов - Объем инвестиций - Цена сбыта - Задержки платежей - Потери при продажах - Прямые издержки - Отсрочка оплаты прямых издержек		от -50 %		NPV			
		до 50 %		Валюта:			
		шаг 10 %		Гривна			
Выбранные параметры:	-50%	-40%	-30%	-20%	-10%	0%	
Объем сбыта	-200 205,23	-157 115,82	-114 026,41	-70 937,01	-27 847,60	12 573,06	45
► Зарплата персонала	158 103,06	128 997,06	99 891,06	70 785,06	41 679,06	12 573,06	-22

Рис. 12.30. Вікно «Анализ чувствительности»

Так, у зазначеному вище вікні у верхній правій частині можна вибрати, який саме показник ефективності треба перевірити на стійкість. У лівій верхній частині можна обрати один чи декілька параметрів, що можуть коливатись. Діапазон цих коливань із певним кроком задається у групі полів «Диапазон отклонений».

Заповнивши верхню половину вікна «Анализ чувствительности», натискаємо кнопку «Пересчитать», розташовану у верхньому лівому кутку, яка активізує процес автоматичного розрахунку значення обраного нами показника ефективності для різних значень змінних параметрів.

Отримані результати відображаються у вигляді таблиці в нижній половині діалогового вікна. Також їх можна переглянути і у графічній формі, натиснувши кнопку «Графіки», розташовану у верхньому лівому кутку діалогового вікна.



Рис. 12.31. Вікно «График — Анализ чувствительности»

Модуль «Монте-Карло» (Статистичний аналіз проекту) дозволяє визначити ступінь впливу випадкових факторів на показники ефективності проекту та встановити, який вплив здійснює невизначеність вихідних даних на поведінку моделі. Діалогове вікно «Статистический анализ проекта», яке реалізує такий механізм, складається із 2-х карток: невизначені дані та результати.

Карточка «Невизначені дані» слугує для опису випадкових факторів, які впливають на результати реалізації проекту. Так, спочатку у відповідному полі зі списком обирається група даних. Після цього у розташованому нижче віконці відображаються елементи, з яких за допомогою кнопки «Добавить» формується список випадкових змінних у таблиці «Выбранные элементы». Для кожного з цих елементів у відповідних комірках треба вказати діапазон можливих коливань у відсотках.

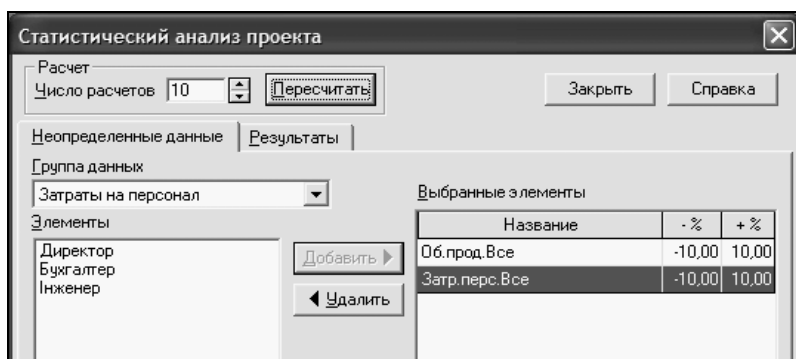


Рис. 12.32. Карточка «Неопределённые данные»
у вікні «Статистический анализ проекта»

Так формується область значень даних, з якої випадковим чином обираються точки, кількість яких задається в полі «Число расчётов». Після натискання кнопки «Пересчитать» у кожній точці здійснюється повний розрахунок проекту та показників його ефективності. Отримані дані відображаються у карточці «Результаты».

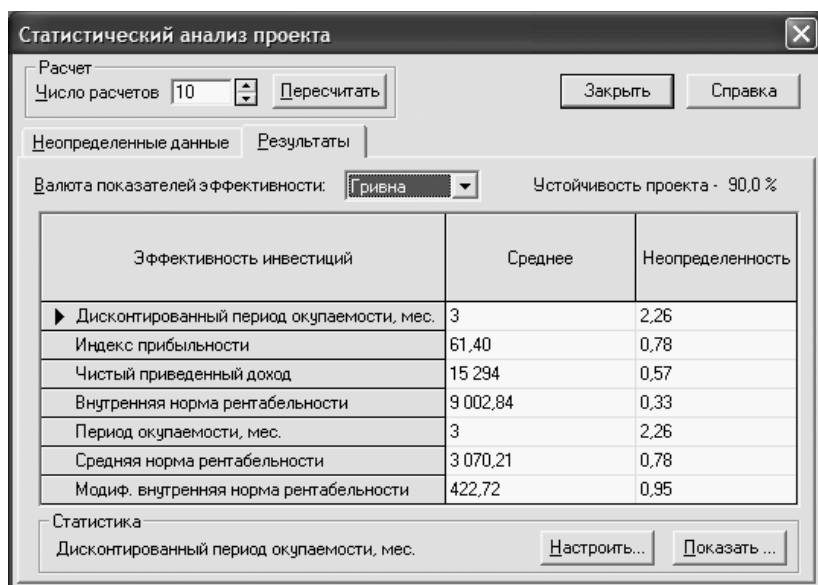


Рис. 12.33. Карточка «Результаты»
у вікні «Статистический анализ проекта»

**Електронні адреси сайтів аналітичних журналів
та компаній, які займаються
маркетинговими дослідженнями:**

<http://www.lol.org.ua/ukr/market.php>
http://kandydat.com.ua/ekonomika/06_02.htm
<http://www.fnd.com.ua/archiv>
<http://dsnews.com.ua>
<http://pro-consulting.com.ua>

Електронні адреси сайтів бізнес-ідей:

<http://www.bw.jino.ru/index.php?option=&task=&sectionid=&id=&Itemid=>
<http://www.business-magazine.ru/ideas/>
<http://www.business.ua/key>

**12.6. Система оцінювання результатів тренінгу
та роботи студентів**

Система оцінювання роботи студентів

Система оцінювання роботи студентів під час проведення тренінгу включає три аспекти.

Перший аспект пов'язаний з умінням учасників тренінгу використовувати набуті теоретичні знання та практичні навички для вирішення реальних задач, а саме розроблення та аналізу інвестиційних проектів, а також побудови моделей прийняття інвестиційних рішень.

За виконання поставленого завдання та оформлення письмового звіту студенти можуть отримати максимум 25 балів; за доповідь-презентацію та захист результатів — максимум 25 балів.

З огляду на те, що звіт та презентація є результатом колективної роботи всіх учасників цієї чи іншої групи, зазначені бали викладач-керівник тренінгу виставляє команді.

Другий аспект пов'язаний з новаторською складовою роботи учасників тренінгу. Зокрема, оцінюється оригінальність проектних ідей і пропозицій, презентаційних матеріалів тощо.

За інноваційність ідей кожна команда може заробити максимум 25 балів. Ці бали виставляються шляхом закритого голосу-

вання серед усіх учасників тренінгу, кожен з яких має один голос. Так, проект, який визнано найоригінальнішим, отримує 25 балів, друге місце — 20 балів, третє — 15 балів і т. д. Слід зазначити, що розподіл балів може змінюватися залежно від кількості команд, які беруть участь у тренінгу.

Третій аспект стосується соціально-психологічної складової будь-якого тренінгу, а саме вміння студентів налагоджувати ділові зв'язки, працювати у команді, брати на себе роль «лідера» чи «виконавця» тощо. У даній ситуації оцінюється окремо кожний учасник тренінгу, який при цьому може отримати до 25 балів. Слід зазначити, що у процесі оцінювання окремого студента враховується як думка викладача-керівника тренінгу (40 % оцінки) так і усіх колег по команді (60 % оцінки).

Кожен учасник команди повинен оцінити усіх своїх колег за такими якостями як комунікативність, активність, відповідальність тощо, використовуючи цифри від 0 до 10. За цими даними розраховується середній колективний бал, який з коефіцієнтом 0,6 додається до оцінки викладача — керівника тренінгу, що враховується з коефіцієнтом 0,4.

У результаті індивідуальна сітка балів кожного учасника тренінгу виглядатиме так як подано в табл. 12.5.

Таблиця 12.5

Складові системи оцінювання індивідуальної роботи слухачів тренінгу	Суб'єкт оцінювання	Максимальна кількість балів
Практична	Викладач—керівник тренінгу	50
Інноваційна	Усі учасники тренінгу	25
Соціально-психологічна	Усі слухачі тренінгу та викладач—керівник тренінгу	25
Разом	—	100

Результати тренінгу (з коефіцієнтом 0,5) є елементом загальної оцінки з переддипломної практики студента.

Оцінка та аналіз результатів тренінгу

Як уже зазначалося, зважаючи на інтерактивний характер тренінгу, невід'ємною його складовою є система оцінювання результатів. Саме в процесі аналізу оцінювання результатів навчання відбувається визначення того, чи були досягнуті постав-

лені цілі, як на думку викладача-тренера, так і учасників тренінгу; чи були певні недоліки в роботі тренера, чи вплинули вони на якість тренінгу тощо.

З огляду на те, що в результативності тренінгу зацікавлено як мінімум дві сторони: тренер та безпосередні учасники, перед якими стоять дещо різні цілі, вважається, аби всебічно проаналізувати якість тренінгу, слід урахувувати такі чотири складові:

- *оцінку реакції учасників*, тобто думку слухачів щодо того, наскільки цікавою та корисною для них є програма тренінгу;

- *оцінку навчання*, що включає аналіз того, наскільки учасники тренінгу засвоїли інформацію та навички, які були закладені в програмі тренінгу;

- *оцінку поведінки*, що дає можливість визначити, наскільки інформація, засвоєна слухачами в процесі навчання, вплинула на їх свідомість та поведінку. Адже невід'ємною ознакою будь-якого тренінгу є його комплексність, зокрема, його направленість не лише на пошук рішення в складних економічних ситуаціях, але й психологічна підготовка учасників до можливих змін, пов'язаних із цим.

- *оцінку результативності або ефективності* — її використовують в умовах, коли проводяться корпоративні тренінги, тобто певна компанія укладає контракт з певним тренінг-центром щодо проведення цілого комплексу тренінгів для різних сегментів працівників з метою підвищення їх професійних навичок, оптимізації адміністративних та виробничих процесів, пошуку нових напрямів розвитку підприємства тощо.

Слід зазначити, що невід'ємною складовою будь-якого навчального процесу є відповідна матеріальна база, що забезпечує можливість викладача-тренера подавати інформацію у різних формах (візуально, письмово, усно тощо). Це дозволяє значно підвищити рівень та якість сприйняття програми тренінгу його слухачами.

З огляду на це тренінг слід оцінювати також і за формальними ознаками, так: зручність часу проведення тренінгу, тривалість, технічне оснащення, якість роздаткового матеріалу тощо.

Зважаючи на багатогранність як процесу навчання, так і цільової аудиторії, на сьогодні розроблено вже багато моделей оцінювання різного роду тренінгів, проте жодна з них не має універсального характеру. Так, їх ефективність значною мірою залежить як від мети та програми тренінгу, так і кількості його учасників, форми проведення тощо.

На сьогодні найбільш відомими є такі методи оцінювання, як модель Кіпратріка; цільовий підхід Тайлера (Tyler's Objectives Approach); модель Скривенса, націлена на результат (Scriven's Focus On Outcomes); модель Стафлебіма CIPP (Stufflebeam), яка містить: Context evaluation (контекстне оцінювання), Input evaluation (оцінювання на вході), Process evaluation (оцінювання процесу) та Product evaluation (оцінювання продукту); натуралістичний підхід Губа (Guba's Naturalistic Approach) і Модель В Брюса Аарона (Bruce Aaron's V Model).

Слід зазначити, що первинними даними для переважної більшості наведених вище методів оцінювання є результати анкетування, яке зазвичай проводиться серед усіх слухачів наприкінці тренінгу. Зразок анкети наведено в Додатку 2.

Узагальнені оцінки, отримані в процесі обробки анкет, дозволяють тренеру визначити «проблемні місця» у програмі та наповненні тренінгу, а також забезпечити його актуалізацію щодо змін економічної та політичної ситуації в країні та світі.

Література для поглибленого вивчення



1. Про затвердження Типової методики організації проведення тренінгів для державних службовців та посадових осіб місцевого самоврядування: Наказ № 115 від 3 квітня 2006 р. / Головне управління державної служби України. — Режим доступу: www.guds.gov.ua

2. Смолкин А. М. Методы активного обучения. — М. : Высшая школа, 1991. — 176 с.

3. Баринов В. А. Бизнес-планирование : учеб. пособие / В. А. Баринов. — М. : ФОРУМ; ИНФРА-М, 2003. — 245 с.

4. Покропивний С. Ф. Бізнес-план : технологія розробки та обґрунтування : навч. посіб. — 2-ге вид., допов. / [С. Ф. Покропивний, С. М. Соболев, Г. О. Швиданенко, О. Г. Дерев'янка]. — К. : КНЕУ, 2002. — 143 с.

5. Черняк В. З. Бизнес-планирование : учеб.-практ. пособие / В. З. Черняк, А. В. Черняк, И. В. Давиденко. — М. : Изд-во РДЛ, 2003. — 343 с.

6. Методичні матеріали із Project Expert — Режим доступу: <http://www.studyroom.ru/inform/PE.doc>

7. Емельянов А. А. Имитационное моделирование экономических процессов / А. А. Емельянов, Е. А. Власова, Р. В. Дума. — М. : Финансы и статистика, 2002. — 364 с.

8. *Гойко А. Ф.* Методи оцінки ефективності інвестицій та пріоритетні напрями їх реалізації / А.Ф. Гойко — К. : ВІРА-Р, 1999. — 320 с.
9. *Ковалев В. В.* Методы оценки инвестиционных проектов. — М.: Финансы и статистика, 2000. — 280 с.
10. *Великий Ю.* Проблемы оценки эффективности инвестиций / Ю. Великий // Бизнес-Информ. — 1998. — № 13—14. — С. 91—103.
11. *Вітлінський В. В.* Ризикологія в економіці та підприємстві : монографія / В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. — К. : КНЕУ, 2004. — 480 с.
12. *Вітлінський В. В.* Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисципліни / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко. — К. : КНЕУ, 2000. — 292 с.
13. *Вітлінський В. В.* Моделювання економіки : навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисципліни : монографія / В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. — К. : КНЕУ, 2005. — 306 с.
14. *Вітлінський В. В.* Моделювання економіки: навч. посібник / В. В. Вітлінський. — К. : КНЕУ, 2003. — 408 с.
15. *Гужва В.* Автоматизація бізнес-планування на підприємствах / В. Гужва // Справочник экономиста. — № 4. — 2005. — С. 37—39.
16. *Костромин С. А.* Анализ программных пакетов для инвестиционного проектирования / С. А. Костромин // Фондовый рынок. — № 4. — 2003. — С. 15—19.
17. *Економічний ризик : ігрові моделі : навч. посібник* / [В. В. Вітлінський, П. І. Верченко, А. В. Сігал, Я. С. Наконечний]; за ред. д-ра екон. наук, проф. В. В. Вітлінського. — К. : КНЕУ, 2002. — 446 с.
18. *Ермаков А. Л.* Основы самостоятельной работы студентов / А. Л. Ермаков, Н. А. Галатенко. — М. : Моск. гос. техн. ун-т гражд. авиации, 1996. — 87 с.
19. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий / Саати Т. : пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе. — М. : Радио и связь, 1993. — 278 с.
20. *Бешелев С. Д.* Математико-статистические методы экспертных оценок / С. Д. Бешелев, Ф. Г. Гурвич. — М. : Статистика, 1980. — 263 с.
21. *Матвійчук А. В.* Моделювання економічних процесів із застосуванням методів нечіткої логіки / А. В. Матвійчук. — К. : КНЕУ, 2007. — 263 с.
22. *Митюшкин Ю. И.* Soft Computing : идентификация закономерностей нечёткими базами знаний / Ю. И. Митюшкин, Б. И. Мокин, А. П. Ротштейн. — В.: Универсум, 2002. — 143 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1

План-графік проведення тренінгу «Система математичних моделей вибору інвестиційного проекту» на матеріалах віртуальних інвестиційних проектів для студентів, що навчаються за спеціальністю «Економічна кібернетика», магістерської програми «Моделювання та інформаційні технології в економіці»

№ з/п	Назва етапу	Мета та зміст основних завдань етапу	Виконавці етапу	Методи та форми роботи	Тривалість, ауд. год
1	Організаційний етап				
1.1.	Пояснення мети та завдання тренінгу	Знайомство викладачів—керівників тренінгу та студентів-учасників. Вирішення організаційних питань. Ознайомлення студентів-учасників з темою, метою та завданням тренінгу, а також їх обговорення та уточнення з викладачем-керівником	Викладачі—керівники тренінгу	Інструктаж, колективна бесіда	2
1.2.	Формування команд та конкретизація завдань	Поділ студентів-учасників на групи (команди), вибір лідера-координатора всередині кожної з них. Розподіл ролей між командами. Пояснення викладачем-керівником завдань, які стоять перед різними командами—учасницями тренінгу та їх обговорення. Видача допоміжних матеріалів, на які можуть спиратися студенти-учасники в процесі виконання поставлених завдань. Ознайомлення студентів-учасників з теоретичною базою теми тренінгу	Студенти-учасники та викладачі—керівники тренінгу	Інструктаж, колективна бесіда, міні-лекція	2

№ з/п	Назва етапу	Мета та зміст основних завдань етапу	Виконавці етапу	Методи та форми роботи	Тривалість, ауд. год
1.3.	Обговорення форми звітності результатів виконання завдань тренінгу	Установлення викладачем-керівником термінів виконання завдань, поставлених перед командами-учасниками тренінгу. Опис викладачем-керівником форми звітності результатів виконання тренінгу. Пояснення системи оцінювання роботи студентів-учасників під час проведення тренінгу. Обговорення спірних моментів	Викладачі—керівники тренінгу	Інструктаж, колективна бесіда	2
2	Основний етап				
2.1	Робота команд із виконання завдань тренінгу	Збір студентами-учасниками інформації, необхідної для створення віртуальних інвестиційних проектів з дотриманням вимог, поставлених керівниками тренінгу. Дослідження студентами-учасниками існуючих моделей підтримки прийняття інвестиційних рішень. Оволодіння студентами-учасниками навичками роботи з автоматизованими системами бізнес-планування та прийняття інвестиційних рішень, необхідних для вирішення поставлених завдань. Розроблення та обґрунтування студентами-учасниками власних інвестиційних проектів та моделей їх оцінки. Підготовка командами презентаційних матеріалів щодо виконання поставлених перед ними завдань	Студенти – учасники тренінгу	Індивідуальна робота команд—учасників тренінгу, різні методи групової роботи (мозковий штурм, метод «Делфі», дискусії тощо)	14
2.2	Проведення консультацій викладачів з командами	Консультації з викладачами-керівниками щодо можливих варіантів вирішення різного роду труднощів, які виникають у команд під час виконання ними завдань	Студенти-учасники команд та викладачі—керівники тренінгу	Обговорення, бесіда-дискусія	8

2.3	Презентації та обговорення результатів роботи команд	Проведення командами-учасницями презентацій своїх інвестиційних проектів та розробленої методики їх оцінки. Доповіді лідерів координаторів про результати виконання поставленого перед командами завдання. Порівняння та обговорення представлених інвестиційних проектів. Колективний аналіз розробленої моделі оцінювання інвестиційних проектів та результатів її використання. Порівняльний аналіз представлених інвестиційних проектів	Студенти-учасники та викладачі—керівники тренінгу	Презентації, колективна бесіда, бесіда-дискусія	4
3	Підбиття підсумків тренінгу				
3.1.	Оцінювання роботи студентів	Оцінювання викладачем—керівником тренінгу результативності роботи команд шляхом аналізу підготовлених ними звітів та презентацій. Колективне оцінювання оригінальності підходів, які використовували різні команди-учасниці для виконання поставленого перед ними завдання, та форми подання отриманих результатів. Оцінювання соціально-психологічних якостей студентів-учасників, які вони демонстрували під час проведення тренінгу. Виведення узагальненої оцінки, яку отримує кожний студент-учасник за участь у тренінгу	Студенти-учасники та викладачі—керівники тренінгу	Експертиза, голосування, опитування	2
3.2.	Оцінювання ефективності тренінгу	Визначення думки учасників тренінгу щодо його ефективності (анкетування). Установлення «проблемних місць» у програмі та наповненні тренінгу. Розробка рекомендацій щодо вдосконалення структури та змісту тренінгу	Викладачі—керівники тренінгу	Анкетування, різні методи колективної роботи (мозковий штурм, метод «Дельфі», дискусії тощо)	2

**Анкета
оцінювання ефективності тренінгу
Шановні учасники!**

Просимо вас відповісти на запитання, наведені в цій анкеті. Ваші відповіді дозволять ведучим тренінгу зробити процес навчання максимально ефективним.

1. Які очікування Ви покладали на участь у тренінгу?

2. Наскільки Ваші очікування виправдалися? Оцініть у балах від 0 (повністю не виправдалися) до 10 (очікування було перевершено).

3. Які ще ситуації, на Вашу думку, слід включити до програми тренінгу?

4. У балах від 0 (програма видалась мені абсолютно безглуздою та нецікавою) до 10 (програма була дуже насичена та динамічна) оцініть насиченість програми тренінгу, учасником якої Ви були.

5. Щоб Ви додали до програми проведення тренінгу, а що виключили б із неї?

6. Які труднощі виникли в процесі виконання поставлених задач?

7. Наскільки зрозумілими для Вас були правила та завдання тренінгу? Оцініть у балах від 0 (повністю незрозумілі) до 10 (усе було дуже зрозумілим).

8. Як Ви оцінюєте роботу ведучого-викладача?

9. Чи задовольняють Вас технічні та психологічні умови проведення тренінгу? Оцініть у балах від 0 (абсолютно не задовольняють) до 10 (повністю задовольняють).

Технічні _____

Психологічні _____

**Допоміжні матеріали для виконання завдань тренінгу
«Система математичних моделей вибору інвестиційного проекту»
для команди «Підприємці»**

(для студентів, що навчаються за спеціальністю
«Економічна кібернетика» за магістерською програмою
«Моделювання та інформаційні технології в економіці»)

I. Виконання поставленого завдання.

1.1. Підготувати маркетингове дослідження ринку, на якому буде функціонувати створена Вами компанія (2—3 сторінки друкованого тексту, Times New Romans, 14, інтервал — 1,5), яке має містити таку інформацію:

- Коротка характеристика ринку, перспективи розвитку;
- Загальна інформація про продукт/послугу, які планується виробляти;
- Характеристика основних конкурентів, за можливості з визначенням їх частки ринку;
- Основні бар'єри виходу на ринок;
- Аналіз наявного попиту на продукцію, яку планується виробляти (зіставити його з пропозицією);
- Аналіз групи потенційних споживачів (вікові, статеві характеристики, рівень доходу);
- Коротка характеристика виробничого циклу (основні складові, тривалість виробничого циклу);
- Обсяги реалізації та виробництва продукції день/місяць/рік;
- Собівартість продукції з розбивкою на постійні та змінні витрати;
- Персонал (кількість, умови оплати праці тощо);
- Ринкова ціна (обґрунтування);
- Рівень інфляції;
- Ставка дисконтування;
- Ризики: якісний та кількісний аналіз;
- Коротка характеристика збутової політики (ринку збуту тощо).

1.2. Провести розрахунок показників ефективності інвестицій (наприклад, у *Project Expert*) дотримуючись таких обмежень:

- кошти надаються терміном на 5 років та обсягом 100 000 грн;
- кошти надаються у національній валюті під 20 % річних.

Для роботи в *Project Expert* потрібна така інформація:

- Коротка характеристика виробничого циклу (основні складові, тривалість виробничого циклу);
- Обсяги реалізації та виробництва продукції день/місяць/рік;
- Собівартість продукції з розбивкою на постійні та змінні витрати;
- Персонал (кількість, умови оплати праці тощо);

- Ринкова ціна (обґрунтування);
- Рівень інфляції;
- Ставка дисконтування.

Окрім того, необхідно провести аналіз чутливості показників ефективності інвестицій до зміни:

- інфляції;
- ринкової ціни;
- обсягу реалізації.

Аналіз чутливості проводиться на основі методу Монте-Карло (кількість прогонів при цьому має становити не менше 1000 разів). Установлені межі коливання цих показників необхідно обґрунтувати.

1.3. Підготувати мультимедійну презентацію (15 хв, 8—10 слайдів), яка має містити коротку характеристику:

- ✓ Вашої компанії (назва, форма власності, юридично-правова форма, місце функціонування, вид діяльності);
- ✓ Продукції, яку плануєте виготовляти;
- ✓ Ринку;
- ✓ Конкурентів;
- ✓ Ризиків;
- ✓ Показники ефективності інвестицій мають бути оформлені у вигляді таблиць (див. табл. 1).

Таблиця 1

Ставка дисконтування, %	
Період окупності (<i>PB</i>), міс.	
Дисконтований період окупності (<i>DPB</i>), міс	
Середня норма рентабельності (<i>ARR</i>), %	
Чистий приведений дохід (<i>NPV</i>), грн	
Індекс прибутковості (<i>PI</i>)	
Внутрішня норма рентабельності (<i>IRR</i>), %	
Модифікована внутрішня норма рентабельності (<i>MIRR</i>), %	

- ✓ Результати розрахунків за методом Монте-Карло (див. табл. 2).

Таблиця 2

	Середнє	Невизначеність
Ставка дисконтування, %		
Період окупності (<i>PB</i>), міс.		
Дисконтований період окупності (<i>DPB</i>), міс.		
Середня норма рентабельності (<i>ARR</i>), %		

	Середнє	Невизначеність
Чистий приведений дохід (<i>NPV</i>), грн		
Індекс прибутковості (<i>PI</i>)		
Внутрішня норма рентабельності (<i>IRR</i>), %		
Модифікована внутрішня норма рентабельності (<i>MIRR</i>), %		
Стійкість проекту		

II. Оформлення звіту

Звіт має містити такі розділи:

а) Опис створеного віртуального підприємства.

У даній частині звіту команді «Підприємці» необхідно описати новостворене підприємство (назва, форма власності, вид економічної діяльності тощо);

б) Маркетингове дослідження.

У даній частині має міститись коротка характеристика ринку, на якому функціонує створена групою студентів віртуальна компанія; продукції, яку має намір виробляти фірма; головних конкурентів; потенційних споживачів; виробничого циклу тощо (п. 1.1);

в) Показники ефективності інвестиційних проектів.

У даному розділі звіту необхідно навести у табличній формі (табл. 1) результати розрахунків показників ефективності інвестиційного проекту в *Project Expert* дотримуючись поставлених обмежень (п. 1.2);

г) Аналіз чутливості інвестиційного проекту.

Цей розділ має містити у табличній формі (табл. 2) результати аналізу чутливості за параметрами, визначеними викладачами-керівниками тренінгу, та обґрунтування студентів щодо меж, у яких змінюється той чи інший зазначений параметр (п. 1.2).

Загальний обсяг розробленого звіту (комплекту проектної документації) становить 10—15 сторінок (Times New Roman 14, інтервал — 1,5). Зразок оформлення титульної сторінки наведено у *Додатку 5*.

Допоміжні матеріали для виконання завдань тренінгу
«Система математичних моделей вибору інвестиційного проекту»
для команди «Фінансові аналітики»
(для студентів, що навчаються за спеціальністю
«Економічна кібернетика» за магістерською програмою
«Моделювання та інформаційні технології в економіці»)

I. Виконання поставленого завдання.

1.1. Розробити ієрархічну модель оцінювання привабливості інвестиційних проектів з використанням елементів нечіткої логіки, дотримуючись таких обмежень:

- кошти надаються терміном на 5 років та обсягом 100 000 грн;
- гроші надаються у національній валюті під 20 % річних.

Вхідними даними для моделі, яку необхідно розробити, є показники ефективності інвестицій.

Таблиця 3

Назва показника	Фактичне значення за конкретним проектом	Середнє значення	Середнє квадратичне відхилення
Ставка дисконтування, %			
Період окупності (PB), міс.			
Дисконтований період окупності (DPB), міс.			
Середня норма рентабельності (ARR), %			
Чистий приведений дохід (NPV), грн			
Індекс прибутковості (PI)			
Внутрішня норма рентабельності (IRR), %			
Модифікована внутрішня норма рентабельності ($MIRR$), %			
Стійкість проекту		—	—

1.2. Підготувати мультимедійну презентацію (15 хв, 8—10 слайдів), яка має містити коротку характеристику розробленої методики:

- дерево-ієрархій;
- вагові коефіцієнти;

- функції належності;
- результуючі таблиці 1-го та 2-го рівнів;
- тощо.

II. Оформлення звіту

Звіт має містити такі розділи:

а) Обґрунтування обраних математичних методів та моделей.

У цій частині звіту має міститись перелік, коротка характеристика та обґрунтування використаних у процесі оцінювання ефективності інвестиційних проектів математичних методів та моделей.

б) Опис розробленої моделі прийняття рішення.

У даній частині звіту необхідно стисло розкрити теоретичні основи розробленої моделі (зокрема, навести обрані для порівняння фінансові показники, методи та способи їх розрахунків, дерево-ієрархій, метод розрахунку вагових коефіцієнтів, функції належності тощо).

в) Результати розрахунків, проведених на основі розробленої моделі.

У даному розділі звіту мають бути наведені в табличній формі проміжні та кінцеві результати аналізу ефективності інвестиційних проектів та обґрунтоване рішення щодо того, якому проекту слід надати перевагу.

г) Аналіз основних переваг та недоліків, розробленої моделі.

У даному розділі мають бути описані переваги та недоліки розробленої моделі прийняття рішень, основні труднощі, з якими зіткнулася група «Фінансових аналітиків» у процесі моделювання.

Загальний обсяг звіту має становити 10—15 сторінок (Times New Roman 14, інтервал — 1,5). Зразок оформлення титульної сторінки наведено у Додатку 5.

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ
УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ імені Вадима Гетьмана»
Кафедра економіко-математичного моделювання**

**ЗВІТ ПРО РЕЗУЛЬТАТИ
ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ ТРЕНІНГУ
*«Система математичних
моделей вибору інвестиційного проекту»***

Виконали студенти 5-го курсу
Факультету інформаційних систем і
технологій
Спеціальність 8502
Магістерська програма «Моделюван-
ня та інформаційні технології в еко-
номіці»

(ПІБ)
Викладачі—керівники тренінгу
(ПІБ)

ЗМІСТ

<i>Передмова</i>	3
Розділ 1. Принципи функціонування фінансового ринку та основні інструменти інвестування	5
1.1. Економіко-правові засади інвестування	5
1.2. Визначення та класифікація інвестицій	7
1.3. Основні інструменти інвестування та структура фінансового ринку	12
1.4. Види цінних паперів та структура фондового ринку	16
Розділ 2. Оцінювання інвестицій у цінні папери на підґрунті інструментарію фінансової математики	26
2.1. Концепція вартості грошей у часі	26
2.2. Методика обчислень за правилом простих процентів	30
2.3. Методика обчислень за правилом складних процентів	33
2.4. Урахування темпів інфляції у ставках дохідності	37
2.5. Основні поняття та класифікація фінансових рент	39
2.5.1. Річна рента постнумерандо (звичайний анuitет)	42
2.5.2. Нескінченна рента постнумерандо (перпетuitет)	44
2.5.3. Річна рента пренумерандо (авансовий анuitет)	44
Розділ 3. Основні засади інвестиційного аналізу інструментів фінансового ринку	49
3.1. Оцінювання інвестиційної вартості цінних паперів	49
3.2. Оцінювання норми дохідності фінансових інвестицій	57
3.2.1. Метод кумулятивної побудови	60
3.2.2. Модель оцінки капітальних активів	63
3.2.3. Теорія арбітражного ціноутворення	66
3.2.4. Метод середньозваженої вартості капіталу	68
3.3. Урахування ліквідності в оцінюванні фінансових інструментів	69
3.4. Оцінювання інвестиційних ризиків цінних паперів	72
Розділ 4. Моделі оцінки облігацій	83
4.1. Економіко-правові властивості облігацій	83
4.2. Оцінювання інвестиційної вартості облігацій	86
4.3. Оцінювання ринкової дохідності облігацій	94
4.4. Аналіз взаємозв'язку ринкової вартості і дохідності облігацій	99
4.5. Кредитні рейтинги як інтегральна оцінка ступеня кредитного ризику боргових зобов'язань	100

Розділ 5. Моделі оцінки векселів	111
5.1. Економіко-правові властивості вексельних зобов'язань	111
5.2. Класифікація векселів	115
5.3. Оцінювання внутрішньої вартості звичайних (дисконтних) векселів	117
5.4. Оцінювання норми дохідності дисконтних векселів	121
Розділ 6. Моделі оцінки акцій	128
6.1. Економіко-правові властивості акцій	128
6.2. Оцінювання інвестиційної вартості акцій	134
6.3. Оцінювання ринкової дохідності акцій	140
6.4. Фондові індекси як індикатори стану організованого ринку акцій	146
Розділ 7. Математичні моделі диверсифікації. Теорія портфеля	153
7.1. Диверсифікація як спосіб зниження ступеня ризику	153
7.2. Класична теорія портфеля	155
7.3. Математичні методи та моделі неокласичної теорії портфеля	190
7.4. Теоретико-ігрова концепція вибору портфеля	199
7.5. Оптимізація структури портфеля цінних паперів з використанням семіваріації як міри ризику	213
Розділ 8. Хеджування ризиків цінових коливань та принципи використання фондових деривативів	225
8.1. Економіко-правові властивості фондових деривативів	225
8.2. Сутність хеджування та його використання в управлінні ризиком	228
8.3. Моделі оцінки ф'ючерсних контрактів	230
8.4. Моделі оцінки опціонів	239
8.5. Моделі оцінки свопів	253
Розділ 9. Стохастичні моделі оцінювання деривативів	273
9.1. Оцінювання деривативів з використанням стохастичної моделі для короткострокових ставок за методом Блека—Дермана—Тоя	273
9.2. Стохастичні моделі з неперервним часом для короткострокових ставок	285
9.3. Оцінювання деривативів з використанням стохастичної моделі для короткострокових ставок за методом Халла—Уайта	292
9.4. Оцінювання деривативів з використанням стохастичної моделі для форвардних ставок за методом Хіта—Джерроу—Мортон. Порівняння методу Хіта—Джерроу—Мортон з іншими підходами, що використовуються в процесі оцінювання і хеджування	297

Розділ 10. Аналітична підтримка прийняття рішень щодо інвестицій на фінансових ринках	314
10.1. Фундаментальний аналіз: сутність, основні індикатори	315
10.2. Технічний аналіз: сутність, інструментарій.....	319
10.3. Психологічний аналіз: гіпотеза очікувань	331
10.4. Економетричні моделі.....	333
10.5. Сучасні підходи до аналізу фінансових ринків. Застосування інтегральних рівнянь для прогнозування фінансових ринків	336
Розділ 11. Фінансовий ринок як фрактальна структура	353
11.1. Фрактальні форми	353
11.2. Класифікація фракталів	357
11.3. Гра хаосу	362
11.4. Фрактальна розмірність	367
11.5. Метод нормованого розмаху (R/S -аналіз)	368
11.6. Оцінка показника Херста.....	375
11.7. R/S -аналіз ринків капіталу	380
11.8. R/S -аналіз економічних індикаторів	392
11.9. Фрактальна статистика	395
Розділ 12. Тренінг «Система математичних моделей вибору інвестиційного проекту»	415
12.1. Тренінг як інноваційна технологія активізації інтелектуального потенціалу студентів	415
12.2. Мета, зміст та основні завдання тренінгу	118
12.3. Етапи проведення тренінгу	420
12.4. Загальні рекомендації щодо виконання завдань тренінгу	421
12.5. Основні теоретичні відомості	422
12.5.1. Бізнес-план як інструмент всебічного аналізу інвестиційного проекту та невід’ємна складова успішного бізнесу.....	422
12.5.2. Показники ефективності інвестиційного проекту	426
12.5.3. Моделювання процесу прийняття інвестиційних рішень.....	432
12.5.4. Автоматизовані системи бізнес-планування та прийняття інвестиційних рішень	455
12.6. Система оцінювання результатів тренінгу та роботи студентів	478
Додатки	483

Навчальне видання

**ВЕЛИКОІВАНЕНКО Галина Іванівна
ДОЛІНСЬКИЙ Леонід Борисович
СТРЕЛЬЧЕНКО Інна Іллівна**

**АНАЛІЗ, МОДЕЛЮВАННЯ
ТА УПРАВЛІННЯ ФІНАНСОВИМИ
ІНВЕСТИЦІЯМИ**

Навчальний посібник

*Редактор Л. Гордієнко
Художник обкладинки Є. МIRONENKO
Коректор Л. Гримаська
Верстка М. Віннік*

Підписано до друку 14.09.16. Формат 60×84/16. Папір офсет. № 1.
Гарнітура Тип Таймс. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 28,82.
Обл.-вид. 32,80 арк. Наклад 300 пр. Зам. № 10-4046

Державний вищий навчальний заклад
«Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»
03680, м. Київ, проспект Перемоги, 54/1

Свідectво про внесення до Державного реєстру
суб'єктів видавничої справи (серія ДК, № 235 від 07.11.2000)
Тел./факс (044) 537-61-41; тел. (044) 537-61-44
E-mail: publish@kneu.kiev.ua